

2024 年云南高考数学试题及答案

本试卷共 10 页，19 小题，满分 150 分。

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交。

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的。请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上。

1. 已知 $z = -1 - i$ ，则 $|z| =$ ()
A. 0 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2
2. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, |x+1| > 1$ ；命题 $q: \exists x > 0, x^3 = x$ ，则 ()
A. p 和 q 都是真命题 B. $\neg p$ 和 q 都是真命题
C. p 和 $\neg q$ 都是真命题 D. $\neg p$ 和 $\neg q$ 都是真命题
3. 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 1, |\vec{a} + 2\vec{b}| = 2$ ，且 $(\vec{b} - 2\vec{a}) \perp \vec{b}$ ，则 $|\vec{b}| =$ ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

4. 某农业研究部门在面积相等的 100 块稻田上种植一种新型水稻，得到各块稻田的亩产量（单位：kg）并部分整理下表

亩产量	[900, 950)	[950, 1000)	[1000, 1050)	[1100, 1150)	[1150, 1200)
频数	6	12	18	24	10

据表中数据，结论中正确的是 ()

- A. 100 块稻田亩产量的中位数小于 1050kg
- B. 100 块稻田中亩产量低于 1100kg 的稻田所占比例超过 80%

C. 100 块稻田亩产量的极差介于 200kg 至 300kg 之间

D. 100 块稻田亩产量的平均值介于 900kg 至 1000kg 之间

5. 已知曲线 $C: x^2 + y^2 = 16$ ($y > 0$), 从 C 上任意一点 P 向 x 轴作垂线段 PP' , P' 为垂足, 则线段 PP' 的中点 M 的轨迹方程为 ()

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ ($y > 0$)

B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$ ($y > 0$)

C. $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{4} = 1$ ($y > 0$)

D. $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{8} = 1$ ($y > 0$)

6. 设函数 $f(x) = a(x+1)^2 - 1$, $g(x) = \cos x + 2ax$, 当 $x \in (-1, 1)$ 时, 曲线 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 恰有一个交点, 则 $a =$ ()

A. -1

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

7. 已知正三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积为 $\frac{52}{3}$, $AB = 6$, $A_1B_1 = 2$, 则 A_1A 与平面 ABC 所成角的正切值为 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. 2

D. 3

8. 设函数 $f(x) = (x+a)\ln(x+b)$, 若 $f(x) \geq 0$, 则 $a^2 + b^2$ 的最小值为 ()

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 1

二、多项选择题: 本大题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 6 分, 选对但不全的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 对于函数 $f(x) = \sin 2x$ 和 $g(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{4})$, 下列正确的有 ()

A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同零点

B. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同最大值

C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的最小正周期

D. $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图像有相同的对称轴

10. 抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的准线为 l , P 为 C 上的动点, 过 P 作 $\odot A: x^2 + (y-4)^2 = 1$ 的一条切线, Q 为切点, 过 P 作 l 的垂线, 垂足为 B , 则 ()

A. l 与 $\odot A$ 相切

B. 当 P, A, B 三点共线时, $|PQ| = \sqrt{15}$

C. 当 $|PB| = 2$ 时, $PA \perp AB$

D. 满足 $|PA| = |PB|$ 的点 P 有且仅有 2 个

11. 设函数 $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 1$, 则 ()

- A. 当 $a > 1$ 时, $f(x)$ 有三个零点
- B. 当 $a < 0$ 时, $x = 0$ 是 $f(x)$ 的极大值点
- C. 存在 a, b , 使得 $x = b$ 为曲线 $y = f(x)$ 的对称轴
- D. 存在 a , 使得点 $(1, f(1))$ 为曲线 $y = f(x)$ 的对称中心

三、填空题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_3 + a_4 = 7$, $3a_2 + a_5 = 5$, 则 $S_{10} =$ _____.

13. 已知 α 为第一象限角, β 为第三象限角, $\tan \alpha + \tan \beta = 4$, $\tan \alpha \tan \beta = \sqrt{2} + 1$, 则 $\sin(\alpha + \beta) =$ _____.

14. 在如图的 4×4 方格表中选 4 个方格, 要求每行和每列均恰有一个方格被选中, 则共有_____种选法, 在所有符合上述要求的选法中, 选中方格中的 4 个数之和的最大值是_____.

11	21	31	40
12	22	33	42
13	22	33	43
15	24	34	44

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sin A + \sqrt{3} \cos A = 2$.

(1) 求 A .

(2) 若 $a = 2$, $\sqrt{2}b \sin C = c \sin 2B$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

16. 已知函数 $f(x) = e^x - ax - a^3$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若 $f(x)$ 有极小值, 且极小值小于 0, 求 a 的取值范围.

17. 如图, 平面四边形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $CD = 3$, $AD = 5\sqrt{3}$, $\angle ADC = 90^\circ$,

$\angle BAD = 30^\circ$, 点 E, F 满足 $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5} \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$, 将 $\triangle AEF$ 沿 EF 对折至 $\triangle PEF$, 使得

$PC = 4\sqrt{3}$.

1. C

【分析】由复数模的计算公式直接计算即可.

【详解】若 $z = -1 - i$, 则 $|z| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$.

故选: C.

2. B

【分析】对于两个命题而言, 可分别取 $x = -1$ 、 $x = 1$, 再结合命题及其否定的真假性相反即可得解.

【详解】对于 p 而言, 取 $x = -1$, 则有 $|x+1| = 0 < 1$, 故 p 是假命题, $\neg p$ 是真命题,

对于 q 而言, 取 $x = 1$, 则有 $x^3 = 1^3 = 1 = x$, 故 q 是真命题, $\neg q$ 是假命题,

综上, $\neg p$ 和 q 都是真命题.

故选: B.

3. B

【分析】由 $(b-2a) \perp b$ 得 $b^2 = 2a \cdot b$, 结合 $|a| = 1, |a+2b| = 2$, 得 $1+4a \cdot b+4b^2 = 1+6b^2 = 4$,

由此即可得解.

【详解】因为 $(b-2a) \perp b$, 所以 $(b-2a) \cdot b = 0$, 即 $b^2 = 2a \cdot b$,

又因为 $|a| = 1, |a+2b| = 2$,

所以 $1+4a \cdot b+4b^2 = 1+6b^2 = 4$,

从而 $|b| = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选: B.

4. C

【分析】计算出前三段频数即可判断 A; 计算出低于 1100kg 的频数, 再计算比例即可判断 B; 根据极差计算方法即可判断 C; 根据平均值计算公式即可判断 D.

【详解】对于 A, 根据频数分布表可知, $6+12+18 = 36 < 50$,

所以亩产量的中位数不小于 1050kg, 故 A 错误;

对于 B, 亩产量不低于 1100kg 的频数为 $24+10 = 34$,

所以低于 1100kg 的稻田占比为 $\frac{100-34}{100} = 66\%$, 故 B 错误;

对于 C, 稻田亩产量的极差最大为 $1200-900 = 300$, 最小为 $1150-950 = 200$, 故 C 正确;

对于 D, 由频数分布表可得, 亩产量在 $[1050, 1100)$ 的频数为 $100 - (6 + 12 + 18 + 24 + 10) = 30$, 所以平均值为 $\frac{1}{100} \times (6 \times 925 + 12 \times 975 + 18 \times 1025 + 30 \times 1075 + 24 \times 1125 + 10 \times 1175) = 1067$, 故

D 错误.

故选: C.

5. A

【分析】设点 $M(x, y)$, 由题意, 根据中点的坐标表示可得 $P(x, 2y)$, 代入圆的方程即可求解.

【详解】设点 $M(x, y)$, 则 $P(x, y_0), P'(x, 0)$,

因为 M 为 PP' 的中点, 所以 $y_0 = 2y$, 即 $P(x, 2y)$,

又 P 在圆 $x^2 + y^2 = 16 (y > 0)$ 上,

所以 $x^2 + 4y^2 = 16 (y > 0)$, 即 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 (y > 0)$,

即点 M 的轨迹方程为 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 (y > 0)$.

故选: A

6. D

【分析】解法一: 令 $F(x) = ax^2 + a - 1, G(x) = \cos x$, 分析可知曲线 $y = F(x)$ 与 $y = G(x)$ 恰有一个交点, 结合偶函数的对称性可知该交点只能在 y 轴上, 即可得 $a = 2$, 并代入检验即可.

解法二: 令 $h(x) = f(x) - g(x), x \in (-1, 1)$, 可知 $h(x)$ 为偶函数, 根据偶函数的对称性可知 $h(x)$ 的零点只能为 0, 即可得 $a = 2$, 并代入检验即可.

【详解】解法一: 令 $f(x) = g(x)$, 即 $a(x+1)^2 - 1 = \cos x + 2ax$, 可得 $ax^2 + a - 1 = \cos x$,

令 $F(x) = ax^2 + a - 1, G(x) = \cos x$,

原题意等价于当 $x \in (-1, 1)$ 时, 曲线 $y = F(x)$ 与 $y = G(x)$ 恰有一个交点,

注意到 $F(x), G(x)$ 均为偶函数, 可知该交点只能在 y 轴上,

可得 $F(0) = G(0)$, 即 $a - 1 = 1$, 解得 $a = 2$,

若 $a = 2$, 令 $F(x) = G(x)$, 可得 $2x^2 + 1 - \cos x = 0$

因为 $x \in (-1, 1)$, 则 $2x^2 \geq 0, 1 - \cos x \geq 0$, 当且仅当 $x = 0$ 时, 等号成立,

可得 $2x^2 + 1 - \cos x \geq 0$, 当且仅当 $x = 0$ 时, 等号成立,

则方程 $2x^2 + 1 - \cos x = 0$ 有且仅有一个实根 0，即曲线 $y = F(x)$ 与 $y = G(x)$ 恰有一个交点，所以 $a = 2$ 符合题意；

综上所述： $a = 2$ 。

解法二：令 $h(x) = f(x) - g(x) = ax^2 + a - 1 - \cos x, x \in (-1, 1)$ ，

原题意等价于 $h(x)$ 有且仅有一个零点，

因为 $h(-x) = a(-x)^2 + a - 1 - \cos(-x) = ax^2 + a - 1 - \cos x = h(x)$ ，

则 $h(x)$ 为偶函数，

根据偶函数的对称性可知 $h(x)$ 的零点只能为 0，

即 $h(0) = a - 2 = 0$ ，解得 $a = 2$ ，

若 $a = 2$ ，则 $h(x) = 2x^2 + 1 - \cos x, x \in (-1, 1)$ ，

又因为 $2x^2 \geq 0, 1 - \cos x \geq 0$ 当且仅当 $x = 0$ 时，等号成立，

可得 $h(x) \geq 0$ ，当且仅当 $x = 0$ 时，等号成立，

即 $h(x)$ 有且仅有一个零点 0，所以 $a = 2$ 符合题意；

故选：D。

7. B

【分析】解法一：根据台体的体积公式可得三棱台的高 $h = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，做辅助线，结合正三棱台的结构特征求得 $AM = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，进而根据线面夹角的定义分析求解；解法二：将正三棱台

$ABC - A_1B_1C_1$ 补成正三棱锥 $P - ABC$ ， A_1A 与平面 ABC 所成角即为 PA 与平面 ABC 所成角，

根据比例关系可得 $V_{P-ABC} = 18$ ，进而可求正三棱锥 $P - ABC$ 的高，即可得结果。

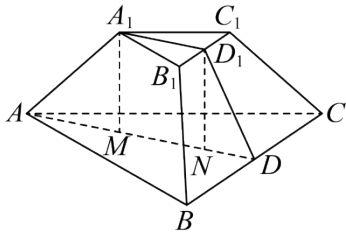
【详解】解法一：分别取 BC, B_1C_1 的中点 D, D_1 ，则 $AD = 3\sqrt{3}, A_1D_1 = \sqrt{3}$ ，

可知 $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}, S_{A_1B_1C_1} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$ ，

设正三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 的为 h ，

则 $V_{ABC-A_1B_1C_1} = \frac{1}{3} \left(9\sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{9\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \right) h = \frac{52}{3}$ ，解得 $h = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，

如图，分别过 A_1, D_1 作底面垂线，垂足为 M, N ，设 $AM = x$ ，



则 $AA_1 = \sqrt{AM^2 + A_1M^2} = \sqrt{x^2 + \frac{16}{3}}$, $DN = AD - AM - MN = 2\sqrt{3} - x$,

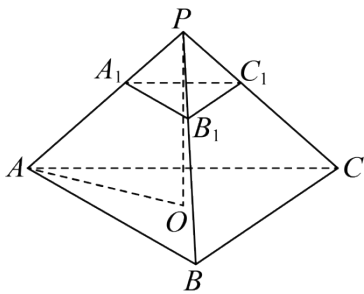
可得 $DD_1 = \sqrt{DN^2 + D_1N^2} = \sqrt{(2\sqrt{3} - x)^2 + \frac{16}{3}}$,

结合等腰梯形 BCC_1B_1 可得 $BB_1^2 = \left(\frac{6-2}{2}\right)^2 + DD_1^2$,

即 $x^2 + \frac{16}{3} = (2\sqrt{3} - x)^2 + \frac{16}{3} + 4$, 解得 $x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$,

所以 A_1A 与平面 ABC 所成角的正切值为 $\tan \angle A_1AD = \frac{A_1M}{AM} = 1$;

解法二：将正三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 补成正三棱锥 $P - ABC$,



则 A_1A 与平面 ABC 所成角即为 PA 与平面 ABC 所成角,

因为 $\frac{PA_1}{PA} = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{V_{P-A_1B_1C_1}}{V_{P-ABC}} = \frac{1}{27}$,

可知 $V_{ABC-A_1B_1C_1} = \frac{26}{27}V_{P-ABC} = \frac{52}{3}$, 则 $V_{P-ABC} = 18$,

设正三棱锥 $P - ABC$ 的高为 d , 则 $V_{P-ABC} = \frac{1}{3}d \times \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18$, 解得 $d = 2\sqrt{3}$,

取底面 ABC 的中心为 O , 则 $PO \perp$ 底面 ABC , 且 $AO = 2\sqrt{3}$,

所以 PA 与平面 ABC 所成角的正切值 $\tan \angle PAO = \frac{PO}{AO} = 1$.

故选: B.

8. C

【分析】解法一：由题意可知： $f(x)$ 的定义域为 $(-b, +\infty)$, 分类讨论 $-a$ 与 $-b, 1-b$

的大小关系，结合符号分析判断，即可得 $b = a + 1$ ，代入可得最值；解法二：根据对数函数的性质分析 $\ln(x+b)$ 的符号，进而可得 $x+a$ 的符号，即可得 $b = a + 1$ ，代入可得最值.

【详解】解法一：由题意可知： $f(x)$ 的定义域为 $(-b, +\infty)$ ，

令 $x+a=0$ 解得 $x=-a$ ；令 $\ln(x+b)=0$ 解得 $x=1-b$ ；

若 $-a \leq -b$ ，当 $x \in (-b, 1-b)$ 时，可知 $x+a > 0, \ln(x+b) < 0$ ，

此时 $f(x) < 0$ ，不合题意；

若 $-b < -a < 1-b$ ，当 $x \in (-a, 1-b)$ 时，可知 $x+a > 0, \ln(x+b) < 0$ ，

此时 $f(x) < 0$ ，不合题意；

若 $-a = 1-b$ ，当 $x \in (-b, 1-b)$ 时，可知 $x+a < 0, \ln(x+b) < 0$ ，此时 $f(x) > 0$ ；

当 $x \in [1-b, +\infty)$ 时，可知 $x+a \geq 0, \ln(x+b) \geq 0$ ，此时 $f(x) \geq 0$ ；

可知若 $-a = 1-b$ ，符合题意；

若 $-a > 1-b$ ，当 $x \in (1-b, -a)$ 时，可知 $x+a < 0, \ln(x+b) > 0$ ，

此时 $f(x) < 0$ ，不合题意；

综上所述： $-a = 1-b$ ，即 $b = a + 1$ ，

则 $a^2 + b^2 = a^2 + (a+1)^2 = 2\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$ ，当且仅当 $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$ 时，等号成立，

所以 $a^2 + b^2$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$ ；

解法二：由题意可知： $f(x)$ 的定义域为 $(-b, +\infty)$ ，

令 $x+a=0$ 解得 $x=-a$ ；令 $\ln(x+b)=0$ 解得 $x=1-b$ ；

则当 $x \in (-b, 1-b)$ 时， $\ln(x+b) < 0$ ，故 $x+a \leq 0$ ，所以 $1-b+a \leq 0$ ；

$x \in (1-b, +\infty)$ 时， $\ln(x+b) > 0$ ，故 $x+a \geq 0$ ，所以 $1-b+a \geq 0$ ；

故 $1-b+a = 0$ ，则 $a^2 + b^2 = a^2 + (a+1)^2 = 2\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$ ，

当且仅当 $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$ 时，等号成立，

所以 $a^2 + b^2$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$ 。

故选：C.

【点睛】关键点睛：分别求 $x+a=0$ 、 $\ln(x+b)=0$ 的根，以根和函数定义域为临界，比较大小的分类讨论，结合符号性分析判断。

9. BC

【分析】根据正弦函数的零点，最值，周期公式，对称轴方程逐一分析每个选项即可。

【详解】A 选项，令 $f(x) = \sin 2x = 0$ ，解得 $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$ ，即为 $f(x)$ 零点，

令 $g(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$ ，解得 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}, k \in \mathbf{Z}$ ，即为 $g(x)$ 零点，

显然 $f(x), g(x)$ 零点不同，A 选项错误；

B 选项，显然 $f(x)_{\max} = g(x)_{\max} = 1$ ，B 选项正确；

C 选项，根据周期公式， $f(x), g(x)$ 的周期均为 $\frac{2\pi}{2} = \pi$ ，C 选项正确；

D 选项，根据正弦函数的性质 $f(x)$ 的对称轴满足 $2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}$ ，

$g(x)$ 的对称轴满足 $2x - \frac{\pi}{4} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}, k \in \mathbf{Z}$ ，

显然 $f(x), g(x)$ 图像的对称轴不同，D 选项错误。

故选：BC

10. ABD

【分析】A 选项，抛物线准线为 $x=-1$ ，根据圆心到准线的距离来判断；B 选项， P, A, B 三点共线时，先求出 P 的坐标，进而得出切线长；C 选项，根据 $|PB|=2$ 先算出 P 的坐标，然后验证 $k_{PA}k_{AB} = -1$ 是否成立；D 选项，根据抛物线的定义， $|PB|=|PF|$ ，于是问题转化成 $|PA|=|PF|$ 的 P 点的存在性问题，此时考察 AF 的中垂线和抛物线的交点个数即可，亦可直接设 P 点坐标进行求解。

【详解】A 选项，抛物线 $y^2 = 4x$ 的准线为 $x=-1$ ，

e 的圆心 $(0, 4)$ 到直线 $x=-1$ 的距离显然是 1，等于圆的半径，

故准线 l 和 e 相切，A 选项正确；

B 选项， P, A, B 三点共线时，即 $PA \perp l$ ，则 P 的纵坐标 $y_P = 4$ ，

由 $y_P^2 = 4x_P$ ，得到 $x_P = 4$ ，故 $P(4, 4)$ ，

此时切线长 $|PQ| = \sqrt{|PA|^2 - r^2} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$ ，B 选项正确；

C 选项, 当 $|PB|=2$ 时, $x_p=1$, 此时 $y_p^2=4x_p=4$, 故 $P(1,2)$ 或 $P(1,-2)$,

当 $P(1,2)$ 时, $A(0,4), B(-1,2)$, $k_{PA}=\frac{4-2}{0-1}=-2$, $k_{AB}=\frac{4-2}{0-(-1)}=2$,

不满足 $k_{PA}k_{AB}=-1$;

当 $P(1,-2)$ 时, $A(0,4), B(-1,2)$, $k_{PA}=\frac{4-(-2)}{0-1}=-6$, $k_{AB}=\frac{4-(-2)}{0-(-1)}=6$,

不满足 $k_{PA}k_{AB}=-1$;

于是 $PA \perp AB$ 不成立, C 选项错误;

D 选项, 方法一: 利用抛物线定义转化

根据抛物线的定义, $|PB|=|PF|$, 这里 $F(1,0)$,

于是 $|PA|=|PB|$ 时 P 点的存在性问题转化成 $|PA|=|PF|$ 时 P 点的存在性问题,

$A(0,4), F(1,0)$, AF 中点 $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$, AF 中垂线的斜率为 $-\frac{1}{k_{AF}}=\frac{1}{4}$,

于是 AF 的中垂线方程为: $y=\frac{2x+15}{8}$, 与抛物线 $y^2=4x$ 联立可得 $y^2-16y+30=0$,

$\Delta=16^2-4 \times 30=136 > 0$, 即 AF 的中垂线和抛物线有两个交点,

即存在两个 P 点, 使得 $|PA|=|PF|$, D 选项正确.

方法二: (设点直接求解)

设 $P\left(\frac{t^2}{4}, t\right)$, 由 $PB \perp l$ 可得 $B(-1, t)$, 又 $A(0,4)$, 又 $|PA|=|PB|$,

根据两点间的距离公式, $\sqrt{\frac{t^4}{16}+(t-4)^2}=\frac{t^2}{4}+1$, 整理得 $t^2-16t+30=0$,

$\Delta=16^2-4 \times 30=136 > 0$, 则关于 t 的方程有两个解,

即存在两个这样的 P 点, D 选项正确.

故选: ABD

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/256011024105010150>