2023-2024学年福建省连城县第一中学高三校模拟考数学试题试卷

请考生注意：

1．请用2B铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用0．5毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知函数 $□(□)=\left(\frac{□}{e^{□}}\right)^{2}+\frac{□□}{e^{□}}-□$ 有三个不同的零点 $□_1,□_2,□_3$（其中 $□_1<□_2<□_3$），则 $\left(1-\frac{□_1}{e^{□_1}}\right)^{2}\left(1-\frac{□_2}{e^{□_2}}\right)\left(1-\frac{□_3}{e^{□_3}}\right)$ 的值为(　　)

A．1　　B．-1　　C．$□$　　D．$-□$

2．函数 $y=\sin x(3\sin x+4\cos x)\ (x\in R)$ 的最大值为 M，最小正周期为 T，则有序数对 (M,T) 为（　　）

A．$(5,\pi)$　　B．$(4,\pi)$　　C．$(-1,2\pi)$　　D．$(4,2\pi)$

3．已知非零向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，$|\vec{a}|=3$，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{a}+\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$，则 $|\vec{b}|=$（　　）

A．6　　B．$3\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．3

4．复数 z_1 在复平面内对应的点为 $(2,3),z_2=-2+i$，则 $\frac{z_1}{z_2}=$（　　）

A．$-\frac{1}{5}+\frac{8}{5}i$　　B．$-\frac{1}{5}-\frac{8}{5}i$　　C．$-1+\frac{8}{5}i$　　D．$-1-\frac{8}{5}i$

5．若 $(1-x)^{2019}=a_0+a_1(x+1)+\cdots+a_{2019}(x+1)^{2019}$，$x\in\mathbf{R}$，则 $a_1\cdot3+a_2\cdot3^2+\cdots+a_{2019}\cdot3^{2019}$ 的值为（　　）

A．$-1-2^{2019}$　　B．$-1+2^{2019}$　　C．$1-2^{2019}$　　D．$1+2^{2019}$

6．已知函数 $f(x)=\begin{cases}x\ln x-2x,x>0\\ x^2+\frac{3}{2}x,x\le0\end{cases}$ 的图像上有且仅有四个不同的点关于直线 $y=-1$ 的对称点在 $y=kx-1$ 的图像上，则实数 k 的取值范围是（　　）

A．$\left(\frac{1}{2},1\right)$　　B．$\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$　　C．$\left(\frac{1}{3},1\right)$　　D．$\left(\frac{1}{2},2\right)$

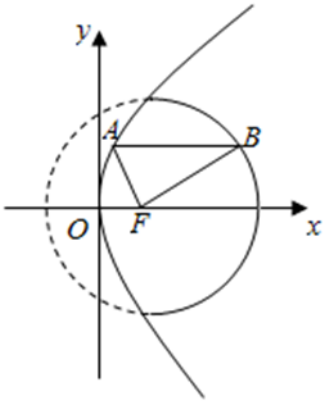
7．公差不为零的等差数列{a_n}中，$a_1+a_2+a_5=13$，且 a_1、a_2、a_5 成等比数列，则数列{a_n}的公差等于(　　)

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

8．若函数 $f(x)=ax^3+3x^2+b$ 在 $x=1$ 处取得极值2，则 $a-b=$（　　）

A．-3　　B．3　　C．-2　　D．2

9．如图所示点 F 是抛物线 $y^2=8x$ 的焦点，点 A、B 分别在抛物线 $y^2=8x$ 及圆 $x^2+y^2-4x-12=0$ 的实线部分上运动， 且 AB 总是平行于 x 轴， 则 ΔFAB 的周长的取值范围是（　　）

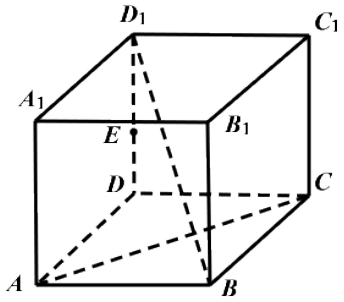


A．$(6,10)$　　B．$(8,12)$　　C．**[6,8]**　　D．$[8,12]$

10．双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 F，过点 F 且与 x 轴垂直的直线交两渐近线于 M,N 两点，与双曲线的其中一个交点为 P，若 $\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OM}+\mu\overrightarrow{ON}(\lambda,\mu\in R)$，且 $\lambda\mu=\frac{6}{25}$，则该双曲线的离心率为(　　)

A．$\frac{3\sqrt{2}}{4}$　　B．$\frac{5\sqrt{2}}{12}$　　C．$\frac{5\sqrt{3}}{12}$　　D．$\frac{5\sqrt{6}}{12}$

11．如图，点 E 是正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱 DD_1 的中点，点 F，M 分别在线段 AC，BD_1（不包含端点）上运动，则（　　）



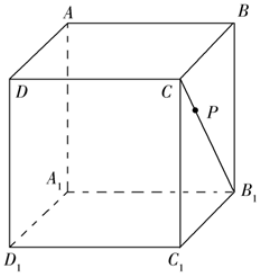
A．在点 F 的运动过程中，存在 $EF//BC_1$

B．在点 M 的运动过程中，不存在 $B_1M\perp AE$

C．四面体 $EMAC$ 的体积为定值

D．四面体 FA_1C_1B 的体积不为定值

12．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 P 在线段 CB_1 上，且 $B_1P=2PC$，平面 α 经过点 A,P,C_1，则正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 被平面 α 截得的截面面积为（　　）



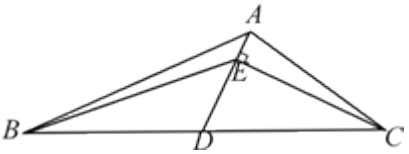
A．$3\sqrt{6}$　　**B**．$2\sqrt{6}$　　**C**．5　　**D**．$\dfrac{5\sqrt{3}}{4}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知a，b，c分别为$\triangle ABC$内角A，B，C的对边，$a=\sqrt{2}$，$\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$b=\sqrt{6}$，则$\triangle ABC$的面积为_____.

14．某陶瓷厂准备烧制甲、乙、丙三件不同的工艺品，制作过程必须先后经过两次烧制，当第一次烧制合格后方可进入第二次烧制，再次烧制过程相互独立.根据该厂现有的技术水平，经过第一次烧制后，甲、乙、丙三件产品合格的概率依次为 0.5、0.6、0.4，经过第二次烧制后，甲、乙、丙三件产品合格的概率依次为 0.6、0.5、0.75；则第一次烧制后恰有一件产品合格的概率为_____；经过前后两次烧制后，合格工艺品的件数为ξ，则随机变量ξ的期望为_____.

15．如图，在$\triangle ABC$中，已知$AB=3$，$AC=2$，$\angle BAC=120°$，D为边BC的中点．若$CE\perp AD$，垂足为E，则$\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{EC}$的值为__.



16．已知椭圆$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$与双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0,b>0$）有相同的焦点,其左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$,若椭圆与双曲线在第一象限内的交点为$P$,且$F_1P=F_1F_2$,则双曲线的离心率为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知$a>0$，函数$f(x)=|x-a|$.

（1）若$a=2$，解不等式$f(x)+f(x+3)\le 5$；

（2）若函数$g(x)=f(x)-f(x+2a)$，且存在$x_0\in R$使得$g(x_0)\ge a^2-2a$成立，求实数a的取值范围.

18．（12 分）已知数列$\{a_n\}$为公差为 *d* 的等差数列，$d>0$，$a_4=4$，且a_1，a_3，a_9依次成等比数列，$b_n=2^{a_n}$.

（1）求数列$\{b_n\}$的前 *n* 项和S_n；

（2）若 $c_n=\dfrac{2b_n}{S_n\cdot S_{n+1}}$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 *n* 项和为 T_n.

19.（12 分）已知 $f(x)=|x+1|+|x-2|$.

（1）已知关于 x 的不等式 $f(x)<a$ 有实数解，求 a 的取值范围；

（2）求不等式 $f(x)\geq x^2-2x$ 的解集.

20.（12 分）在 ΔABC 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，且 $\cos A=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

（1）若 $a=5$，$c=2\sqrt{5}$，求 b 的值；

（2）若 $B=\dfrac{\pi}{4}$，求 $\tan 2C$ 的值.

21.（12 分）为了响应国家号召，促进垃圾分类，某校组织了高三年级学生参与了“垃圾分类，从我做起”的知识问卷作答随机抽出男女各 20 名同学的问卷进行打分，作出如图所示的茎叶图，成绩大于 70 分的为“合格”.

男		女
6	9	3 6 7 9 9
9 5 1 0	8	0 1 5 6
9 9 4 4 2	7	3 4 5 7 7 7 8
8 8 5 1 1 0	6	0 7
4 3 3 2	5	2 5

（Ⅰ）由以上数据绘制成 2×2 联表，是否有 95%以上的把握认为“性别”与“问卷结果”有关？

	男	女	总计
合格			
不合格			
总计			

（Ⅱ）从上述样本中，成绩在 60 分以下（不含 60 分）的男女学生问卷中任意选 2 个，记来自男生的个数为 X，求 X 的分布列及数学期望.

附：

$P(k^2\geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \qquad n=a+b+c+d$$

22.（10 分）已知集合 $A=\left\{x\middle|x^2-x-2>0\right\}$，集合 $B=\left\{x\middle|2x^2+(2k+5)x+5k<0\right\}$，$k\in\mathbf{R}$.

（1）求集合 ***B***；

（2）记 $M=A\cap B$，且集合 ***M*** 中有且仅有一个整数，求实数 ***k*** 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**A**

【解析】

令$\frac{x}{e^x}=t$，构造$f(x)=\frac{x}{e^x}$，要使函数$g(x)=\left(\frac{x}{e^x}\right)^2+\frac{mx}{e^x}-1$有三个不同的零点$x_1,x_2,x_3$（其中$x_1<x_2<x_3$），则方程$t^2+mt-1=0$需要有两个不同的根$t_1,t_2$，则$\Delta=m^2+4>0$，解得$m>0$或$m<-4$，结合$f(x)=\frac{x}{e^x}$的图象，并分$m>0$，$m<-4$两个情况分类讨论，可求出$\left(1-\frac{x_1}{e^{x_1}}\right)^2\left(1-\frac{x_2}{e^{x_2}}\right)\left(1-\frac{x_3}{e^{x_3}}\right)$的值.

【详解】

令$\frac{x}{e^x}=t$，构造$f(x)=\frac{x}{e^x}$，求导得$f'(x)=\frac{1-x}{e^x}$，当$x<1$时，$f'(x)>0$；当$x>1$时，$f'(x)<0$，

故$f(x)$在$(-\infty,1)$上单调递增，在$(1,+\infty)$上单调递减，且$x<0$时，$f(x)<0$，$x>0$时，$f(x)>0$，

$f(x)_{\max}=f(1)=\frac{1}{e}$，可画出函数$f(x)$的图象（见下图），要使函数$g(x)=\left(\frac{x}{e^x}\right)^2+\frac{mx}{e^x}-1$有三个不同的零点$x_1,x_2,x_3$（其中$x_1<x_2<x_3$），则方程$t^2+mt-1=0$需要有两个不同的根$t_1,t_2$（其中$t_1<t_2$），则$\Delta=m^2+4>0$，

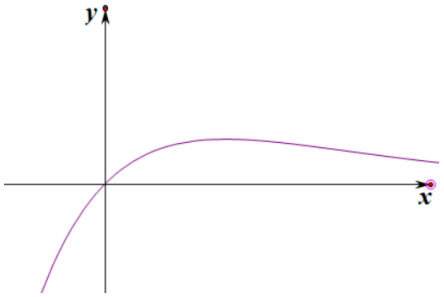
解得$m>0$或$m<-4$，且$\begin{cases}t_1+t_2=-m\\ t_1\cdot t_2=-1\end{cases}$，

若$□>0$，即$\begin{cases}□_1+□_2=-□<0\\□_1\cdot□_2=-□<0\end{cases}$，则$□_1<0<□_2<\frac{1}{e}$，则$□_1<0<□_2<1<□_3$，且$□(□_2)=□(□_3)=□_2$，

故$\left(1-\frac{□_1}{e^{□_1}}\right)^2\left(1-\frac{□_2}{e^{□_2}}\right)\left(1-\frac{□_3}{e^{□_3}}\right)=(1-□_1)^2(1-□_2)^2=[1-(□_1+□_2)+□_1□_2]^2=$
$(1+□-□)^2=1$，

若$□<-4$，即$\begin{cases}□_1+□_2=-□>4\\□_1\cdot□_2=-□>4\end{cases}$，由于$□(□)_{\max}=□(1)=\frac{1}{e}$，故$□_1+□_2<\frac{2}{e}<4$，故$□<-4$不符合题意，舍去.

故选 A.



【点睛】

解决函数零点问题，常常利用数形结合、等价转化等数学思想.

2、B

【解析】

函数 $y=\sin x(3\sin x+4\cos x)=3\sin^2 x+4\sin x\cos x=2\sin 2x-\frac{3}{2}\cos 2x+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}\sin(2x-\theta)+\frac{3}{2}$（$\theta$为辅助角）

∴函数的最大值为 $M=4$，最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$

故选 B

3、D

【解析】

利用向量的加法的平行四边形法则，判断四边形的形状，推出结果即可.

【详解】

解：非零向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，可知两个向量垂直，$|\vec{a}|=3$，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{a}+\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$，

说明以向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 为邻边，$\vec{a}+\vec{b}$ 为对角线的平行四边形是正方形，所以则 $|\vec{b}|=3$.

故选：D.

【点睛】

本题考查向量的几何意义，向量加法的平行四边形法则的应用，考查分析问题解决问题的能力，属于基础题.

4、B

【解析】

求得复数z_1，结合复数除法运算，求得$\frac{z_1}{z_2}$的值.

【详解】

易知$z_1=2+3i$，则$\frac{z_1}{z_2}=\frac{2+3i}{-2+i}=\frac{(2+3i)(-2-i)}{(-2+i)(-2-i)}=\frac{(2+3i)(-2-i)}{5}=\frac{-1-8i}{5}=-\frac{1}{5}-\frac{8}{5}i$.

故选：B

【点睛】

本小题主要考查复数及其坐标的对应，考查复数的除法运算，属于基础题.

5、A

【解析】

取$x=-1$，得到$a_0=2^{2019}$，取$x=2$，则$a_0+a_1\cdot 3+a_2\cdot 3^2+\text{L}\ +a_{2019}\cdot 3^{2019}=-1$，计算得到答案.

【详解】

取$x=-1$，得到$a_0=2^{2019}$；取$x=2$，则$a_0+a_1\cdot 3+a_2\cdot 3^2+\text{L}\ +a_{2019}\cdot 3^{2019}=-1$.

故$a_1\cdot 3+a_2\cdot 3^2+\text{L}\ +a_{2019}\cdot 3^{2019}=-1-2^{2019}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查了二项式定理的应用，取$x=-1$和$x=2$是解题的关键.

6、A

【解析】

可将问题转化，求直线$y=\ kx-1$关于直线$y=-1$的对称直线，再分别讨论两函数的增减性，结合函数图像，分析临界点，进一步确定k的取值范围即可

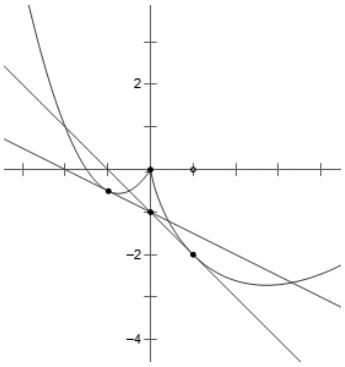
【详解】

可求得直线$y=\ kx-1$关于直线$y=-1$的对称直线为$y=mx-1\ (m=-k)$，

当$x>0$时，$f(x)=x\ln x-2x$，$f'(x)=\ln x-1$，当$x=e$时，$f'(x)=0$，则当$x\in(0,e)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单减，当$x\in(e,+\infty)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单增；

当$x\le 0$时，$f(x)=x^2+\frac{3}{2}x$，$f'(x)=2x+\frac{3}{2}$，当$x=-\frac{3}{4}$，$f'(x)=0$,当$x<-\frac{3}{4}$时，$f(x)$单减，当$-\frac{3}{4}<x<0$时，$f(x)$单增；

根据题意画出函数大致图像，如图：



当$y=mx-1$与$f\left(x\right)=x^2+\frac{3}{2}x$（$x\le 0$）相切时，得$\Delta=0$，解得$m=-\frac{1}{2}$；

当$y=mx-1$与$f\left(x\right)=x\ln x-2x$（$x>0$）相切时，满足$\begin{cases}y=x\ln x-2x\\y=mx-1\\m=\ln x-1\end{cases}$，

解得$x=1,m=-1$，结合图像可知$m\in\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$，即$-k\in\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$，$k\in\left(\frac{1}{2},1\right)$

故选：A

【点睛】

本题考查数形结合思想求解函数交点问题，导数研究函数增减性，找准临界是解题的关键，属于中档题

7、B

【解析】

设数列的公差为$d,d\neq 0$.由$a_1+a_2+a_5=13$，a_1,a_2,a_5成等比数列，列关于a_1,d的方程组，即求公差d.

【详解】

设数列的公差为$d,d\neq 0$，

Q $a_1+a_2+a_5=13,\therefore 3a_1+5d=13$①.

Q a_1,a_2,a_5成等比数列，$\therefore\left(a_1+d\right)^2=a_1\left(a_1+4d\right)$②，

解①②可得$d=2$.

故选：B.

【点睛】

本题考查等差数列基本量的计算，属于基础题.

8、A

【解析】

对函数 $f(x)$ 求导,可得 $\begin{cases} f'(1)=0 \\ f(1)=2 \end{cases}$,即可求出 a,b,进而可求出答案.

【详解】

因为 $f(x)=ax^3+3x^2+b$,所以 $f'(x)=3ax^2+6x$,则 $\begin{cases} f'(1)=3a+6=0 \\ f(1)=a+3+b=2 \end{cases}$,解得 $a=-2,b=1$,则 $a-b=-3$.

故选:A.

【点睛】

本题考查了函数的导数与极值,考查了学生的运算求解能力,属于基础题.

9、B

【解析】

根据抛物线方程求得焦点坐标和准线方程，结合定义表示出 $|AF|$；根据抛物线与圆的位置关系和特点，求得 B 点横坐标的取值范围，即可由 ΔFAB 的周长求得其范围.

【详解】

抛物线 $y^2=8x$，则焦点 $F(2,0)$，准线方程为 $x=-2$，

根据抛物线定义可得 $|AF|=x_A+2$，

圆 $(x-2)^2+y^2=16$，圆心为 $(2,0)$，半径为 4，

点 A、B 分别在抛物线 $y^2=8x$ 及圆 $x^2+y^2-4x-12=0$ 的实线部分上运动，解得交点横坐标为 2.

点 A、B 分别在两个曲线上， AB 总是平行于 x 轴，因而两点不能重合，不能在 x 轴上，则由圆心和半径可知 $x_B\in(2,6)$，

则 ΔFAB 的周长为 $|AF|+|AB|+|BF|=x_A+2+x_B-x_A+4=6+x_B$，

所以 $6+x_B\in(8,12)$，

故选：B.

【点睛】

本题考查了抛物线定义、方程及几何性质的简单应用，圆的几何性质应用，属于中档题.

10、D

【解析】

根据已知得本题首先求出直线与双曲线渐近线的交点，再利用 $\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OM}+\mu\overrightarrow{ON}$，求出点

$P\left((\lambda+\mu)c,(\lambda-\mu)\dfrac{bc}{a}\right)$，因为点 P 在双曲线上，及 $e=\dfrac{c}{a}$，代入整理及得 $4e^2\lambda\mu=1$，又已知 $\lambda\mu=\dfrac{6}{25}$，即可求出离心率.

【详解】

由题意可知 $M\left(c,\dfrac{bc}{a}\right)$，$N\left(c,-\dfrac{bc}{a}\right)$，代入 $\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OM}+\mu\overrightarrow{ON}$ 得：$P\left((\lambda+\mu)c,(\lambda-\mu)\dfrac{bc}{a}\right)$，

代入双曲线方程 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 整理得：$4e^2\lambda\mu=1$，又因为 $\lambda\mu=\dfrac{6}{25}$，即可得到 $e=\dfrac{5\sqrt{6}}{12}$，

故选：D.

【点睛】

本题主要考查的是双曲线的简单几何性质和向量的坐标运算，离心率问题关键寻求关于 a，b，c 的方程或不等式，由此计算双曲线的离心率或范围，属于中档题.

11、C

【解析】

采用逐一验证法，根据线线、线面之间的关系以及四面体的体积公式，可得结果.

【详解】

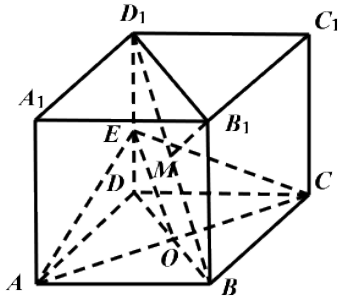
A 错误

由 $EF\subset$ 平面 AEC，$BC_1 // AD_1$

而 AD_1 与平面 AEC 相交，

故可知 BC_1 与平面 AEC 相交，所以不存在 $EF//BC_1$

B 错误，如图，作 $B_1M\perp BD_1$



由 $AC\perp BD, AC\perp BB_1, BD\cap BB_1=B$

又 $BD, BB_1\subset$ 平面 BB_1D_1D，所以 $AC\perp$ 平面 BB_1D_1D

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/256041025225010210