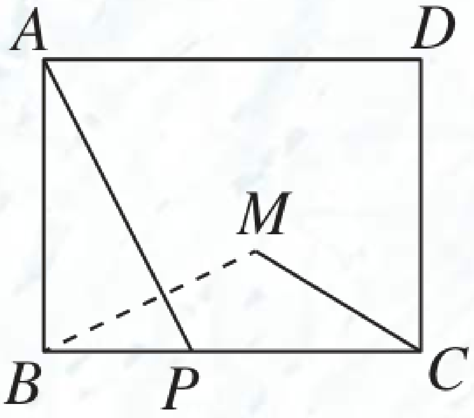
阶段拔尖专训3 常考的隐圆模型

模型1 定点定长模型（圆的定义）

1.[2024·盐城期中] 如图，在矩形$ABCD$中，已知$AB=3$，$BC=4$，点P是BC边上一动点（点P不与B，C重合），连接AP，作点B关于AP所在直线的对称点M，则线段MC的最小值为(A)

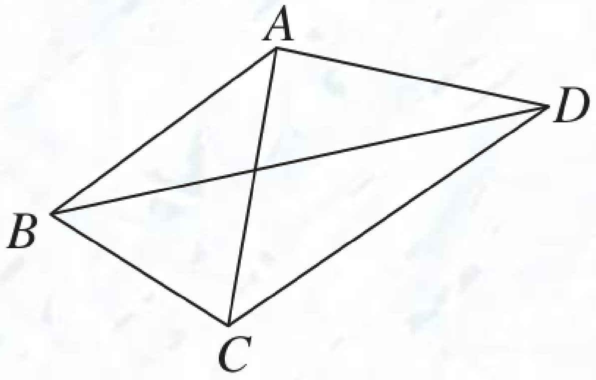


A.2　　B.$\frac{5}{2}$　　C.3　　D.$\sqrt{10}$

2.如图，已知$AB = AC = AD$，

$\angle CBD = 2\angle BDC$，$\angle BAC = 44°$，

求$\angle CAD$的度数.



解：$\because AB = AC = AD$，

$\therefore B$，C，D三点在以A为圆心，AB长为半径的圆上.

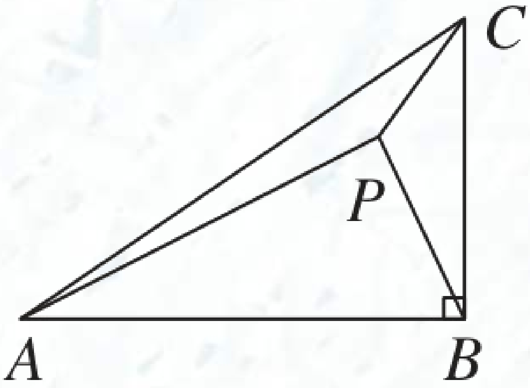
$\therefore \angle CAD = 2\angle CBD$，$\angle BAC = 2\angle BDC$.

$\because \angle CBD = 2\angle BDC$，$\angle BAC = 44°$，

$\therefore \angle CAD = 2\angle BAC = 88°$.

模型2 定边对直角模型（直角对直径）

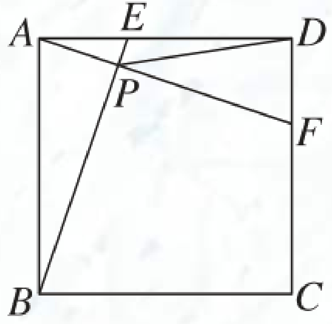
3.[2024·黄山模拟] 如图，在Rt△ABC中，$AB \perp BC$，$AB=6$，$BC=4$，点P是△ABC内部的一个动点，连接PC，且满足$\angle PAB=\angle PBC$.



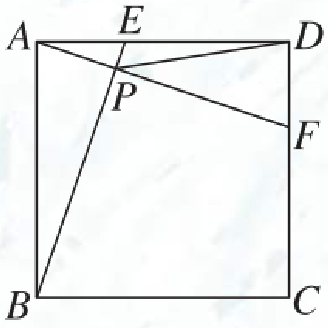
（1）$\angle APB=$ <u>90°</u>；

（2）当线段CP最短时，△BCP的面积为 <u>$\frac{12}{5}$</u>.

4.[2024·连云港月考] 如图，在正方形$ABCD$中，$AB=2$，动点E从点A出发向点D运动，同时动点F从点D出发向点C运动，点E，F的运动速度相同，当它们到达各自终点时停止运动，运动过程中线段AF，BE相交于点P，求线段DP的最小值.



解：∵ 动点F，E的运动速度相同，



$\therefore DF = AE.$

∵ 四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore AD = AB = 2$，

$\angle BAE = \angle ADF = 90°$.

在$\triangle ABE$和$\triangle DAF$中，$\begin{cases} AB = DA, \\ \angle BAE = \angle ADF, \\ AE = DF, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DAF. \therefore \angle ABE = \angle DAF.$

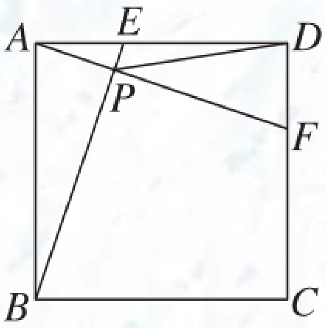
$\because \angle ABE + \angle BEA = 90°$ ，

$\therefore \angle FAD + \angle BEA = 90°$.

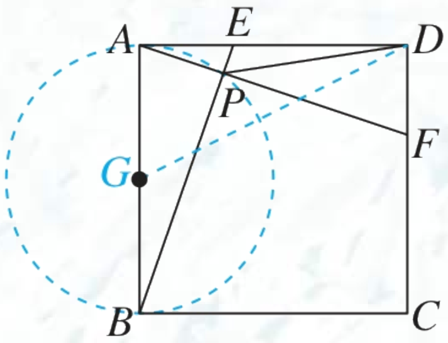
$\therefore \angle APE = 90°$.

$\therefore \angle APB = 90°$.

$\therefore$ 点P在运动中始终保持$\angle APB = 90°$.



∴ 点P的路径是一段以AB为直径的弧，如图.



设AB的中点为G，则$AG=\frac{1}{2}AB=1$.

连接DG,交弧于点P，此时DP的长度最小，

在Rt△ADG中，$DG=\sqrt{AG^2+AD^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

$\because PG=AG=1$，$\therefore DP=DG-PG=\sqrt{5}-1$,

即线段DP的最小值为$\sqrt{5}-1$.

模型3 定边对定角模型（定弦定角模型）

5.[2024·厦门月考] 如图，在$\triangle ABC$中，$BC = 2$，点A为动点，在点A运动的过程中始终有$\angle BAC = 45°$，则$\triangle ABC$面积的最大值为<u>$\sqrt{2}+1$</u>.