

2023 年湖北省孝感市高一 1 月期末考试

高一数学试卷

命题学校：安陆一中 命题教师：王昆 李梦斌 审题学校：安陆一中

考试时间：2022 年 1 月 11 日下午 15: 00-17: 00 试卷满分：150 分

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考号等填写在答题卡和试卷指定的位置上。
2. 回答选择题时，选出每题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需要改动，先用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在试卷上无效.

一、单选题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 每小题只有一个选项是符合题目要求的）

1. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ，集合 $A = \{x \in U \mid |x - 2| < 1\}$ ，则 $\complement_U A =$ ()

- A. $\{x \mid 1 < x < 3\}$ B. $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$ C. $\{2\}$ D. $\{0, 1, 3, 4\}$

【答案】D

【解析】

【分析】先化简集合 A，然后用补集的定义即可求解

【详解】由 $|x - 2| < 1$ 可得 $-1 < x - 2 < 1$ ，解得 $1 < x < 3$ ，

因为全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ，所以 $A = \{x \in U \mid |x - 2| < 1\} = \{x \in U \mid 1 < x < 3\} = \{2\}$ ，

所以 $\complement_U A = \{0, 1, 3, 4\}$

故选：D

2. $\tan 330^\circ =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】利用诱导公式化简求解即可.

【详解】 $\tan 330^\circ = \tan(360^\circ - 30^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

故选：B.

3. 下列函数中是偶函数且在区间 $(-1,0)$ 上是增函数的是 ()

A. $y = x^2$

B. $y = x + \frac{1}{x}$

C. $y = x^{-2}$

D. $y = \sin x$

【答案】C

【解析】

【分析】根据奇偶性的定义判断函数的奇偶性，根据函数的解析式判断单调性的.

【详解】因为 $-x + \frac{1}{-x} = -\left(x + \frac{1}{x}\right)$ ，所以 $y = x + \frac{1}{x}$ 是奇函数，

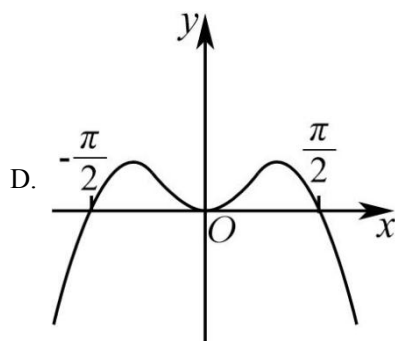
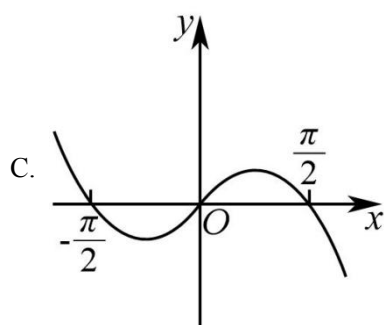
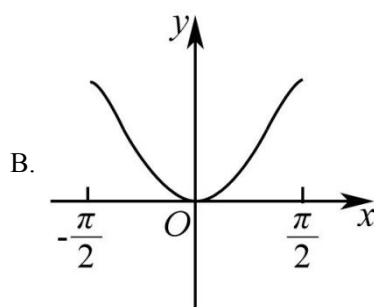
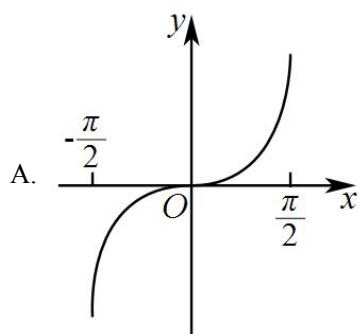
因为 $\sin(-x) = -\sin x$ ，所以 $y = \sin x$ 是奇函数，

因为 $(-x)^2 = x^2$ ，所以 $y = x^2$ 是偶函数，且在 $(-1,0)$ 上单调递减，

因为 $(-x)^{-2} = x^{-2}$ ，所以 $y = x^{-2}$ 是偶函数，且在 $(-1,0)$ 上单调递增.

故选：C.

4. 函数 $y = x^2 \sin x$ 的部分图象可能是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】

根据函数的奇偶性可排除 B, D ，然后取特殊值 $\frac{\pi}{2}$ 计算，可得结果.

【详解】函数 $y = f(x) = x^2 \sin x$ 的定义域为 R

$$\text{则 } f(-x) = (-x)^2 \sin(-x) = -x^2 \sin x = -f(x)$$

所以该函数为奇函数，故排除 B, D

$$\text{又 } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \sin \frac{\pi}{2} = \frac{\pi^2}{4} > 0, \text{ 故排除 } C, \text{ 则 } A \text{ 正确}$$

故选：A

【点睛】思路点睛：函数图象的辨识可从以下方面入手：

- (1)从函数的定义域，判断图象的左右位置；从函数的值域，判断图象的上下位置.
- (2)从函数的单调性，判断图象的变化趋势；
- (3)从函数的奇偶性，判断图象的对称性；
- (4)从函数的特征点，排除不合要求的图象.

5. 已知某扇形的圆心角为 $\frac{\pi}{12}$ ，面积为 24π ，则扇形的弧长为 ()

- A. π
- B. 2π
- C. 3π
- D. 4π

【答案】B

【解析】

【分析】根据扇形面积公式可构造方程求得半径 r ，代入扇形弧长公式可得结果.

【详解】设扇形的半径为 r ，则扇形面积 $S = \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{12} r^2 = 24\pi$ ，解得： $r = 24$ ，

$$\therefore \text{扇形弧长 } l = \frac{\pi}{12} r = 2\pi.$$

故选：B.

6. 设 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ， $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ，则“ $\sin 2\alpha = \sin 2\beta$ ”是“ $\alpha = \beta$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】

【分析】结合正弦函数在 $[0, \pi]$ 上图像的性质，先推出 $\sin 2\alpha = \sin 2\beta$ 的等价关系，然后判断其和 $\alpha = \beta$ 的关系后进行分析.

【详解】 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, 则 $0 < 2\alpha < \pi$, $0 < 2\beta < \pi$, 由 $\sin 2\alpha = \sin 2\beta$, 结合正弦函数图像在 $[0, \pi]$ 上的性质可知, $2\alpha = 2\beta$ 或 $2\alpha + 2\beta = \pi$, 所以 $\sin 2\alpha = \sin 2\beta$ 不一定推出 $\alpha = \beta$, 但 $\alpha = \beta$ 可以推出 $\sin 2\alpha = \sin 2\beta$, 于是“ $\sin 2\alpha = \sin 2\beta$ ”是“ $\alpha = \beta$ ”的必要不充分条件.

故选: B

7. 已知 $a = \lg \sqrt{6}$, $b = e^{0.2}$, $c = \log_3 \sqrt{5}$, 则 ()

A. $a > b > c$

B. $b > a > c$

C. $c > b > a$

D. $b > c > a$

【答案】 D

【解析】

【分析】 将 a, b, c 分别与 $1, \frac{1}{2}$ 比较大小.

【详解】 $a = \lg \sqrt{6} > 0$, $b = e^{0.2} > 1$, $c = \log_3 \sqrt{5} < \log_3 3 = 1$,

又因为 $a = \lg \sqrt{6} < \lg \sqrt{10} = \frac{1}{2}$, $c = \log_3 \sqrt{5} > \log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2}$, 所以 $0 < a < \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} < c < 1$.

所以 $b > c > a$,

故选: D

8. 已知函数 $f(x)$ 的图象是连续不断的, 其定义域为 $(-1, 1)$, 满足: 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$; 任意的 x ,

$y \in (-1, 1)$, 均有 $f(x+y)[1 - f(x)f(y)] = f(x) + f(y)$. 若 $f(\ln x) > f\left(\frac{1}{2}\right)$, 则 x 的取值范围是

() (e 是自然对数的底数)

A. $\left(\frac{1}{e}, \sqrt{e}\right)$

B. $\left(\frac{1}{\sqrt{e}}, \sqrt{e}\right)$

C. $\left(\frac{1}{e}, \frac{1}{\sqrt{e}}\right) \cup (\sqrt{e}, e)$

D. $(\sqrt{e}, e)$

【答案】 D

【解析】

【分析】 令 $x = y = 0$, 解得 $f(0) = 0$, 再令 $x = -y$, 得到 $f(x) + f(-x) = 0$, 从而 $f(x)$ 是奇函数,

用 $-y$ 替代 y , 结合 $f(x)$ 是奇函数, 得到 $f(x-y)[1 + f(x)f(y)] = f(x) - f(y)$, 再由 $x > 0$ 时,

$f(x) > 0$, 利用单调性定义得到 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上递增, 则 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上递增, 将 $f(\ln x) > f\left(\frac{1}{2}\right)$

转化为 $\begin{cases} \ln x > \frac{1}{2} \\ -1 < \ln x < 1 \end{cases}$ 求解.

【详解】解：令 $x = y = 0$ ，即 $f(0)(1 - f^2(0)) = 2f(0) \Leftrightarrow f(0)(-1 - f^2(0)) = 0$ ，

则 $f(0) = 0$ ，令 $x = -y$ ，即 $f(0)[1 - f(x)f(-x)] = f(x) + f(-x) = 0$ ，

则 $f(x) + f(-x) = 0$ ，

因为 $f(x)$ 定义域为 $(-1, 1)$ ，所以 $f(x)$ 是奇函数，

由 $f(x+y)[1 - f(x)f(y)] = f(x) + f(y)$ ，用 $-y$ 替代 y ，

得 $f(x-y)[1 - f(x)f(-y)] = f(x) + f(-y)$ ，

因为 $f(x)$ 是奇函数，

所以 $f(x-y)[1 + f(x)f(y)] = f(x) - f(y)$ ，

$\forall x_1, x_2$ ，且 $0 < x_2 < x_1 < 1$ ，

则 $f(x_1) - f(x_2) = f(x_1 - x_2)[1 + f(x_1)f(x_2)]$ ，

因为当 $x > 0$ 时， $f(x) > 0$ ，

所以 $f(x_1 - x_2) > 0$ ， $1 + f(x_1)f(x_2) > 0$ ，

即 $f(x_1) - f(x_2) > 0$ ，

所以 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上递增，又 $f(x)$ 是定义域为 $(-1, 1)$ 的奇函数，

所以 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上递增，

则 $f(\ln x) > f\left(\frac{1}{2}\right)$ 等价于 $\begin{cases} \ln x > \frac{1}{2} \\ -1 < \ln x < 1 \end{cases}$ ，

解得 $x \in (\sqrt{e}, e)$ ，

故选：D

二、多项选择题：（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多个选项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 已知函数 $y = x^2 - 2x + 2$ 在区间 $[a, b]$ 上的值域是 $[1, 2]$ ，则区间 $[a, b]$ 可能是（ ）

A. $[0,1]$

B. $\left[0, \frac{3}{2}\right]$

C. $[1,3]$

D. $[-1,1]$

【答案】AB

【解析】

【分析】根据二次函数的对称轴及单调性即可求得.

【详解】函数 $y = x^2 - 2x + 2$ 对称轴为 $x = 1$ ，且 $f(1) = 1$ ， $f(0) = f(2) = 2$ ，又因为值域为 $[1, 2]$ ，由单调性可知 A，B 符合；C，D 选项的值域为 $[1, 5]$ 。

故选：AB

10. 下列结论中，正确的结论有（ ）

A. 如果 $x < 0$ ，那么 $y = x + \frac{1}{x}$ 的最小值是 2B. 如果 $x > 0$ ， $y > 0$ ， $x + 3y + xy = 9$ ，那么 xy 的最大值为 3C. 函数 $f(x) = \frac{x^2 + 5}{\sqrt{x^2 + 4}}$ 的最小值为 2D. 如果 $a > 0$ ， $b > 0$ ，且 $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{1+b} = 1$ ，那么 $a+b$ 的最小值为 2

【答案】BD

【解析】

【分析】对 A. 如果 $x < 0$ ，那么 $y = x + \frac{1}{x} < 0$ ，命题不成立；对 B. 使用基本不等式得 $9 = x + 3y + xy \geq 2\sqrt{3}\sqrt{xy} + xy$ 即可得 xy 的最大值；对 C. 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$ ，当且仅当 $\sqrt{x^2 + 4} = 1$ 时取等号，此时 x 无解；对 D. 根据题意构造 $a+b = (a+1) + (b+1) - 2$ ，将“1”替换为 $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{1+b}$ ，代入用基本不等式求解.【详解】对于 A: 如果 $x < 0$ ，那么 $y = x + \frac{1}{x} < 0$ ，最小值是 2 不成立；对于 B: 如果 $x > 0$ ， $y > 0$ ， $x + 3y + xy = 9$ ，则 $9 = x + 3y + xy \geq 2\sqrt{3}\sqrt{xy} + xy$ ，整理得 $(\sqrt{xy})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{xy} - 9 \leq 0$ ，所以 $0 < \sqrt{xy} \leq \sqrt{3}$ ，当且仅当 $y = 1, x = 3$ 时取得最大值，所以 xy 的最大值为 3，故 B 正确；

对于 C: 函数 $f(x) = \frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}} = \sqrt{x^2+4} + \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} \geq 2$, 当且仅当 $\sqrt{x^2+4} = 1$ 时取等号, 此时 x 无解,

不能取得最小值 2, 故 C 错误;

对于 D: 如果 $a > 0$, $b > 0$, 且 $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{1+b} = 1$,

那么 $a+b = (a+1) + (b+1) - 2$

$$= [(a+1) + (b+1)] \times \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} \right) - 2 = \left(1+1 + \frac{b+1}{a+1} + \frac{a+1}{b+1} \right) - 2$$

$$\geq 2 + 2\sqrt{\frac{b+1}{a+1} \cdot \frac{a+1}{b+1}} - 2 = 2, \text{ 当且仅当 } a=1, b=1 \text{ 时取得最小值, 故 D 正确.}$$

故选: BD

11. 关于函数 $f(x) = \begin{cases} 2\sin\pi x, & 0 \leq x \leq 2 \\ |-\log_2 x + 2|, & x > 2 \end{cases}$, 下列说法中正确的有 ()

A. 函数 $f(x)$ 是奇函数

B. 函数 $g(x) = f(x) - 1$ 的零点有三个

C. 不等式 $f(x) > 1$ 的解集是 $\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right) \cup (8, +\infty)$

D. 若存在实数 $a, b, c, d (a < b < c < d)$ 满足 $f(a) = f(b) = f(c) = f(d) > 0$, 则 $a+b+c+d$ 的最小值是 9

【答案】BC

【解析】

【分析】A 选项: 由定义域不关于原点对称判断不是奇函数;

B 选项: 分 $0 \leq x \leq 2$ 与 $x > 2$ 解分段方程;

C 选项: 分 $0 \leq x \leq 2$ 与 $x > 2$ 解分段不等式;

D 选项: 作出 $f(x)$ 的图象, 由对称性知 $a+b=1$, 利用 c, d 的取值范围并化简 $f(c) = f(d)$ 得 $cd=16$, 根据基本不等式求 $a+b+c+d$ 的最小值, 要验证等号成立的条件.

【详解】A 选项: 函数的定义域为 $[0, +\infty)$, 不是奇函数, 故 A 错误;

B 选项: 令 $2\sin\pi x = 1$ 且 $0 \leq x \leq 2$, 得 $x = \frac{1}{6}$ 或 $\frac{5}{6}$,

令 $|\log_2 x + 2| = 1$ 且 $x > 2$, 得 $x = 8$, 故函数 $g(x)$ 有三个零点分别是 $\frac{1}{6}, \frac{5}{6}, 8$, 故 B 正确;

C 选项: 令 $2\sin\pi x > 1$ 且 $0 \leq x \leq 2$, 得 $x \in \left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$,

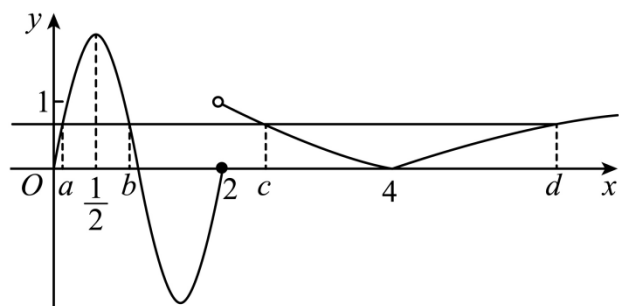
令 $|\log_2 x + 2| > 1$ 且 $x > 2$, 得 $x > 8$, 故 C 正确;

D 选项: 如图, 若 $f(a) = f(b) = f(c) = f(d) > 0$, 则 a, b 关于 $x = \frac{1}{2}$ 对称, 所以 $a + b = 1$;

由图知 $c < 4 < d$, 由 $f(c) = f(d)$ 得 $|\log_2 c + 2| = |\log_2 d + 2|$,

即 $-\log_2 c + 2 = \log_2 d - 2$, 所以 $cd = 16$

所以 $a + b + c + d \geq 1 + 2\sqrt{cd} = 9$, 但 $c \neq d$, 故取不到最小值 9, 所以 D 错误.



故选: BC

12. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $P(a, b)$ 成中心对称图形的充要条件是函数 $y = f(x + a) - b$ 为奇函数,

函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = c$ 成轴对称图形的充要条件是函数 $y = f(x + c)$ 为偶函数, 则 ()

A. 函数 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ 的对称中心是 $P(-1, 3)$

B. 函数 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ 的对称中心是 $P(1, 4)$

C. 函数 $f(x) = e^{x^2 - 4x}$ 有对称轴

D. 函数 $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 2x + 2}$ 有对称轴

【答案】ACD

【解析】

【分析】对于 AB, 根据函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $P(a, b)$ 成中心对称图形的充要条件分析判断, 对于 CD, 根据函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = c$ 成轴对称图形的充要条件分析判断.

【详解】对于 A, 因为函数 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$,

所以 $y = f(x-1) - 3 = (x-1)^3 + 3(x-1)^2 + 1 - 3 = x^3 - 3x$ 为奇函数,

所以点 $P(-1, 3)$ 是函数 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ 的对称中心, 所以 A 正确,

对于 B, $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$, 则 $y = f(x+1) - 4 = (x+1)^3 + 3(x+1)^2 + 1 - 4 = x^3 + 6x^2 + 9x + 1$,

令 $g(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 1$, 因为 $g(-x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 1 \neq -g(x)$,

所以 $y = f(x+1) - 4$ 不是奇函数,

所以点 $P(1, 4)$ 不是函数 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ 的对称中心, 所以 B 错误,

对于 C, 因为 $f(x) = e^{x^2-4x}$, 所以 $f(x+c) = e^{(x+c)^2-4(x+c)} = e^{x^2+x(2c-4)+c^2-4c}$,

当 $c=2$ 时, 函数 $f(x+2) = e^{x^2-4}$ 为偶函数, 所以 $f(x) = e^{x^2-4x}$ 有对称轴, 所以 C 正确,

对于 D, 因为 $f(x) = \frac{x^2-2x}{x^2-2x+2}$,

所以 $f(x+c) = \frac{(x+c)^2-2(x+c)}{(x+c)^2-2(x+c)+2} = \frac{x^2+(2c-2)x+c^2-2c}{x^2+(2c-2)x+c^2-2c+2}$,

当 $c=1$ 时, $f(x+1) = \frac{(x+1)^2-2(x+1)}{(x+1)^2-2(x+1)+2} = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ 为偶函数,

所以 $f(x) = \frac{x^2-2x}{x^2-2x+2}$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 所以 D 正确,

故选: ACD

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 $\lg 3 = a$, $\lg 5 = b$, 则 $\log_2 12 =$ _____ (用 a, b 表示)

【答案】 $\frac{a+2-2b}{1-b}$

【解析】

【分析】直接利用换底公式以及对数的运算性质, 求解即可.

【详解】由题知 $\log_2 12 = \log_2 (3 \times 4) = \log_2 3 + \log_2 4 = \frac{\lg 3}{\lg 2} + 2 = \frac{\lg 3}{\lg 10 - \lg 5} = \frac{a+2-2b}{1-b}$,

故答案为: $\frac{a+2-2b}{1-b}$

14. 已知角 α 的终边经过点 $(4, 3)$, 则 $\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$ 的值为 _____.

【答案】 $\frac{4}{5}$

【解析】

【分析】用诱导公式化简 $\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$ 的值，再根据三角函数的定义求出 $\cos\alpha$ 的值即可.

【详解】因为 $\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2} + 2\pi\right) = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha$ ，又因为角 α 的终边过点 $(4, 3)$ ，所

$$\text{以 } \cos\alpha = \frac{4}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{4}{5},$$

故答案为: $\frac{4}{5}$

15. 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数，且周期为 2，当 $x \in [-1, 0]$ 时， $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$ 则 $f(3) =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】根据周期为 2 及偶函数得 $f(3) = f(-1)$ ， $f(-1)$ 的值可以代入求得.

【详解】由题知当 $x = -1$ 时， $f(-1) = 1$ ，因为函数周期为 $T = 2$ 且为偶函数，所以 $f(x + 2) = f(x)$ ，所以 $f(3) = f(1) = f(-1) = 1$.

故答案为: 1

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x, & x > 0 \\ -2x, & x \leq 0 \end{cases}$ ，若关于 x 的不等式 $[f(x)]^2 - (m+1)f(x) + m < 0$ 恰好有两个整数解，则实数 m 的取值范围是_____.

【答案】 $[-2, 0) \cup (4, 6]$

【解析】

【分析】由不等式为 $[f(x) - 1][f(x) - m] < 0$ ，分 $m = 1$ ， $m > 1$ 和 $m < 1$ 讨论求解.

【详解】解：由题意知：不等式可化为 $[f(x) - 1][f(x) - m] < 0$ ，

当 $m = 1$ 时，该不等式无解；

当 $m > 1$ 时， $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 < f(x) < m = f(x_0)$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/255043013343011223>