

2024 年甘肃陇南中考数学试题及答案

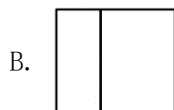
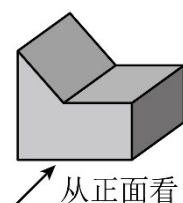
考生注意：本试卷满分为 150 分，考试时间为 120 分钟。所有试题均在答题卡上作答，否则无效。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个正确选项。

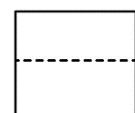
1. 下列各数中，比 -2 小的数是（ ）

- A. -1 B. -4 C. 4 D. 1

2. 如图所示，该几何体的主视图是（ ）



D.



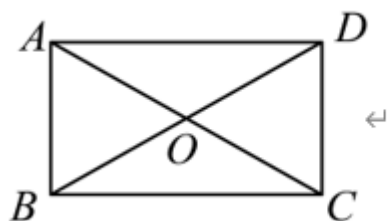
3. 若 $\angle A = 55^\circ$ ，则 $\angle A$ 的补角为（ ）

- A. 35° B. 45° C. 115° D. 125°

4. 计算： $\frac{4a}{2a-b} - \frac{2b}{2a-b} =$ （ ）

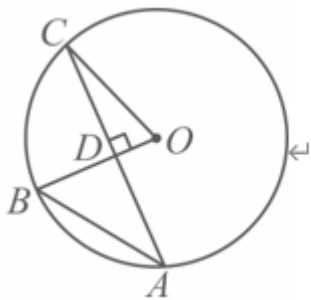
- A. 2 B. $2a-b$ C. $\frac{2}{2a-b}$ D. $\frac{a-b}{2a-b}$

5. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $\angle ABD = 60^\circ$ ， $AB = 2$ ，则 AC 的长为（ ）



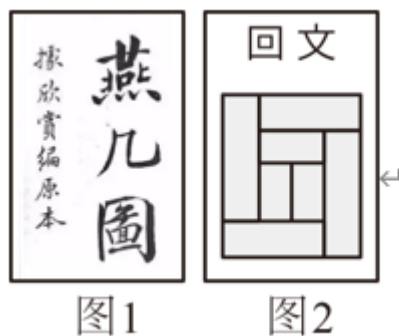
- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

6. 如图，点 A ， B ， C 在 $\odot O$ 上， $AC \perp OB$ ，垂足为 D ，若 $\angle A = 35^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数是（ ）



- A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

7. 如图 1, “燕几”即宴几, 是世界上最早的一套组合桌, 由北宋进士黄伯思设计. 全套“燕几”一共有七张桌子, 包括两张长桌、两张中桌和三张小桌, 每张桌面的宽都相等. 七张桌面分开可组合成不同的图形. 如图 2 给出了《燕几图》中名称为“回文”的桌面拼合方式, 若设每张桌面的宽为 x 尺, 长桌的长为 y 尺, 则 y 与 x 的关系可以表示为 ()



- A. $y = 3x$ B. $y = 4x$ C. $y = 3x + 1$ D.

$$y = 4x + 1$$

8. 近年来, 我国重视农村电子商务的发展. 下面的统计图反映了 2016—2023 年中国农村网络零售额情况. 根据统计图提供的信息, 下列结论错误的是 ()



- A. 2023 年中国农村网络零售额最高

- B. 2016 年中国农村网络零售额最低
- C. 2016—2023 年，中国农村网络零售额持续增加
- D. 从 2020 年开始，中国农村网络零售额突破 20000 亿元

9. 敦煌文书是华夏民族引以为傲的艺术瑰宝，其中敦煌《算经》中出现的《田积表》部分如图 1 所示，它以表格形式将矩形土地的面积直观展示，可迅速准确地查出边长 10 步到 60 步的矩形田地面积，极大地提高了农田面积的测量效率．如图 2 是复原的部分《田积表》，表中对田地的长和宽都用步来表示，A 区域表示的是长 15 步，宽 16 步的田地面积为 一亩，用有序数对记为(15,16)，那么有序数对记为(12,17)对应的田地面积为（ ）



图1

20步	19步	18步	17步	16步	15步	14步	13步	12步	11步	10步	
一亩 半四十 步	一亩 半三十 步	一亩 半二十 步	一亩 半一十 步	一亩 半八 步	一亩 半六十 步	一亩 半四十 步	一亩 半三十 步	一亩 半二十 步	一亩 半一十 步	半亩 八十 步	20步
	一亩 半一十 步	一亩 半二十 步	一亩 半三十 步	一亩 半四十 步	一亩 半五十 步	一亩 半六十 步	一亩 半七十 步	一亩 半八十 步	一亩 半九十 步	半亩 七十 步	19步
		一亩 半四十 步	一亩 半六十 步	一亩 半八十 步	一亩 半九十 步	一亩 半一十 步	一亩 半二十 步	一亩 半三十 步	一亩 半四十 步	一亩 半五十 步	18步
			一亩 半六十 步	一亩 半八十 步	一亩 半九十 步	一亩 半一十 步	一亩 半二十 步	一亩 半三十 步	一亩 半四十 步	一亩 半五十 步	17步
二十			一亩 半八十 步	一亩 半九十 步	一亩 半一十 步	一亩 半二十 步	一亩 半三十 步	一亩 半四十 步	一亩 半五十 步	一亩 半六十 步	16步
				一亩 半九十 步	一亩 半一十 步	一亩 半二十 步	一亩 半三十 步	一亩 半四十 步	一亩 半五十 步	一亩 半六十 步	15步
					一亩 半一十 步	一亩 半二十 步	一亩 半三十 步	一亩 半四十 步	一亩 半五十 步	一亩 半六十 步	14步
						一亩 半二十 步	一亩 半三十 步	一亩 半四十 步	一亩 半五十 步	一亩 半六十 步	13步
							一亩 半三十 步	一亩 半四十 步	一亩 半五十 步	一亩 半六十 步	12步
								一亩 半四十 步	一亩 半五十 步	一亩 半六十 步	11步

图2

- A. 一亩八十步
- B. 一亩二十步
- C. 半亩七十八步
- D. 半亩八十四步

10. 如图 1，动点 P 从菱形 ABCD 的点 A 出发，沿边 $AB \rightarrow BC$ 匀速运动，运动到点 C 时停止．设点 P 的运动路程为 x，PO 的长为 y，y 与 x 的函数图象如图 2 所示，当点 P 运动到 BC 中点时，PO 的长为（ ）

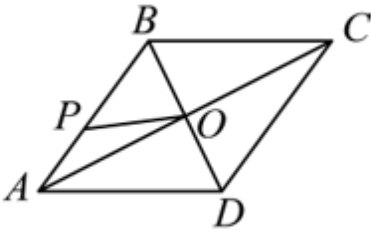


图1

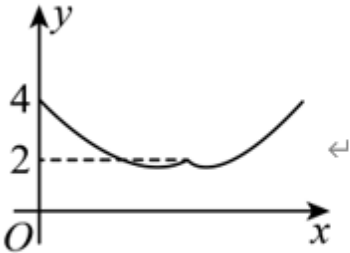


图2

A. 2

B. 3

C. $\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{2}$

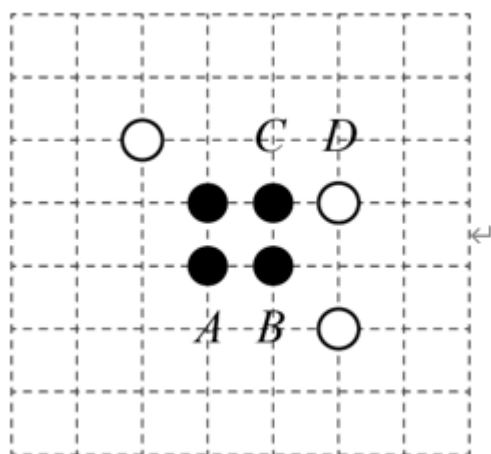
二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

11. 因式分解： $2x^2 - 8 =$ _____.

12. 已知一次函数 $y = -2x + 4$ ，当自变量 $x > 2$ 时，函数 y 的值可以是_____（写出一个合理的值即可）.

13. 定义一种新运算 $*$ ，规定运算法则为： $m * n = m^n - mn$ （ m, n 均为整数，且 $m \neq 0$ ）. 例： $2 * 3 = 2^3 - 2 \times 3 = 2$ ，则 $(-2) * 2 =$ _____.

14. 围棋起源于中国，古代称为“弈”. 如图是两位同学的部分对弈图，轮到白方落子，观察棋盘，白方如果落子于点_____的位置，则所得的对弈图是轴对称图形.（填写 A, B, C, D 中的一处即可， A, B, C, D 位于棋盘的格点上）



15. 如图 1 为一汽车停车棚，其棚顶的横截面可以看作是抛物线的一部分，如图 2 是棚顶的竖直高度 y （单位：m）与距离停车棚支柱 AO 的水平距离 x （单位：m）近似满足函数关系 $y = -0.02x^2 + 0.3x + 1.6$ 的图象，点 $B(6, 2.68)$ 在图象上. 若一辆箱式货车需在停车棚下避雨，货车截面看作长 $CD = 4\text{m}$ ，高 $DE = 1.8\text{m}$ 的矩形，则可判定货车_____完全停到车棚内（填“能”或“不能”）.



图1

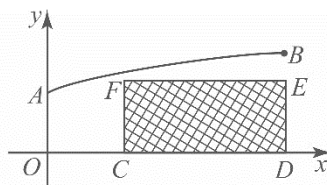
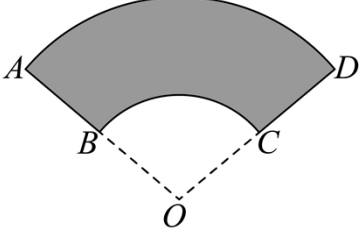


图2

16. 甘肃临夏砖雕是一种历史悠久的古建筑装饰艺术，是第一批国家级非物质文化遗产. 如

图 1 是一块扇面形的临夏砖雕作品，它的部分设计图如图 2，其中扇形 OBC 和扇形 OAD 有相同的圆心 O ，且圆心角 $\angle O = 100^\circ$ ，若 $OA = 120\text{ cm}$ ， $OB = 60\text{ cm}$ ，则阴影部分的面积是_____ cm^2 。（结果用 π 表示）



三、解答题：本大题共 6 小题，共 46 分。解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 计算： $\sqrt{18} - \sqrt{12} \times \sqrt{\frac{3}{2}}$ 。

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2(x-2) < x+3 \\ \frac{x+1}{2} < 2x \end{cases}$$

19. 先化简，再求值： $\left[(2a+b)^2 - (2a+b)(2a-b) \right] \div 2b$ ，其中 $a=2$ ， $b=-1$ 。

20. 马家窑文化以发达的彩陶著称于世，其陶质坚固，器表细腻，红、黑、白彩共用，彩绘线条流畅细致，图案繁缛多变，形成了绚丽典雅的艺术风格，创造了一大批令人惊叹的彩陶艺术精品，体现了古代劳动人民的智慧。如图 1 的彩陶纹样呈现的是三等分圆周，古人用等边三角形三点定位的方法确定圆周的三等分点，这种方法和下面三等分圆周的方法相通。如图 2，已知 $\odot O$ 和圆上一点 M 。作法如下：

①以点 M 为圆心， OM 长为半径，作弧交 $\odot O$ 于 A ， B 两点；

②延长 MO 交 $\odot O$ 于点 C ；

即点 A ， B ， C 将 $\odot O$ 的圆周三等分。



彩陶纹样



三点定位法三等分圆周

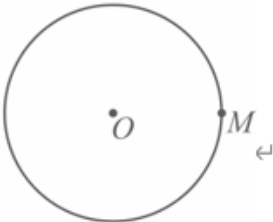


图2

(1) 请你依据以上步骤，用不带刻度的直尺和圆规在图 2 中将 $\odot O$ 的圆周三等分（保留作

图痕迹，不写作法）；

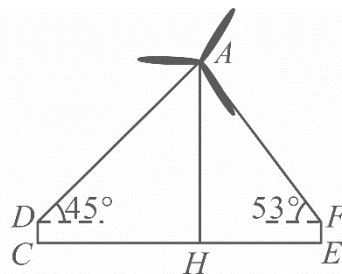
(2) 根据(1)画出的图形，连接 AB ， AC ， BC ，若 $\odot O$ 的半径为 2cm ，则 $\triangle ABC$ 的周长为_____ cm 。

21. 在一只不透明的布袋中，装有质地、大小均相同的四个小球，小球上分别标有数字 1，2，3，4。甲乙两人玩摸球游戏，规则为：两人同时从袋中随机各摸出 1 个小球，若两球上的数字之和为奇数，则甲胜；若两球上的数字之和为偶数，则乙胜。

(1) 请用画树状图或列表的方法，求甲获胜的概率。

(2) 这个游戏规则对甲乙双方公平吗？请说明理由。

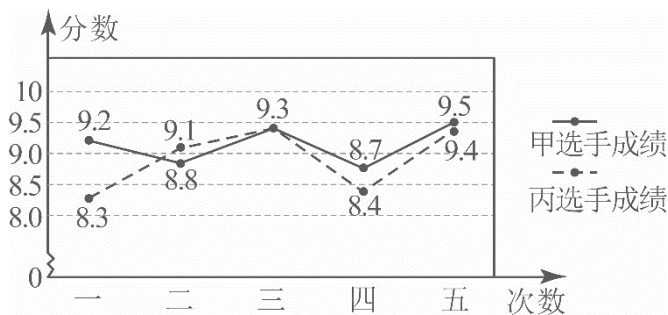
22. 习近平总书记于 2021 年指出，中国将力争 2030 年前实现碳达峰、2060 年前实现碳中和。甘肃省风能资源丰富，风力发电发展迅速。某学习小组成员查阅资料得知，在风力发电机组中，“风电塔筒”非常重要，它的高度是一个重要的设计参数。于是小组成员开展了“测量风电塔筒高度”的实践活动。如图，已知一风电塔筒 AH 垂直于地面，测角仪 CD ， EF 在 AH 两侧， $CD = EF = 1.6\text{m}$ ，点 C 与点 E 相距 182m （点 C ， H ， E 在同一条直线上），在 D 处测得筒尖顶点 A 的仰角为 45° ，在 F 处测得筒尖顶点 A 的仰角为 53° 。求风电塔筒 AH 的高度。（参考数据： $\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$ ， $\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$ ， $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$ 。）



四、解答题：本大题共 5 小题，共 50 分。解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

23. 在阳光中学运动会跳高比赛中，每位选手要进行五轮比赛，张老师对参加比赛的甲、乙、丙三位选手的得分（单位：分，满分 10 分）进行了数据的收集、整理和分析，信息如下：

信息一：甲、丙两位选手的得分折线图：



信息二：选手乙五轮比赛部分成绩：其中三个得分分别是9.0,8.9,8.3；

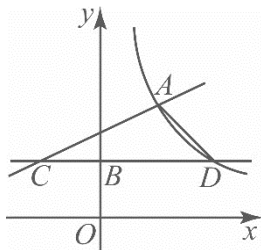
信息三：甲、乙、丙三位选手五轮比赛得分的平均数、中位数数据如下：

选手 统计 量	甲	乙	丙
平均 数	m	9.1	8.9
中位 数	9.2	9.0	n

根据以上信息，回答下列问题：

- 写出表中 m , n 的值： $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- 从甲、丙两位选手的得分折线图中可知，选手 发挥的稳定性更好（填“甲”或“丙”）；
- 该校现准备推荐一位选手参加市级比赛，你认为应该推荐哪位选手，请说明理由．

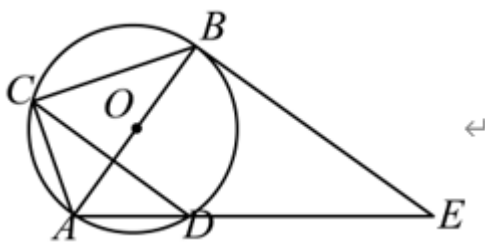
24. 如图，在平面直角坐标系中，将函数 $y = ax$ 的图象向上平移 3 个单位长度，得到一次函数 $y = ax + b$ 的图象，与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 $A(2, 4)$ ．过点 $B(0, 2)$ 作 x 轴的平行线分别交 $y = ax + b$ 与 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象于 C , D 两点．



(1) 求一次函数 $y = ax + b$ 和反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的表达式;

(2) 连接 AD , 求 $\triangle ACD$ 的面积.

25. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\widehat{BC} = \widehat{BD}$, 点 E 在 AD 的延长线上, 且 $\angle ADC = \angle AEB$.



(1) 求证: BE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 当 $\odot O$ 的半径为 2, $BC = 3$ 时, 求 $\tan \angle AEB$ 的值.

26. 【模型建立】

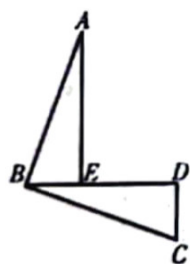


图1

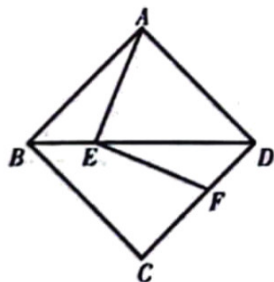


图2

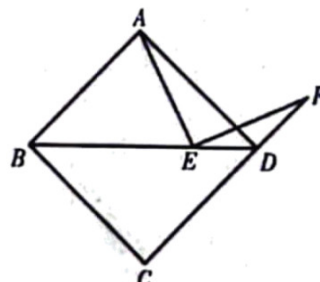


图3

(1) 如图 1, 已知 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCD$, $AB \perp BC$, $AB = BC$, $CD \perp BD$, $AE \perp BD$. 用等式写出线段 AE , DE , CD 的数量关系, 并说明理由.

【模型应用】

(2) 如图 2, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E , F 分别在对角线 BD 和边 CD 上, $AE \perp EF$, $AE = EF$. 用等式写出线段 BE , AD , DF 的数量关系, 并说明理由.

【模型迁移】

(3) 如图 3, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在对角线 BD 上, 点 F 在边 CD 的延长线上, $AE \perp EF$, $AE = EF$. 用等式写出线段 BE , AD , DF 的数量关系, 并说明理由.

27. 如图 1, 抛物线 $y = a(x-h)^2 + k$ 交 x 轴于 O , $A(4,0)$ 两点, 顶点为 $B(2, 2\sqrt{3})$. 点 C 为 OB 的中点.

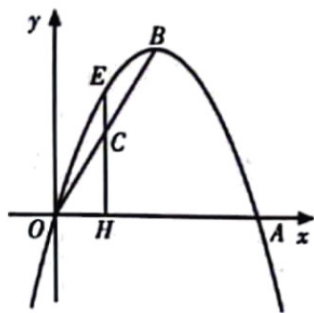


图1

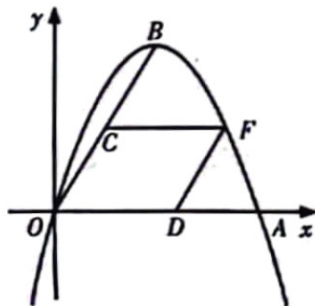


图2

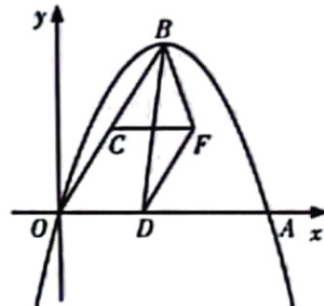


图3

(1) 求抛物线 $y = a(x-h)^2 + k$ 的表达式;

(2) 过点 C 作 $CH \perp OA$, 垂足为 H , 交抛物线于点 E . 求线段 CE 的长.

(3) 点 D 为线段 OA 上一动点 (O 点除外), 在 OC 右侧作平行四边形 $OCFD$.

①如图 2, 当点 F 落在抛物线上时, 求点 F 的坐标;

②如图 3, 连接 BD , BF , 求 $BD + BF$ 的最小值.

参考答案

考生注意: 本试卷满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟. 所有试题均在答题卡上作答, 否则无效.

一、选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 每小题只有一个正确选项.

1. 下列各数中, 比 -2 小的数是 ()

A. -1

B. -4

C. 4

D. 1

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了有理数比较大小, 根据正数大于 0, 0 大于负数, 两个负数比较大, 绝对值越大其值越小进行求解即可.

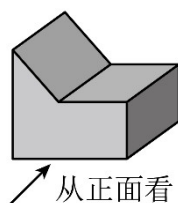
【详解】解: $\because |-4| = 4 > |-2| = 2 > |-1| = 1$,

$\therefore -4 < -2 < -1 < 1 < 4$,

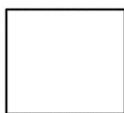
$\therefore$ 四个数中比 -2 小的数是 -4 ,

故选: B.

2. 如图所示, 该几何体的主视图是 ()



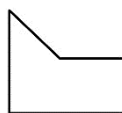
A.



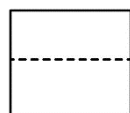
B.



C.



D.



【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了简单组合体的三视图，根据从正面看得到的图形是主视图，可得答案.

【详解】解：从正面看得到是图形是：



故选：C.

3. 若 $\angle A = 55^\circ$ ，则 $\angle A$ 的补角为（ ）

A. 35°

B. 45°

C. 115°

D. 125°

【答案】D

【解析】

【分析】根据和为 180° 的两个角互为补角，计算即可.

本题考查了补角，熟练掌握定义是解题的关键.

【详解】 $\angle A = 55^\circ$ 。

则 $\angle A$ 的补角为 $180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$ 。

故选：D.

4. 计算： $\frac{4a}{2a-b} - \frac{2b}{2a-b} =$ （ ）

A. 2

B. $2a-b$

C. $\frac{2}{2a-b}$

D. $\frac{a-b}{2a-b}$

【答案】A

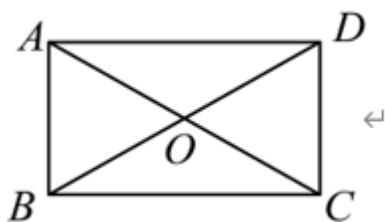
【解析】

【分析】本题主要考查了同分母分式减法计算，熟知相关计算法则是解题的关键.

【详解】解： $\frac{4a}{2a-b} - \frac{2b}{2a-b} = \frac{4a-2b}{2a-b} = \frac{2(2a-b)}{2a-b} = 2$ ，

故选：A.

5. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $\angle ABD = 60^\circ$ ， $AB = 2$ ，则 AC 的长为（ ）



A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

【答案】C

【解析】

【分析】根据矩形 $ABCD$ 的性质，得 $OA = OB = OC = OD = \frac{1}{2}AC$ ，结合 $\angle ABD = 60^\circ$ ，得到 $\triangle AOB$ 是等边三角形，结合 $AB = 2$ ，得到 $OA = OB = AB = \frac{1}{2}AC$ ，解得即可.

本题考查了矩形的性质，等边三角形的判定和性质，熟练掌握矩形的性质是解题的关键.

【详解】根据矩形 $ABCD$ 的性质，得 $OA = OB = OC = OD = \frac{1}{2}AC$ ，

$\because \angle ABD = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形，

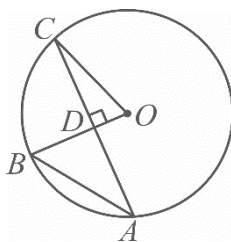
$\because AB = 2$ ，

$\therefore OA = OB = AB = \frac{1}{2}AC = 2$ ，

解得 $AC = 4$.

故选 C.

6. 如图，点 A ， B ， C 在 $\odot O$ 上， $AC \perp OB$ ，垂足为 D ，若 $\angle A = 35^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数是（ ）



- A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

【答案】A

【解析】

【分析】根据 $\angle A = 35^\circ$ 得到 $\angle O = 70^\circ$ ，根据 $AC \perp OB$ 得到 $\angle CDO = 90^\circ$ ，根据直角三角形的两个锐角互余，计算即可．

本题考查了圆周角定理，直角三角形的性质，熟练掌握圆周角定理，直角三角形的性质是解题的关键．

【详解】 $\because \angle A = 35^\circ$ ，

$\therefore \angle O = 70^\circ$ ，

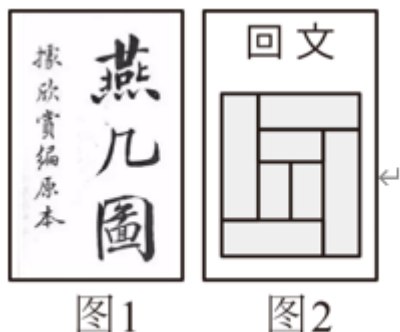
$\because AC \perp OB$ ，

$\therefore \angle CDO = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 90^\circ - \angle O = 20^\circ$ ．

故选 C．

7. 如图 1，“燕几”即宴几，是世界上最早的一套组合桌，由北宋进士黄伯思设计．全套“燕几”一共有七张桌子，包括两张长桌、两张中桌和三张小桌，每张桌面的宽都相等．七张桌面分开可组合成不同的图形．如图 2 给出了《燕几图》中名称为“回文”的桌面拼合方式，若设每张桌面的宽为 x 尺，长桌的长为 y 尺，则 y 与 x 的关系可以表示为（ ）



- A. $y = 3x$ B. $y = 4x$ C. $y = 3x + 1$ D.

$y = 4x + 1$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了列函数关系式，观察可知，小桌的长是小桌宽的两倍，则小桌的长是 $2x$ ，再根据长桌的长等于小桌的长加上 2 倍的小桌的宽列出对应的函数关系式即可。

【详解】解：由题意可得，小桌的长是小桌宽的两倍，则小桌的长是 $2x$ ，

$\therefore y = x + x + 2x = 4x$ ，

故选：B.

8. 近年来，我国重视农村电子商务的发展. 下面的统计图反映了 2016—2023 年中国农村网络零售额情况. 根据统计图提供的信息，下列结论错误的是（ ）



- A. 2023 年中国农村网络零售额最高
- B. 2016 年中国农村网络零售额最低
- C. 2016—2023 年，中国农村网络零售额持续增加
- D. 从 2020 年开始，中国农村网络零售额突破 20000 亿元

【答案】D

【解析】

【分析】根据统计图提供信息解答即可.

本题考查了统计图的应用，熟练掌握统计图的意义是解题的关键.

【详解】A. 根据统计图信息，得到

$8945 < 12449 < 13679 < 17083 < 17946 < 20500 < 21700 < 24900$ ，

故 2023 年中国农村网络零售额最高，正确，不符合题意；

- B. 根据题意，得 $8945 < 12449 < 13679 < 17083 < 17946 < 20500 < 21700 < 24900$ ，故 2016 年中国农村网络零售额最低，正确，不符合题意；
- C. 根据题意，得 $8945 < 12449 < 13679 < 17083 < 17946 < 20500 < 21700 < 24900$ ，故 2016—2023 年，中国农村网络零售额持续增加，正确，不符合题意；
- D. 从 2021 年开始，中国农村网络零售额突破 20000 亿元，原说法错误，符合题意；
- 故选 D.

9. 敦煌文书是华夏民族引以为傲的艺术瑰宝，其中敦煌《算经》中出现的《田积表》部分如图 1 所示，它以表格形式将矩形土地的面积直观展示，可迅速准确地查出边长 10 步到 60 步的矩形田地面积，极大地提高了农田面积的测量效率。如图 2 是复原的部分《田积表》，表中对田地的长和宽都用步来表示，A 区域表示的是长 15 步，宽 16 步的田地面积为二亩，用有序数对记为 $(15,16)$ ，那么有序数对记为 $(12,17)$ 对应的田地面积为（ ）



图1

20步	19步	18步	17步	16步	15步	14步	13步	12步	11步	10步	
一亩 半四十步	一亩 半三十步	一亩 半二十步	一亩 半一十步	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	20步
	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	19步
		一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	18步
			一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	17步
				一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	16步
					一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	15步
						一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	14步
							一亩 半	一亩 半	一亩 半	一亩 半	13步
								一亩 半	一亩 半	一亩 半	12步
									一亩 半	一亩 半	11步

图2

- A. 一亩八十步 B. 一亩二十步 C. 半亩七十八步 D. 半亩八十四步

【答案】D

【解析】

【分析】根据 $(15,16)$ 可得，横从上面从右向左看，纵从右边自下而上看，解答即可。

本题考查了坐标与位置的应用，熟练掌握坐标与位置的应用是解题的关键。

【详解】根据 $(15,16)$ 可得，横从上面从右向左看，纵从右边自下而上看，

故 $(12,17)$ 对应的是半亩八十四步，

故选 D.

10. 如图 1, 动点 P 从菱形 $ABCD$ 的点 A 出发, 沿边 $AB \rightarrow BC$ 匀速运动, 运动到点 C 时停止. 设点 P 的运动路程为 x , PO 的长为 y , y 与 x 的函数图象如图 2 所示, 当点 P 运动到 BC 中点时, PO 的长为 ()

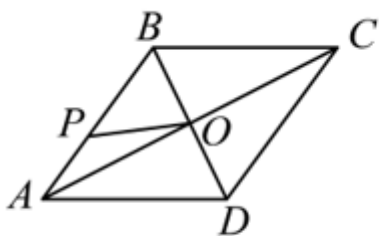


图1

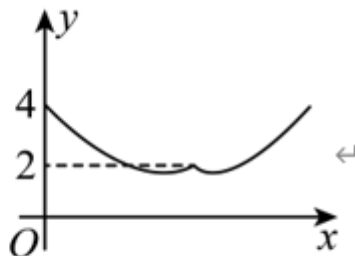


图2

A. 2

B. 3

C. $\sqrt{5}$

D. $2\sqrt{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】结合图象, 得到当 $x=0$ 时, $PO=AO=4$, 当点 P 运动到点 B 时, $PO=BO=2$, 根据菱形的性质, 得 $\angle AOB = \angle BOC = 90^\circ$, 继而得到 $AB=BC=\sqrt{OA^2+OB^2}=2\sqrt{5}$, 当点 P 运动到 BC 中点时, PO 的长为 $\frac{1}{2}BC=\sqrt{5}$, 解得即可.

本题考查了菱形的性质, 图象信息题, 勾股定理, 直角三角形的性质, 熟练掌握菱形的性质, 勾股定理, 直角三角形的性质是解题的关键.

【详解】结合图象, 得到当 $x=0$ 时, $PO=AO=4$,

当点 P 运动到点 B 时, $PO=BO=2$,

根据菱形的性质, 得 $\angle AOB = \angle BOC = 90^\circ$,

故 $AB=BC=\sqrt{OA^2+OB^2}=2\sqrt{5}$,

当点 P 运动到 BC 中点时, PO 的长为 $\frac{1}{2}BC=\sqrt{5}$,

故选 C.

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

11. 因式分解: $2x^2-8=$ _____.

【答案】 $2(x+2)(x-2)$

【解析】

【分析】先提取公因式，再套用公式分解即可.

本题考查了因式分解，熟练掌握先提取公因式，再套用公式分解是解题的关键.

$$\begin{aligned}\text{【详解】 } 2x^2 - 8 &= 2(x^2 - 2^2) \\ &= 2(x+2)(x-2).\end{aligned}$$

故答案为: $2(x+2)(x-2)$.

12. 已知一次函数 $y = -2x + 4$ ，当自变量 $x > 2$ 时，函数 y 的值可以是_____ (写出一个合理的值即可).

【答案】 -2 (答案不唯一)

【解析】

【分析】根据 $x > 2$ ，选择 $x = 3$ ，此时 $y = -2 \times 3 + 4 = -2$ ，解得即可.

本题考查了函数值的计算，正确选择自变量是解题的关键.

【详解】根据 $x > 2$ ，选择 $x = 3$ ，此时 $y = -2 \times 3 + 4 = -2$ ，

故答案为: -2.

13. 定义一种新运算 $*$ ，规定运算法则为: $m * n = m^n - mn$ (m, n 均为整数，且 $m \neq 0$). 例: $2 * 3 = 2^3 - 2 \times 3 = 2$ ，则 $(-2) * 2 =$ _____.

【答案】 8

【解析】

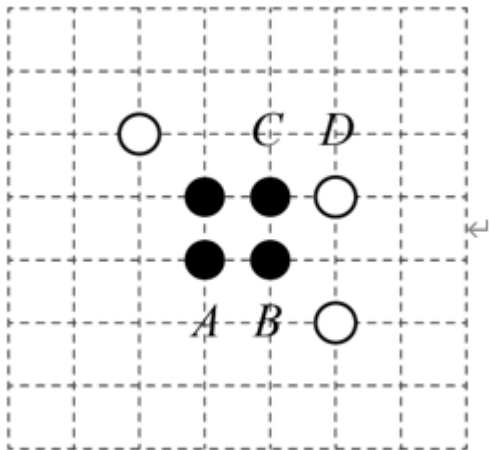
【分析】根据定义，得 $(-2) * 2 = (-2)^2 - 2 \times (-2) = 8$ ，解得即可.

本题考查了实数新定义计算，正确理解定义是解题的关键.

【详解】根据定义，得 $(-2) * 2 = (-2)^2 - 2 \times (-2) = 8$ ，

故答案为: 8.

14. 围棋起源于中国，古代称为“弈”. 如图是两位同学的部分对弈图，轮到白方落子，观察棋盘，白方如果落子于点_____的位置，则所得的对弈图是轴对称图形. (填写 A, B, C, D 中的一处即可， A, B, C, D 位于棋盘的格点上)



【答案】A 或 C

【解析】

【分析】根据轴对称图形的定义解答即可.

本题考查了轴对称图形, 熟练掌握定义是解题的关键.

【详解】根据轴对称图形的定义, 发现放在 B, D 处不能构成轴对称图形, 放在 A 或 C 处可以,

故答案为: A 或 C.

15. 如图 1 为一汽车停车棚, 其棚顶的横截面可以看作是抛物线的一部分, 如图 2 是棚顶的竖直高度 y (单位: m) 与距离停车棚支柱 AO 的水平距离 x (单位: m) 近似满足函数关系 $y = -0.02x^2 + 0.3x + 1.6$ 的图象, 点 $B(6, 2.68)$ 在图象上. 若一辆箱式货车需在停车棚下避雨, 货车截面看作长 $CD = 4\text{m}$, 高 $DE = 1.8\text{m}$ 的矩形, 则可判定货车_____完全停到车棚内 (填 “能” 或 “不能”).



图1

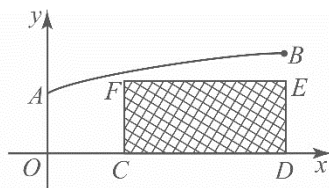


图2

【答案】能

【解析】

【分析】本题主要考查了二次函数的实际应用, 根据题意求出当 $x = 2$ 时, y 的值, 若此时 y 的值大于 1.8, 则货车能完全停到车棚内, 反之, 不能, 据此求解即可.

【详解】解: $\because CD = 4\text{m}$, $B(6, 2.68)$,

$$\therefore 6-4=2,$$

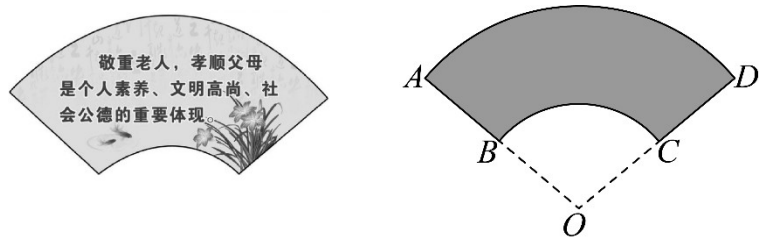
在 $y = -0.02x^2 + 0.3x + 1.6$ 中, 当 $x = 2$ 时, $y = -0.02 \times 2^2 + 0.3 \times 2 + 1.6 = 2.12$,

$$\therefore 2.12 > 1.8,$$

$\therefore$ 可判定货车能完全停到车棚内,

故答案为: 能.

16. 甘肃临夏砖雕是一种历史悠久的古建筑装饰艺术, 是第一批国家级非物质文化遗产. 如图 1 是一块扇面形的临夏砖雕作品, 它的部分设计图如图 2, 其中扇形 OBC 和扇形 OAD 有相同的圆心 O , 且圆心角 $\angle O = 100^\circ$, 若 $OA = 120$ cm, $OB = 60$ cm, 则阴影部分的面积是_____ cm^2 . (结果用 π 表示)



【答案】 3000π

【解析】

【分析】 根据扇形面积公式计算即可.

本题考查了扇形面积公式, 熟练掌握公式是解题的关键.

【详解】 $\because$ 圆心角 $\angle O = 100^\circ$, $OA = 120$ cm, $OB = 60$ cm,

$$\therefore \text{阴影部分的面积是 } \frac{100 \times \pi \times 120^2}{360} - \frac{100 \times \pi \times 60^2}{360}$$

$$= 3000\pi \text{ cm}^2$$

故答案为: 3000π .

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 46 分. 解答时, 应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算: $\sqrt{18} - \sqrt{12} \times \sqrt{\frac{3}{2}}.$

【答案】 0

【解析】

【分析】 根据二次根式的混合运算计算即可.

本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握运算是解题的关键.

【详解】 $\sqrt{18}-\sqrt{12}\times\sqrt{\frac{3}{2}}=\sqrt{18}-\sqrt{12\times\frac{3}{2}}=\sqrt{18}-\sqrt{18}=0.$

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2(x-2) < x+3 \\ \frac{x+1}{2} < 2x \end{cases}$$

【答案】 $\frac{1}{3} < x < 7$

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元一次不等式组，先求出每个不等式的解集，再根据“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）”求出不等式组的解集即可.

【详解】解:
$$\begin{cases} 2(x-2) < x+3 \text{①} \\ \frac{x+1}{2} < 2x \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得: $x < 7$,

解不等式②得: $x > \frac{1}{3}$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $\frac{1}{3} < x < 7$.

19. 先化简，再求值: $\left[(2a+b)^2-(2a+b)(2a-b)\right]\div 2b$ ，其中 $a=2$ ， $b=-1$.

【答案】 $2a+b$ ，3

【解析】

【分析】本题主要考查了整式的化简求值，先根据平方差公式和完全平方公式去小括号，然后合并同类项，再根据多项式除以单项式的计算法则化简，最后代值计算即可.

【详解】解:
$$\begin{aligned} & \left[(2a+b)^2-(2a+b)(2a-b)\right]\div 2b \\ &= \left[(4a^2+4ab+b^2)-(4a^2-b^2)\right]\div 2b \\ &= (4a^2+4ab+b^2-4a^2+b^2)\div 2b \\ &= (4ab+2b^2)\div 2b \\ &= 2a+b, \end{aligned}$$

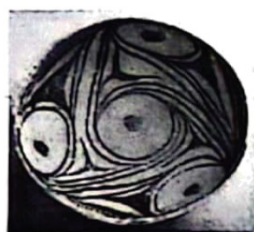
当 $a=2$, $b=-1$ 时, 原式 $=2\times 2+(-1)=3$.

20. 马家窑文化以发达的彩陶著称于世, 其陶质坚固, 器表细腻, 红、黑、白彩共用, 彩绘线条流畅细致, 图案繁缛多变, 形成了绚丽典雅的艺术风格, 创造了一大批令人惊叹的彩陶艺术精品, 体现了古代劳动人民的智慧. 如图 1 的彩陶纹样呈现的是三等分圆周, 古人用等边三角形三点定位的方法确定圆周的三等分点, 这种方法和下面三等分圆周的方法相通. 如图 2, 已知 $\odot O$ 和圆上一点 M . 作法如下:

①以点 M 为圆心, OM 长为半径, 作弧交 $\odot O$ 于 A, B 两点;

②延长 MO 交 $\odot O$ 于点 C ;

即点 A, B, C 将 $\odot O$ 的圆周三等分.



彩陶纹样



三点定位法三等分圆周

图1

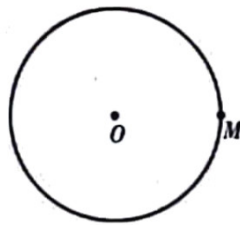


图2

(1) 请你依据以上步骤, 用不带刻度的直尺和圆规在图 2 中将 $\odot O$ 的圆周三等分 (保留作图痕迹, 不写作法);

(2) 根据 (1) 画出的图形, 连接 AB , AC , BC , 若 $\odot O$ 的半径为 2cm , 则 $\triangle ABC$ 的周长为 _____ cm .

【答案】(1) 见解析 (2) $6\sqrt{3}$

【解析】

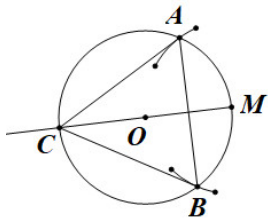
【分析】(1) 根据尺规作图的基本步骤解答即可;

(2) 连接 AM , 设 AB, OM 的交点为 D , 根据两圆的圆心线垂直平分公共弦, 得到 $AD \perp OM$, 根据 $\odot O$ 的半径为 2cm , MC 是直径, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 计算即可.

本题考查了尺规作图, 圆的性质, 等边三角形的性质, 熟练掌握作图和圆的性质是解题的关键.

【小问 1 详解】

根据基本作图的步骤, 作图如下:



则点 A, B, C 是求作的 $\odot O$ 的圆周三等分点.

【小问 2 详解】

连接 AM ，设 AB, OM 的交点为 D ,

根据两圆的圆心线垂直平分公共弦，得到 $AD \perp OM$ ，

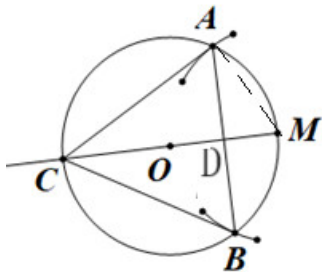
$\because \odot O$ 的半径为 2cm ， MC 是直径， $\triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle CAM = 90^\circ$ ， $\angle CMA = 60^\circ, MC = 4\text{cm}$ ，

$\therefore AC = MC \sin \angle CMA = \sin 60^\circ \times 4 = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 的周长为 $AB + BC + AC = 6\sqrt{3}(\text{cm})$ ，

故答案为： $6\sqrt{3}$.



21. 在一只不透明的布袋中，装有质地、大小均相同的四个小球，小球上分别标有数字 1，2，3，4. 甲乙两人玩摸球游戏，规则为：两人同时从袋中随机各摸出 1 个小球，若两球上的数字之和为奇数，则甲胜；若两球上的数字之和为偶数，则乙胜.

(1) 请用画树状图或列表的方法，求甲获胜的概率.

(2) 这个游戏规则对甲乙双方公平吗？请说明理由.

【答案】(1) $\frac{7}{12}$

(2) 这个游戏规则对甲乙双方不公平，理由见解析

【解析】

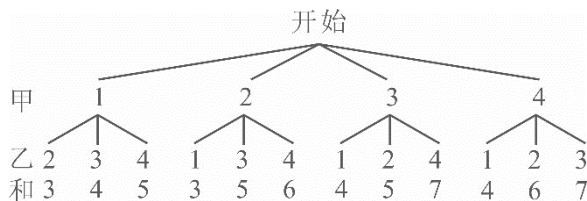
【分析】本题主要考查了树状图法或列表法求解概率，游戏的公平性：

(1) 先画出树状图得到所有等可能性的结果数，再找到两球上的数字之和为奇数的结果数，最后利用概率计算公式求解即可；

(2) 同 (1) 求出乙获胜的概率即可得到结论.

【小问 1 详解】

解：画树状图如下：



由树状图可知，一共有 12 种等可能性的结果数，其中两球上的数字之和为奇数的结果数有 7 种，

$\therefore$ 甲获胜的概率为 $\frac{7}{12}$ ；

【小问 2 详解】

解：这个游戏规则对甲乙双方不公平，理由如下：

由 (1) 中的树状图可知，两球上的数字之和为偶数的结果数有 5 种，

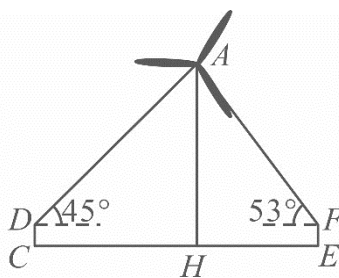
$\therefore$ 乙获胜的概率为 $\frac{5}{12}$ ，

$\therefore \frac{5}{12} < \frac{7}{12}$ ，

$\therefore$ 甲获胜的概率大于乙获胜的概率，

$\therefore$ 这个游戏规则对甲乙双方不公平.

22. 习近平总书记于 2021 年指出，中国将力争 2030 年前实现碳达峰、2060 年前实现碳中和. 甘肃省风能资源丰富，风力发电发展迅速. 某学习小组成员查阅资料得知，在风力发电机组中，“风电塔筒”非常重要，它的高度是一个重要的设计参数. 于是小组成员开展了“测量风电塔筒高度”的实践活动. 如图，已知一风电塔筒 AH 垂直于地面，测角仪 CD ， EF 在 AH 两侧， $CD = EF = 1.6\text{m}$ ，点 C 与点 E 相距 182m （点 C ， H ， E 在同一条直线上），在 D 处测得筒尖顶点 A 的仰角为 45° ，在 F 处测得筒尖顶点 A 的仰角为 53° . 求风电塔筒 AH 的高度.（参考数据： $\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$ ， $\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$ ， $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$ ）



【答案】105.6m

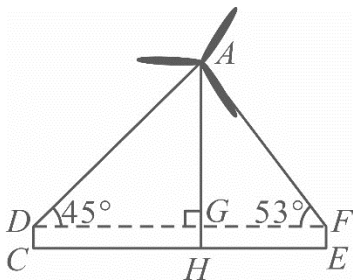
【解析】

【分析】本题主要考查了解直角三角形的实际应用，矩形的性质与判定，过点 D 作 $DG \perp AH$ 于 G ，连接 FG ，则四边形 $CDGH$ 是矩形，可得 $GH = CD = 1.6\text{m}$ ， $DG = CH$ ，再证明四边形 $EFGH$ 是矩形，则 $FG = HE$ ， $\angle HGF = 90^\circ$ ，进一步证明 D 、 G 、 F 三点共线，得到 $DF = 182\text{m}$ ；设 $AG = xm$ ，解 $\text{Rt}\triangle ADG$ 得到 $DG = xm$ ；解 $\text{Rt}\triangle AFG$ 得到

$FG \approx \frac{3}{4}xm$ ；则 $x + \frac{3}{4}x = 182$ ，解得 $x = 104$ ，即 $AG = 104\text{m}$ ，则

$AH = AG + GH = 105.6\text{m}$ 。

【详解】解：如图所示，过点 D 作 $DG \perp AH$ 于 G ，连接 FG ，则四边形 $CDGH$ 是矩形，



$\therefore GH = CD = 1.6\text{m}$ ， $DG = CH$ ，

$\because CD = EF = 1.6\text{m}$ ，

$\therefore GH = EF$ ，

由题意可得 $GH \perp CE$ ， $EF \perp CE$ ，

$\therefore GH \parallel EF$ ，

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是矩形，

$\therefore FG = HE$ ， $\angle HGF = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DGH + \angle FGH = 180^\circ$ ，

$\therefore D$ 、 G 、 F 三点共线，

$\therefore DF = DG + FG = CH + HE = CE = 182\text{m}$ ；

设 $AG = xm$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADG$ 中, $\tan \angle ADG = \frac{AG}{DG}$,

$\therefore \tan 45^\circ = \frac{x}{DG}$

$\therefore DG = xm$;

在 $\text{Rt}\triangle AFG$ 中, $\tan \angle AFG = \frac{AG}{FG}$,

$\therefore \tan 53^\circ = \frac{x}{FG}$

$\therefore FG \approx \frac{3}{4}xm$;

$\therefore x + \frac{3}{4}x = 182$,

解得 $x = 104$,

$\therefore AG = 104m$,

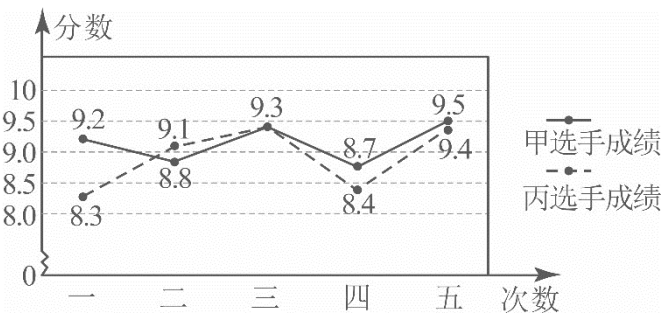
$\therefore AH = AG + GH = 105.6m$,

$\therefore$ 风电塔筒 AH 的高度约为 $105.6m$.

四、解答题：本大题共 5 小题，共 50 分。解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

23. 在阳光中学运动会跳高比赛中，每位选手要进行五轮比赛，张老师对参加比赛的甲、乙、丙三位选手的得分（单位：分，满分 10 分）进行了数据的收集、整理和分析，信息如下：

信息一：甲、丙两位选手的得分折线图：



信息二：选手乙五轮比赛部分成绩：其中三个得分分别是 $9.0, 8.9, 8.3$ ；

信息三：甲、乙、丙三位选手五轮比赛得分的平均数、中位数数据如下：

选手	甲	乙	丙
统计量			

平均数	m	9.1	8.9
中位数	9.2	9.0	n

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 写出表中 m , n 的值： $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 从甲、丙两位选手的得分折线图中可知，选手 $\underline{\hspace{2cm}}$ 发挥的稳定性更好（填“甲”或“丙”）；
- (3) 该校现准备推荐一位选手参加市级比赛，你认为应该推荐哪位选手，请说明理由．

【答案】(1) 9.1； 9.1

(2) 甲 (3) 应该推荐甲选手，理由见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了平均数，众数，方差与稳定性之间的关系：

- (1) 根据平均数与众数的定义求解即可；
- (2) 根据统计图可知，甲的成绩的波动比乙的成绩的波动小，则选手甲发挥的稳定性更好；
- (3) 从平均成绩，中位数和稳定性等角度出发进行描述即可．

【小问 1 详解】

解：由题意得， $m = \frac{9.2 + 8.8 + 9.3 + 8.7 + 9.5}{5} = 9.1$ ；

把丙的五次成绩按照从低到高排列为： 8.3, 8.4, 9.1, 9.3, 9.4，

$\therefore$ 丙成绩的中位数为 9.1 分，即 $n = 9.1$ ；

故答案为： 9.1； 9.1；

【小问 2 详解】

解：由统计图可知，甲的成绩的波动比乙的成绩的波动小，则选手甲发挥的稳定性更好，

故答案为： 甲；

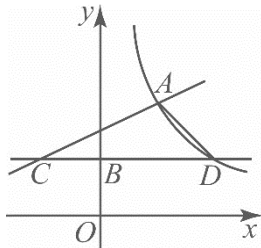
【小问 3 详解】

解：应该推荐甲选手，理由如下：

甲的中位数和平均数都比乙的大，且甲的成绩稳定性比乙好，

$\therefore$ 应该推荐甲选手．

24. 如图, 在平面直角坐标系中, 将函数 $y=ax$ 的图象向上平移 3 个单位长度, 得到一次函数 $y=ax+b$ 的图象, 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象交于点 $A(2,4)$. 过点 $B(0,2)$ 作 x 轴的平行线分别交 $y=ax+b$ 与 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象于 C, D 两点.



(1) 求一次函数 $y=ax+b$ 和反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的表达式;

(2) 连接 AD , 求 $\triangle ACD$ 的面积.

【答案】(1) 一次函数 $y=ax+b$ 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+3$; 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的解析式为 $y=\frac{8}{x}(x>0)$;

(2) 6

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数与反比例函数综合:

(1) 先根据一次函数图象的平移规律 $y=ax+b=ax+3$, 再把点 A 的坐标分别代入对应的一次函数解析式和反比例函数解析式中, 利用待定系数法求解即可;

(2) 先分别求出 C, D 的坐标, 进而求出 CD 的长, 再根据三角形面积计算公式求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 将函数 $y=ax$ 的图象向上平移 3 个单位长度, 得到一次函数 $y=ax+b$ 的图象,

$$\therefore y=ax+b=ax+3,$$

把 $A(2,4)$ 代入 $y=ax+3$ 中得: $2a+3=4$, 解得 $a=\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 一次函数 $y=ax+b$ 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+3$;

把 $A(2,4)$ 代入 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 中得: $4=\frac{k}{2}(x>0)$, 解得 $k=8$,

$\therefore$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的解析式为 $y=\frac{8}{x}(x>0)$;

【小问2详解】

解：∵ $BC \parallel x$ 轴， $B(0,2)$ ，

∴ 点 C 和点 D 的纵坐标都为 2，

在 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 中，当 $y = \frac{1}{2}x + 3 = 2$ 时， $x = -2$ ，即 $C(-2,2)$ ；

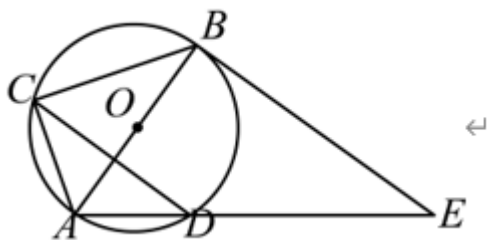
在 $y = \frac{8}{x} (x > 0)$ 中，当 $y = \frac{8}{x} = 2$ 时， $x = 4$ ，即 $D(4,2)$ ；

∴ $CD = 4 - (-2) = 6$ ，

∴ $A(2,4)$ ，

∴ $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}CD \cdot (y_A - y_C) = \frac{1}{2} \times 6 \times (4 - 2) = 6$ 。

25. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， $\widehat{BC} = \widehat{BD}$ ，点 E 在 AD 的延长线上，且 $\angle ADC = \angle AEB$ 。



(1) 求证： BE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 当 $\odot O$ 的半径为 2， $BC = 3$ 时，求 $\tan \angle AEB$ 的值。

【答案】(1) 见解析 (2) $\tan \angle AEB = \frac{\sqrt{7}}{3}$

【解析】

【分析】(1) 连接 BD ， $OC = OD$ ，证明 OB 垂直平分 CD ，得出 $\angle AFD = 90^\circ$ ，证明 $CD \parallel BE$ ，得出 $\angle ABE = \angle AFD = 90^\circ$ ，说明 $AB \perp BE$ ，即可证明结论；

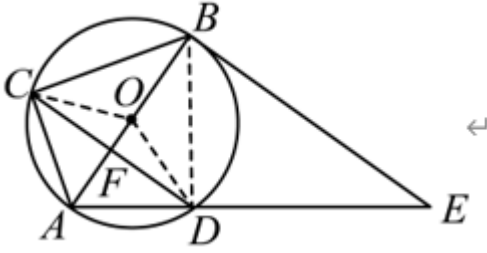
(2) 根据 AB 是 $\odot O$ 的直径，得出 $\angle ACB = 90^\circ$ ，根据勾股定理求出

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}，根据三角函数定义求出 \tan \angle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{7}}{3}，$$

证明 $\angle AEB = \angle ABC$ ，得出 $\tan \angle AEB = \tan \angle ABC = \frac{\sqrt{7}}{3}$ 即可。

【小问 1 详解】

证明：连接 BD ， $OC = OD$ ，如图所示：



$$\therefore \widehat{BC} = \widehat{BD} ,$$

$$\therefore BC = BD ,$$

$$\because OC = OD,$$

$\therefore$ 点 O 、 B 在 CD 的垂直平分线上,

$\therefore OB$ 垂直平分 CD ,

$$\therefore \angle AFD = 90^\circ,$$

$$\because \angle ADC = \angle AEB,$$

$$\therefore CD \parallel BE,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AFD = 90^\circ,$$

$$\therefore AB \perp BE ,$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore BE$ 是 $\odot O$ 的切线;

【小问 2 详解】

解: $\because \odot O$ 的半径为 2,

$$\therefore AB = 2 \times 2 = 4,$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because BC = 3,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7},$$

$$\therefore \tan \angle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{7}}{3},$$

$$\therefore \overline{AC = AC},$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ABC,$$

$$\because \angle AEB = \angle ADC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle ABC,$$

$$\therefore \tan \angle AEB = \tan \angle ABC = \frac{\sqrt{7}}{3}.$$

【点睛】本题主要考查了切线的判定，勾股定理，求一个角的正切值，圆周角定理，垂直平分线的判定，平行线的判定和性质，解题的关键是作出辅助线，熟练掌握相关的判定和性质.

26. 【模型建立】

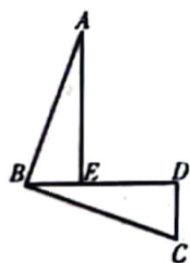


图1

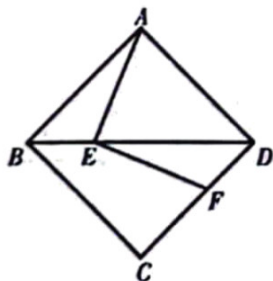


图2

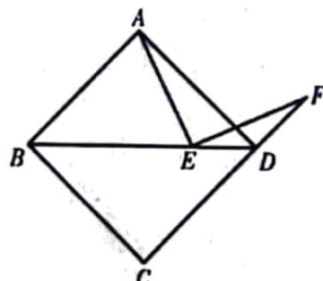


图3

(1) 如图 1, 已知 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCD$, $AB \perp BC$, $AB = BC$, $CD \perp BD$, $AE \perp BD$. 用等式写出线段 AE , DE , CD 的数量关系, 并说明理由.

【模型应用】

(2) 如图 2, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E , F 分别在对角线 BD 和边 CD 上, $AE \perp EF$, $AE = EF$. 用等式写出线段 BE , AD , DF 的数量关系, 并说明理由.

【模型迁移】

(3) 如图 3, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在对角线 BD 上, 点 F 在边 CD 的延长线上, $AE \perp EF$, $AE = EF$. 用等式写出线段 BE , AD , DF 的数量关系, 并说明理由.

【答案】(1) $DE + CD = AE$, 理由见详解, (2) $AD = \sqrt{2}BE + DF$, 理由见详解, (3)

$AD = \sqrt{2}BE - DF$, 理由见详解

【解析】

【分析】(1) 直接证明 $\triangle ABE \cong \triangle BCD$, 即可证明;

(2) 过 E 点作 $EM \perp AD$ 于点 M , 过 E 点作 $EN \perp CD$ 于点 N , 先证明 $\text{Rt}\triangle AEM \cong \text{Rt}\triangle FEN$, 可得 $AM = NF$, 结合等腰直角三角形的性质可得:

$$\text{即 } DE = BD - BE = \sqrt{2}AD - BE ,$$

$$\because EN \perp CD , \quad EM \perp AD ,$$

$$\therefore EM = EN ,$$

$$\because AE = EF ,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AEM \cong \text{Rt}\triangle FEN ,$$

$$\therefore AM = NF ,$$

$$\because EM = EN , \quad EN \perp CD , \quad EM \perp AD , \quad \angle ADC = 90^\circ ,$$

$\therefore$ 四边形 $EMDN$ 是正方形,

$$\therefore ED \text{ 是正方形 } EMDN \text{ 对角线, } MD = ND ,$$

$$\therefore MD = DN = \frac{\sqrt{2}}{2} DE , \quad NF = ND - DF = MD - DF ,$$

$$\therefore NF = AM = AD - MD = AD - \frac{\sqrt{2}}{2} DE , \quad NF = \frac{\sqrt{2}}{2} DE - DF ,$$

$$\therefore AD - \frac{\sqrt{2}}{2} DE = \frac{\sqrt{2}}{2} DE - DF , \quad \text{即 } AD = \sqrt{2}DE - DF ,$$

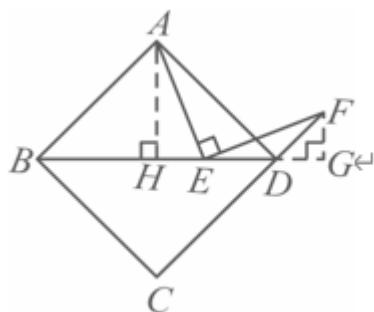
$$\because DE = \sqrt{2}AD - BE ,$$

$$\therefore AD = \sqrt{2}(\sqrt{2}AD - BE) - DF ,$$

$$\text{即有 } AD = \sqrt{2}BE + DF ;$$

(3) $AD = \sqrt{2}BE - DF$, 理由见详解,

过 A 点作 $AH \perp BD$ 于点 H , 过 F 点作 $FG \perp BD$, 交 BD 的延长线于点 G , 如图,



$$\because AH \perp BD , \quad FG \perp BD , \quad AE \perp EF ,$$

$$\therefore \angle AHE = \angle G = \angle AEF = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle AEH + \angle HAE = \angle AEH + \angle FEG = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle HAE = \angle FEG,$$

$$\text{又} \because AE = AF,$$

$$\therefore \triangle HAE \cong \triangle GEF,$$

$$\therefore HE = FG,$$

$$\because \text{在正方形 } ABCD \text{ 中, } \angle BDC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FDG = \angle BDC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DFG = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle DFG \text{ 是等腰直角三角形,}$$

$$\therefore FG = \frac{\sqrt{2}}{2} DF,$$

$$\therefore HE = FG = \frac{\sqrt{2}}{2} DF,$$

$$\because \angle ADB = 45^\circ, AH \perp HD,$$

$$\therefore \triangle ADH \text{ 是等腰直角三角形,}$$

$$\therefore HD = \frac{\sqrt{2}}{2} AD,$$

$$\therefore DE = HD - HE = \frac{\sqrt{2}}{2} AD - \frac{\sqrt{2}}{2} DF,$$

$$\therefore BD - BE = DE = \frac{\sqrt{2}}{2} AD - \frac{\sqrt{2}}{2} DF,$$

$$\because BD = \sqrt{2} AD,$$

$$\therefore \sqrt{2} AD - BE = \frac{\sqrt{2}}{2} AD - \frac{\sqrt{2}}{2} DF,$$

$$\therefore AD = \sqrt{2} BE - DF.$$

【点睛】本题主要考查了正方形的性质，等腰直角三角形的性质，全等三角形的判定与性质，角平分线的性质等知识，题目难度中等，作出合理的辅助线，灵活证明三角形的全等，并准确表示出各个边之间的数量关系，是解答本题的关键。

27. 如图 1，抛物线 $y = a(x-h)^2 + k$ 交 x 轴于 $O, A(4,0)$ 两点，顶点为 $B(2, 2\sqrt{3})$ 。点 C 为 OB 的中点。

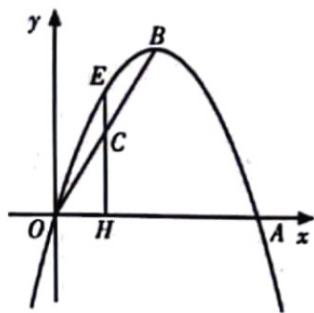


图1

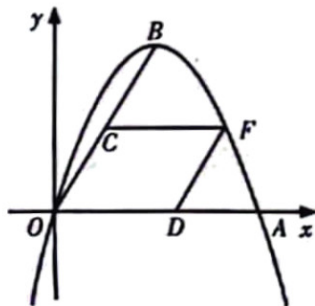


图2

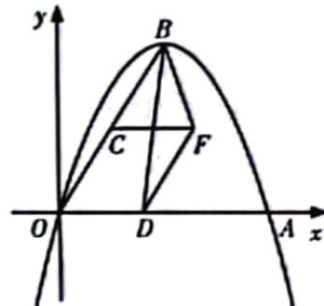


图3

(1) 求抛物线 $y = a(x-h)^2 + k$ 的表达式;

(2) 过点 C 作 $CH \perp OA$, 垂足为 H , 交抛物线于点 E . 求线段 CE 的长.

(3) 点 D 为线段 OA 上一动点 (O 点除外), 在 OC 右侧作平行四边形 $OCFD$.

①如图 2, 当点 F 落在抛物线上时, 求点 F 的坐标;

②如图 3, 连接 BD , BF , 求 $BD + BF$ 的最小值.

【答案】(1) $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 2\sqrt{3}x$

(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) ① $F(2+\sqrt{2}, \sqrt{3})$ ② $2\sqrt{7}$

【解析】

【分析】(1) 根据顶点为 $B(2, 2\sqrt{3})$. 设抛物线 $y = a(x-2)^2 + 2\sqrt{3}$, 把 $A(4, 0)$ 代入解析式, 计算求解即可;

(2) 根据顶点为 $B(2, 2\sqrt{3})$. 点 C 为 OB 的中点, 得到 $C(1, \sqrt{3})$, 当 $x=1$ 时,

$y = -\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, 得到 $E(1, \frac{3\sqrt{3}}{2})$. 结合 $CH \perp OA$, 垂足为 H , 得到

$CE = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的长.

(3) ①根据题意, 得 $C(1, \sqrt{3})$, 结合四边形 $OCFD$ 是平行四边形, 设 $F(m, \sqrt{3})$, 结合

点 F 落在抛物线上, 得到 $\sqrt{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}m^2 + 2\sqrt{3}m$, 解得即可;

②过点 B 作 $BN \perp y$ 轴于点 N , 作点 D 关于直线 BN 的对称点 G , 过点 G 作 $GH \perp y$ 轴于点

H , 连接 DG , CH , FG , 利用平行四边形的判定和性质, 三角形不等式, 勾股定理, 矩形判定和性质, 计算解答即可.

【小问 1 详解】

$\because$ 抛物线的顶点坐标为 $B(2, 2\sqrt{3})$.

设抛物线 $y = a(x-2)^2 + 2\sqrt{3}$,

把 $A(4, 0)$ 代入解析式, 得 $a(4-2)^2 + 2\sqrt{3} = 0$,

解得 $a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore y = -\frac{\sqrt{3}}{2}(x-2)^2 + 2\sqrt{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 2\sqrt{3}x$.

【小问 2 详解】

$\because$ 顶点为 $B(2, 2\sqrt{3})$. 点 C 为 OB 的中点,

$\therefore C(1, \sqrt{3})$,

$\because CH \perp OA$,

$\therefore CH \parallel y$ 轴,

$\therefore E$ 的横坐标为 1,

设 $E(1, m)$,

当 $x=1$ 时, $m = -\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore E\left(1, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

$\therefore CE = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

【小问 3 详解】

①根据题意, 得 $C(1, \sqrt{3})$,

$\because$ 四边形 $OCFD$ 是平行四边形,

$\therefore$ 点 C , 点 F 的纵坐标相同,

设 $F(m, \sqrt{3})$,

$\because$ 点 F 落在抛物线上,

$$\therefore \sqrt{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}m^2 + 2\sqrt{3}m,$$

解得 $m_1 = 2 + \sqrt{2}$, $m_2 = 2 - \sqrt{2}$ (舍去);

故 $F(2 + \sqrt{2}, \sqrt{3})$.

② 过点 B 作 $BN \perp y$ 轴于点 N , 作点 D 关于直线 BN 的对称点 G , 过点 G 作 $GH \perp y$ 轴于点

H , 连接 DG , CH , FG ,

则四边形 $ODGH$ 是矩形,

$$\therefore OD = HG, OD \parallel HG,$$

$\because$ 四边形 $OCFD$ 是平行四边形,

$$\therefore OD = CF, OD \parallel CF,$$

$$\therefore GH = CF, GH \parallel CF,$$

$\therefore$ 四边形 $CFGH$ 是平行四边形,

$$\therefore FG = CH,$$

$$\because BG + BF \geq FG,$$

故当 B 、 G 、 F 三点共线时, $BG + BF$ 取得最小值,

$$\because BG = BD,$$

$\therefore BG + BF$ 的最小值, 就是 $BD + BF$ 的最小值, 且最小值就是 CH ,

延长 FC 交 y 轴于点 M ,

$$\because OD \parallel CF,$$

$$\therefore \angle HMC = \angle HOD = 90^\circ,$$

$$\because C(1, \sqrt{3}),$$

$$\therefore CM = 1, OM = \sqrt{3},$$

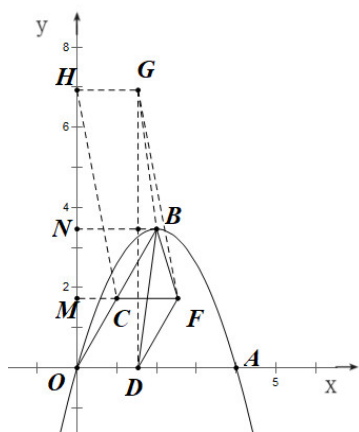
$$\because B(2, 2\sqrt{3}),$$

$$\therefore ON = NH = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore HM = ON + NH - OM = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore HC = \sqrt{CM^2 + HM^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7},$$

故 $BD + BF$ 的最小值是 $2\sqrt{7}$.



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/256025015155010151>