

期末押题测试卷（三）

姓名：_____ 班级：_____ 得分：_____

注意事项：

本试卷满分 120 分，考试时间 120 分钟，试题共 26 题。答卷前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、班级等信息填写在试卷规定的位置。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.（2021·平泉市教育局教研室八年级期末）若 $\sqrt{m-1}$ 有意义，则 m 的值可能是（ ）

- A. $m < 1$ B. $m > -2$ C. $m < 2$ D. $m > 2$

【答案】D

【分析】根据二次根式有意义的条件列出不等式，根据题意解答即可。

【详解】解：由题意得， $m-1 \geq 0$ ，解得， $m \geq 1$ ，

则 m 能取的为大于等于 1 的数，符合条件的为 $m > 2$ 故选：D。

【点睛】本题考查的是二次根式有意义的条件，掌握二次根式的被开方数是非负数是解题的关键。

2.（2021·贵州遵义市·八年级期末）下列三个数中，能组成一组勾股数的是（ ）

- A. $\sqrt{3}$ ， $\sqrt{4}$ ， $\sqrt{5}$ B. 3^2 ， 4^2 ， 5^2 C. $\frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{5}$ D. 12，15，9

【答案】D

【分析】勾股数的定义：满足 $a^2+b^2=c^2$ 的三个正整数，称为勾股数，根据定义即可求解。

【详解】解：A、 $(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{4})^2 = 7 \neq (\sqrt{5})^2 = 5$ ，故此选项错误；

B、 $(3^2)^2 + (4^2)^2 = 337 \neq (5^2)^2 = 625$ ，故此选项错误；

C、 $(\frac{1}{3})^2 + (\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{9} + \frac{1}{16} \neq (\frac{1}{5})^2 = \frac{1}{25}$ ，故此选项错误；D、 $9^2 + 12^2 = 225 = 15^2$ ，故此选项正确；故选 D。

【点睛】本题考查了勾股数的定义，注意：作为勾股数的三个数必须是正整数。

3.（2022·安徽淮北·一模）学习互助小组 5 个同学，某一天在课堂上的发言次数分别为 6、7、8、9、10，关于这组数据，下列说法正确的是（ ）

- A. 平均数是 7 B. 众数是 8 C. 中位数是 9 D. 方差是 2

【答案】D

【分析】根据方差、众数、平均数、中位数的含义和求法，逐一判断即可。

【详解】将数据重新排列为 6，7，8，9，10，

则这组数没有众数，中位数为 8，平均数为 $\frac{6+7+8+9+10}{5}=8$ ，方差为

$$\frac{(6-8)^2+(7-8)^2+(8-8)^2+(9-8)^2+(10-8)^2}{5}=2, \text{ 故选: D.}$$

【点睛】本题考查了众数、中位数、平均数以及方差，解题的关键是牢记概念及公式.

4. (2021·龙口市教学研究室八年级期中) 下列式子是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{x^2+1}$ B. $\sqrt{25}$ C. $\sqrt{1.2}$ D. $\sqrt{\frac{1}{x}}$

【答案】A

【分析】直接利用最简二次根式的定义分析得出答案.

【详解】解：A、 $\sqrt{x^2+1}$ 是最简二次根式，故此选项正确；B、 $\sqrt{25}=5$ 不是最简二次根式，故此选项错误；C、 $\sqrt{1.2}=\sqrt{\frac{6}{5}}=\frac{\sqrt{30}}{5}$ ，故此选项错误；D、 $\sqrt{\frac{1}{x}}=\frac{\sqrt{x}}{x}$ ，故此选项错误；故选 A.

【点睛】本题主要考查了最简二次根式，关键是掌握最简二次根式概念：(1) 被开方数不含分母；(2) 被开方数中不含能开得尽方的因数或因式.

5. (2022·广西贺州·一模) 某校甲、乙两个班同学的平均身高是 $\bar{x}_{\text{甲}}=165$ ， $\bar{x}_{\text{乙}}=165$ ，他们身高的方差是 $s_{\text{甲}}^2=1.5$ ， $s_{\text{乙}}^2=2.5$ ，下列说法正确的是 ()

- A. 两班同学的身高一样更整齐 B. 甲班同学的身高更整齐
C. 乙班同学的身高更整齐 D. 无法确定谁的身高更整齐

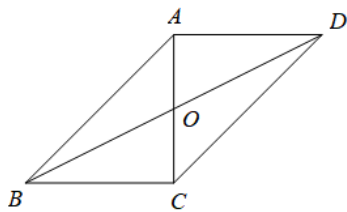
【答案】B

【分析】根据方差的意义进行判断即可.

【详解】解：由题意可知：甲乙两班的平均身高是相等的，
 $\therefore 1.5 < 2.5$ ，则甲班的方差小于乙班的方差， $\therefore$ 甲班同学的身高更整齐，故选 B.

【点睛】本题考查了方差的意义，方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定；牢固掌握方差意义是解题关键.

6. (2022·湖南长沙·九年级期末) 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，且 $AC \perp BC$ ， $\square ABCD$ 的面积为 48， $OA=3$ ，则 BC 的长为 ()



- A. 6 B. 8 C. 12 D. 13

【答案】B

【分析】由平行四边形对角线互相平分得到 AC 的值，由 $AC \perp BC$ ，可得 $S_{\square ABCD} = AC \cdot BC$ ，代入即可求出 BC 边长.

【详解】解：∵在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，∴ $OA=OC$ ，

∵ $OA=3$ ，∴ $AC=2OA=6$ ，∵ $AC \perp BC$ ，∴ $S_{\square ABCD} = AC \cdot BC = 6BC = 48$ ，∴ $BC=8$.故选：B

【点睛】此题考查平行四边形的性质和平行四边形的面积，掌握平行四边形对角线互相平分的性质是解答此题的关键.

7. (2021·上海同济大学附属八年级期中) 若 $y = (m-1)x + m^2 - 1$ 是 y 关于 x 的正比例函数，则该函数图象经过的象限是 ()

- A. 第一、三象限 B. 第一、四象限 C. 第二、三象限 D. 第二、四象限

【答案】D

【分析】根据正比例函数的定义知， $m^2 - 1 = 0$ 且 $m - 1 \neq 0$ ，由此可求得 m 的值，从而可知正比例函数图象所经过的象限.

【详解】由题意知： $m^2 - 1 = 0$ 且 $m - 1 \neq 0$

由 $m^2 - 1 = 0$ 得： $m = \pm 1$ 由 $m - 1 \neq 0$ 得： $m \neq 1$ ∴ $m = -1$ 此时正比例函数解析式为 $y = -2x$

∵ $-2 < 0$ ∴函数图象经过第二、四象限故选：D.

【点睛】本题考查了正比例函数的概念，把形如 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的函数称为正比例函数，掌握正比例函数概念是解题关键. 特别注意一次项系数不为零.

8. (2022·河南南阳八年级月考) 如图所示，有一根高为2.1m的木柱，它的底面周长为40cm，在准备元旦联欢晚会时，为了营造喜庆的气氛，老师要求小明将一根彩带从底柱向柱顶均匀地缠绕7圈，一直缠到起点的正上方为止，小明需要准备的这根彩带的长至少为 ().

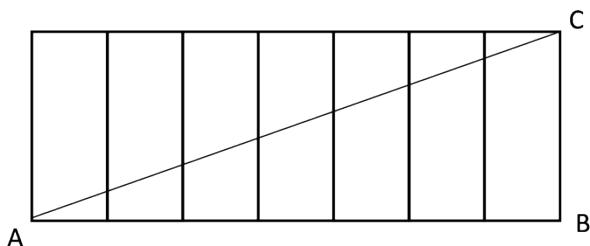


- A. $70\sqrt{457}$ cm B. 350 cm C. $280\sqrt{3}$ cm D. 300 cm

【答案】B

【分析】将圆柱沿母线剪开并展开，则这根彩带的长应为 7 个圆柱侧面展开图并排后的长方形的对角线，利用勾股定理求值即可．

【详解】解：将圆柱沿母线剪开并展开，则这根彩带的长最少应为 7 个圆柱侧面展开图并排后的长方形的对角线，如图所示，AC 即为所求，其中 $AB=40\times 7=280$ cm， $BC=2.1$ m=210 cm



根据勾股定理可得 $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=350$ cm 故选 B.

【点睛】此题考查的是勾股定理的应用，掌握勾股定理和两点之间线段最短是解题关键．

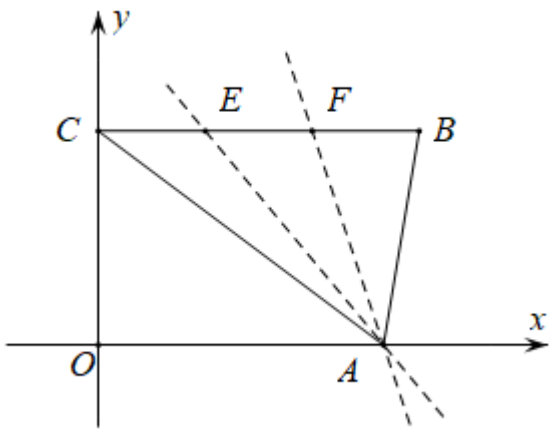
9. (2021·江苏镇江·八年级期末) 在平面直角坐标系中，已知 A、B、C 三点的坐标分别为 (8, 0)、(9, 6)、(0, 6)，若一次函数 $y=kx-8k$ 的图象将 $\triangle ABC$ 分成面积为 1:2 的两个部分，则 k 的值为 ()

- A. -3 B. -2 C. -3 或 $-\frac{6}{5}$ D. -2 或 -3

【答案】C

【分析】先找出一一次函数经过顶点，再根据题意将 $\triangle ABC$ 分成面积为 1:2 的两个部分，求出 E、F 两点的坐标，用待定系数法代入一次函数解析式即可．

【详解】解：∵一次函数 $y=kx-8k$ ，当 $x=8$ 时， $y=0$ ，∴一次函数 $y=kx-8k$ 过定点 (8, 0)，由题意可知，如图，直线 AE 或 AF 将 $\triangle ABC$ 分成面积之比为 1:2 的两个部分，



∵ B 、 C 三点的坐标分别为 $(9, 6)$ 、 $(0, 6)$,

∴ $BC \parallel OA$, ∴ 此时两三角形的高相等, 面积之比等于底之比,

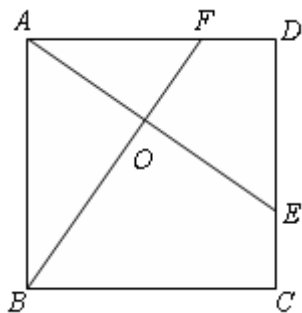
即 $CE:BE=1:2$ 或 $CF:BF=2:1$, ∴ $CE = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3} \times 9 = 3$ 或 $CF = \frac{2}{3} \times 9 = 6$, ∴ $E(3, 6)$, $F(6, 6)$,

将 $E(3, 6)$ 代入 $y=kx-8k$ 得, $3k-8k=6$, ∴ $k=-\frac{6}{5}$; 将 $F(6, 6)$ 代入 $y=kx-8k$ 得, $6k-8k=6$, ∴ $k=-3$;

综上所述: $k=-3$ 或 $k=-\frac{6}{5}$. 故选: C.

【点睛】本题主要考查了一次函数图象上点的坐标特征, 解题关键是发现直线过顶点, 并用待定系数法解决问题.

10. (2021·广东东莞·八年级期末) 如图, E 、 F 分别是正方形 $ABCD$ 的边 CD 、 AD 上的点, 且 $CE=DF$, AE 、 BF 相交于点 O , 下列结论:



(1) $AE=BF$; (2) $AE \perp BF$; (3) $AO=OE$; (4) $S_{\triangle AOB} = S_{\text{四边形DEOF}}$ 中正确的有

A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【答案】B

【分析】根据正方形的性质得 $AB=AD=DC$, $\angle BAD=\angle D=90^\circ$, 则由 $CE=DF$ 易得 $AF=DE$, 根据“SAS”可判断 $\triangle ABF \cong \triangle DAE$, 所以 $AE=BF$; 根据全等的性质得 $\angle ABF=\angle EAD$,

利用 $\angle EAD + \angle EAB = 90^\circ$ 得到 $\angle ABF + \angle EAB = 90^\circ$ ，则 $AE \perp BF$ ；连结 BE ， $BE > BC$ ， $BA \neq BE$ ，而 $BO \perp AE$ ，根据垂直平分线的性质得到 $OA \neq OE$ ；最后根据 $\triangle ABF \cong \triangle DAE$ 得 $S_{\triangle ABF} = S_{\triangle DAE}$ ，则

$S_{\triangle ABF} - S_{\triangle AOF} = S_{\triangle DAE} - S_{\triangle AOF}$ ，即 $S_{\triangle AOB} = S_{\text{四边形} DEOF}$ 。

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

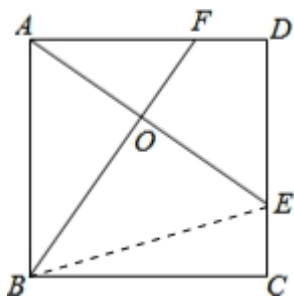
$\therefore AB = AD = DC$ ， $\angle BAD = \angle D = 90^\circ$ ，而 $CE = DF$ ， $\therefore AF = DE$ ，

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DAE$ 中
$$\begin{cases} AB = DA \\ \angle BAD = \angle ADE \\ AF = DE \end{cases} \therefore \triangle ABF \cong \triangle DAE,$$

$\therefore AE = BF$ ，所以（1）正确； $\therefore \angle ABF = \angle EAD$ ，

而 $\angle EAD + \angle EAB = 90^\circ$ ， $\therefore \angle ABF + \angle EAB = 90^\circ$ ， $\therefore \angle AOB = 90^\circ$ ，

$\therefore AE \perp BF$ ，所以（2）正确；连结 BE ，



$\therefore BE > BC$ ， $\therefore BA \neq BE$ ，而 $BO \perp AE$ ， $\therefore OA \neq OE$ ，所以（3）错误；

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DAE$ ， $\therefore S_{\triangle ABF} = S_{\triangle DAE}$ ， $\therefore S_{\triangle ABF} - S_{\triangle AOF} = S_{\triangle DAE} - S_{\triangle AOF}$ ，

$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\text{四边形} DEOF}$ ，所以（4）正确。故选 B。

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质：判定三角形全等的方法有“SSS”、“SAS”、“ASA”、“AAS”；全等三角形的对应边相等。也考查了正方形的性质。

二、填空题（本大题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分。不需写出解答过程，请把答案直接填写在横线上）

11.（2022·山东菏泽·八年级期末）若数据 a, b, c 的平均数是 2，数据 d, e 平均数是 4，则 $a, b, c, 4, d, e$ 这组数据的平均数是_____。

【答案】3

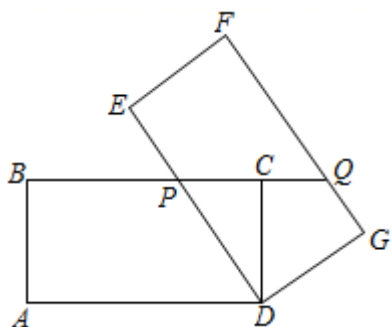
【分析】根据平均数的定义求得 $a + b + c = 6$ ， $d + e = 8$ ，根据平均数的求解方法求解即可。

【详解】解：由数据 a, b, c 的平均数是 2，数据 d, e 平均数是 4，可得 $a + b + c = 6$ ， $d + e = 8$ ，

则 $a, b, c, 4, d, e$ 这组数据的平均数为 $\frac{1}{6} \times (a + b + c + 4 + d + e) = \frac{1}{6} \times (6 + 4 + 8) = 3$ ，故答案为：3

【点睛】此题考查了求解平均数，解题的关键是利用平均数的求解方法正确求得 $a + b + c = 6$ ， $d + e = 8$ 。

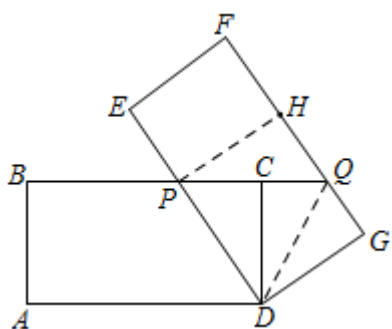
12. (2021·贵州九年级) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AD=8$, $AB=6$, 将矩形 $ABCD$ 绕点 D 顺时针旋转得到矩形 $EFGD$, 边 BC 与 DE 交于点 P , 延长 BC 交 FG 于点 Q , 若 $BQ=2BP$, 则 BP 的长为_____.



【答案】 $\frac{25}{4}$

【分析】连接 DQ , 过点 P 作 $PH \parallel EF$, 设 $PC=a$, 分别解得 BP, BQ, CQ, GQ 的长, 继而证明 $\triangle PHQ \cong \triangle PCD$ (AAS), 由全等三角形的性质得到 $PC=HQ=a, EP=FH=a$, 由此解得 $PD=8-a$, 最后在 $Rt\triangle PCD$ 中, 利用勾股定理得 a 的值, 据此解题.

【详解】如图, 连接 DQ , 过点 P 作 $PH \parallel EF$,



设 $PC=a$, 则矩形 $ABCD$ 中 $BC=AD=8, AB=CD=6$ $BP=8-a, BQ=2BP$

$\therefore BQ=2(8-a)=16-2a$ $CQ=16-2a-8=8-2a$ $\therefore GQ=8-2a, FQ=2a$

$\therefore FG \parallel ED \therefore \angle FQP = \angle QPD$

在 $\triangle PHQ$ 与 $\triangle PCD$ 中,
$$\begin{cases} \angle FQB = \angle CPD \\ \angle PHQ = \angle PCD = 90^\circ \therefore \triangle PHQ \cong \triangle PCD \text{ (AAS)} \\ PH = CD \end{cases}$$

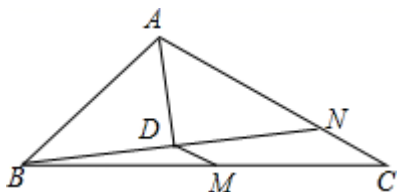
$\therefore PC=HQ=a, EP=FH=a \therefore PD=8-a$

在 $Rt\triangle PCD$ 中, $PD^2 = PC^2 + CD^2$ $(8-a)^2 = a^2 + 6^2$

$\therefore 64 - 16a + a^2 = a^2 + 6^2 \therefore a = \frac{7}{4} \therefore BP = PQ = 8 - a = 8 - \frac{7}{4} = \frac{25}{4}$, 故答案为: $\frac{25}{4}$.

【点睛】本题考查旋转变换、矩形的性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理等知识, 是重要考点, 掌握相关知识是解题关键.

13. (2021·河南·淅川县九年级期中) 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 M 为 BC 的中点, AD 平分 $\angle BAC$, 且 $BD \perp AD$ 于点 D . 延长 BD 交 AC 于点 N . 若 $AB=4$, $DM=1$, 则 AC 的长为_____



【答案】6

【分析】证明 $\triangle ADB \cong \triangle ADN$, 根据全等三角形的性质得到 $BD=DN$, $AN=AB=4$, 根据三角形中位线定理求出 NC , 计算即可.

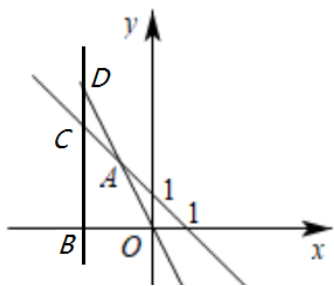
【详解】解: 在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle ADN$ 中,
$$\begin{cases} \angle BAD = \angle NAD \\ AD = AD \\ \angle ADB = \angle ADN \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADN$ (ASA) $\therefore BD=DN$, $AN=AB=4$,

$\because BM=MC$, $BD=DN$, $\therefore NC=2DM=2$, $\therefore AC=AN+NC=6$.

【点睛】本题考查的是三角形中位线定理、全等三角形的判定和性质, 三角形的中位线平行于第三边, 且等于第三边的一半.

14. (2021·广东·深圳市福田区外国语学校八年级期中) 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y=-x+1$ 与直线 $y=-2x$ 交于点 A , 点 $B(m, 0)$ 是 x 轴上的一个动点, 过点 B 作 y 轴的平行线分别交直线 $y=-x+1$ 、直线 $y=-2x$ 于 C 、 D 两点, 若 $S_{\triangle ACD}=5$, 则 m 的值为_____.



【答案】 $\sqrt{10}-1$ 或 $-\sqrt{10}-1$

【分析】分别求出 A 、 C 、 D 三点坐标, 根据 $S_{\triangle ACD} = \frac{|y_C - y_D| |m - x_A|}{2}$, 利用坐标列式计算即可.

【详解】 $\because$ 由直线 $y=-x+1$ 与直线 $y=-2x$ 交于点 A , $\therefore$ 点 A 坐标 $(-1, 2)$,

$\because$ 过点 $B(m, 0)$ 作 y 轴的平行线分别交直线 $y=-x+1$ 、直线 $y=-2x$ 于 C 、 D 两点,

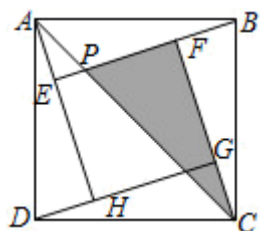
$\therefore$ 点 C 坐标 $(m, 1-m)$, 点 D 坐标 $(m, -2m)$.

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{|y_C - y_D| |m - x_A|}{2} = \frac{|1-m+2m| |m+1|}{2} = \frac{|m+1| |m+1|}{2} = \frac{(m+1)^2}{2} = 5,$$

解得 $m_1 = \sqrt{10} - 1, m_2 = -\sqrt{10} - 1$ 故答案为 $\sqrt{10} - 1$ 或 $-\sqrt{10} - 1$.

【点睛】本题考查了求两直线交点坐标，用未知数表示动点坐标等知识点，利用代数式表示动点坐标是解决本题的关键.

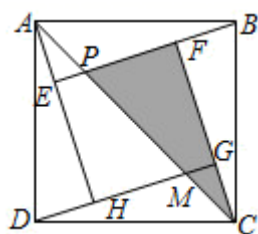
15. (2021.成都市八年级期中) 如图，我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的“赵爽弦图”，它是由四个全等的直角三角形与中间的小正方形 $EFGH$ 拼成的大正方形 $ABCD$. 连结 AC ，交 BE 于点 P ，若正方形 $ABCD$ 的面积为 48， $AE + BE = 8$. 则 $S_{\triangle CFP} - S_{\triangle AEP}$ 的值是_____.



【答案】16

【分析】先证明 $\triangle AEP \cong \triangle CGM$ (ASA)，则 $S_{\triangle AEP} = S_{\triangle CGM}$ ，所以两三角形面积的差是中间正方形面积的一半，设 $AE = x$ ， $BE = 8 - x$ ，根据勾股定理得： $AE^2 + BE^2 = AB^2$ ， $x^2 + (8 - x)^2 = 48$ ，则 $2x^2 - 16x = -16$ ，整体代入可得结论.

【详解】解：∵ 正方形 $ABCD$ 的面积为 48，



∴ $AB^2 = 48$ ，设 $AE = x$ ，∵ $AE + BE = 8$ ，∴ $BE = 8 - x$ ，

$Rt\triangle AEB$ 中，由勾股定理得： $AE^2 + BE^2 = AB^2$ ，∴ $x^2 + (8 - x)^2 = 48$ ，∴ $2x^2 - 16x = -16$ ，

∵ $AH \perp BE$ ， $BE \perp CF$ ，∴ $AH \parallel CF$ ，∴ $\angle EAP = \angle GCM$ ，

∵ “赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形与中间的小正方形 $EFGH$ 拼成的大正方形 $ABCD$ ，

∴ $\triangle AEB \cong \triangle CGD$ ，∴ $AE = CG$ ，∴ $\triangle AEP \cong \triangle CGM$ (ASA)，∴ $S_{\triangle AEP} = S_{\triangle CGM}$ ， $EP = MG$ ，

∴ $S_{\triangle CFP} - S_{\triangle AEP} = S_{\triangle CFP} - S_{\triangle CGM} = S_{\text{梯形 } FPMG} = \frac{1}{2} (MG + PF) \cdot FG = \frac{1}{2} EF \cdot FG = \frac{1}{2} S_{\text{正方形 } EFGH}$ ，

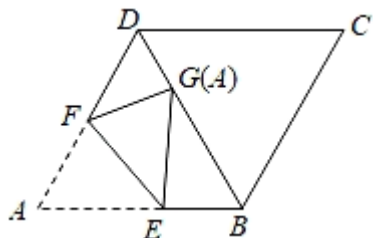
∴ $S_{\text{矩形 } EFGH} = S_{\text{正方形 } ABCD} - 4S_{\triangle AEB} = 48 - 4 \times \frac{1}{2} x(8 - x) = 2x^2 - 16x + 48 = -16 + 48 = 32$ ，

则 $S_{\triangle CFP} - S_{\triangle AEP}$ 的值是 16；故答案为：16.

【点睛】本题考查了“赵爽弦图”，多边形的面积，勾股定理等知识点，首先要求学生正确理解题意，然后会

利用勾股定理和三角形全等的性质解题.

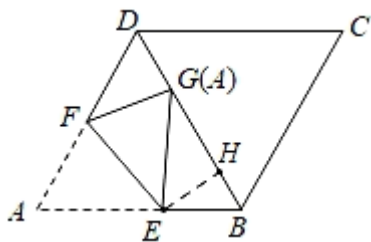
16. (2021·广东·松岗实验学校九年级期中) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC=120^\circ$, 将菱形折叠, 使点 A 恰好落在对角线 BD 上的点 G 处 (不与 B 、 D 重合), 折痕为 EF , 若 $DG=2$, $AD=6$, 则 BE 的长为_____



【答案】 $\frac{5}{2}$

【分析】作 $EH \perp BD$ 于 H , 根据折叠的性质得到 $EG=EA$, 根据菱形的性质、等边三角形的判定定理得到 $\triangle ABD$ 为等边三角形, 得到 $AB=BD$, 根据勾股定理列出方程, 解方程即可.

【详解】解: 作 $EH \perp BD$ 于 H ,



由折叠的性质可知, $EG=EA$, $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AD=AB$, $\angle ABD=\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABC=60^\circ$, $\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形, $\therefore AB=BD=AD=6$,

设 $BE=x$, 则 $EG=AE=6-x$, 在 $Rt\triangle EHB$ 中, $BH=\frac{1}{2}x$, $EH=\frac{\sqrt{3}}{2}x$,

在 $Rt\triangle EHG$ 中, $EG^2=EH^2+GH^2$, 即 $(6-x)^2=(\frac{\sqrt{3}}{2}x)^2+(4-\frac{1}{2}x)^2$,

解得, $x=\frac{5}{2}$, $\therefore BE=\frac{5}{2}$.

【点睛】此题考查了菱形的性质, 折叠的性质, 等边三角形的判定及性质, 勾股定理, 熟记各知识点并综合运用是解题的关键.

17. (2021·宁波市鄞州八年级期末) 化简 $\sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}} + \sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}} =$ _____.

【答案】 $\sqrt{5}+1$

【分析】设 $\sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}} + \sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}} = t$, 将等式的两边平方, 然后根据完全平方公式和二次根式的性质化简即可得出结论.

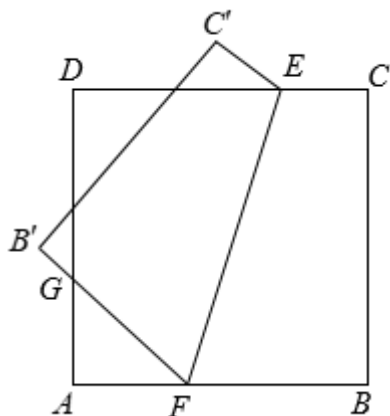
【详解】解：设 $\sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}} + \sqrt{4+\sqrt{10-2\sqrt{5}}} = t$ ，由算术平方根的非负性可得 $t \geq 0$ ，

$$\text{则 } t^2 = 4 - \sqrt{10+2\sqrt{5}} + 4 + \sqrt{10+2\sqrt{5}} + 2\sqrt{16 - (10+2\sqrt{5})}$$

$$= 8 + 2\sqrt{6-2\sqrt{5}} = 8 + 2\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} = 8 + 2(\sqrt{5}-1) = 6 + 2\sqrt{5} = (\sqrt{5}+1)^2 \therefore t = \sqrt{5}+1. \text{故答案为: } \sqrt{5}+1.$$

【点睛】此题考查的是二次根式的化简，掌握完全平方公式和二次根式的性质是解题关键。

18. (2021·浙江南浔·八年级期末) 如图，已知有一张正方形纸片 $ABCD$ ，边长为9cm，点 E ， F 分别在边 CD ， AB 上， $CE = 2\text{cm}$ 。现将四边形 $BCEF$ 沿 EF 折叠，使点 B ， C 分别落在点 B' ， C' ，上当点 B' 恰好落在边 AD 上时，线段 BF 的长为 _____ cm；在点 F 从点 B 运动到点 A 的过程中，若边 FB' 与边 AD 交于点 G ，则点 G 相应运动的路径长为 _____ cm。



【答案】 5 $15-8\sqrt{2}$

【分析】如图1（见详解），连接 $B'E$ ，首先根据折叠的性质并利用勾股定理，求出 $B'E$ ，进而得到 $B'D$ ，然后由 $AB' = AD - B'D$ ，得到 AB' 的长，再设 BF 为 x ，则 $B'F = x$ ， $AF = 9 - x$ ，根据勾股定理可求出 $B'F$ 的值，即可得到 BF 的长；如图2（见详解），过点 E 作 EH 垂直 $B'F$ ，当 H 、 G 重合时， EG 取最小值9， DG 取最小值 $4\sqrt{2}$ ， AG 取最大值 $9 - 4\sqrt{2}$ ，而 AG 最小值为0，且轨迹有重叠的情况，由此即可得出答案。

【详解】解：如图1，当点 B' 落在边 AD 上，连接 $B'E$ ，

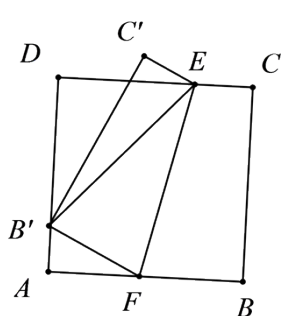


图1

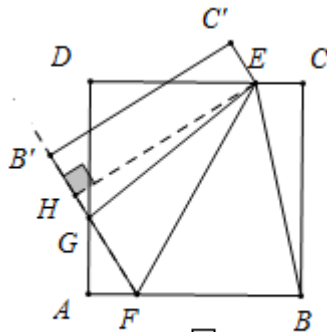


图2

由折叠性质可知, $\angle B'C'E = 90^\circ$, $CE = C'E = 2cm$, $B'C' = BC = 9cm$,

$$\therefore B'E = \sqrt{C'E^2 + B'C'^2} = \sqrt{2^2 + 9^2} = \sqrt{85}(cm),$$

$$\therefore DE = DC - CE = 9 - 2 = 7(cm), \therefore B'D = \sqrt{B'E^2 - DE^2} = \sqrt{85 - 49} = 6(cm),$$

$$\therefore AB' = AD - B'D = 9 - 6 = 3(cm), \text{ 设 } BF \text{ 为 } x, \text{ 则 } B'F = BF = x, AF = 9 - x,$$

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle B'AF \text{ 中, } B'F^2 = AB'^2 + AF^2, \text{ 即 } x^2 = 3^2 + (9-x)^2 \text{ 解得: } x = 5, \therefore BF \text{ 的长为 } 5cm;$$

如图 2, 过点 E 作 EH 垂直 $B'F$,

$$\therefore \text{四边形 } B'C'EH \text{ 为矩形, } \therefore EH = B'C' = 9cm, \text{ 又 } \because EG \geq EH, \text{ 即 } EG \geq 9cm,$$

在 $Rt\triangle DEG$ 中, $DG = \sqrt{EG^2 - DE^2}$, $DE = 7cm$, $\therefore$ 当 EG 取最小值时, DG 取最小值, AG 取最大值,

$$\text{即: 当 } H、G \text{ 重合时, 记此时的点 } G \text{ 记为 } G_1, EG = 9cm, DG = \sqrt{9^2 - 7^2} = 4\sqrt{2}(cm),$$

$$\therefore AG = AD - DG = (9 - 4\sqrt{2})(cm), \therefore \text{点 } G \text{ 是边 } FB' \text{ 与边 } AD \text{ 交点,}$$

$$\therefore AG \text{ 取最小值为点 } B' \text{ 恰好落在边 } AD \text{ 上时, 即: 点 } G \text{ 与点 } B' \text{ 重合, 此时 } AG = 3cm, \text{ 设此时的点为 } G_2,$$

当 F 和 A 重合的时候, 此时 G 与 A 点重合, 此时的 G 点记为 G_3 ,

$$\text{点 } G \text{ 的轨迹是从 } G_2 - G_1 - G_3 \text{ 的过程, } G_1G_2 = 6 - 4\sqrt{2},$$

$$\therefore \text{点 } G \text{ 相应运动的路径长为 } G_1G_2 + G_3G_2 = 6 - 4\sqrt{2} + 9 - 4\sqrt{2} = 15 - 8\sqrt{2}. \text{ 故答案为: } 5, 15 - 8\sqrt{2}.$$

【点睛】本题主要考查了正方形折叠和勾股定理的应用, 解题关键是根据勾股定理在不同的直角三角形中计算边长, 难点是求出 AG 最大值, 即 $EG \perp EG \perp B'F$ 时是 EG 最小, DG 最小值, AG 最大.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 66 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (2021·河南濮阳市·八年级期中) 计算下列各题

$$(1) 2\sqrt{2} \times (\sqrt{3} + \sqrt{\frac{3}{2}}) - 2\sqrt{3}; (2) (2\sqrt{48} - 3\sqrt{3}) \div 5\sqrt{6}.$$

$$\text{【答案】}(1) 2\sqrt{6}; (2) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

【分析】(1) 先进行二次根式的乘法运算, 然后合并即可;

(2) 先把 $\sqrt{48}$ 化简, 再把括号内合并, 然后进行二次根式的除法运算.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } (1) & 2\sqrt{2} \times (\sqrt{3} + \sqrt{\frac{3}{2}}) - 2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{3}{2}} - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/255201324140011133>