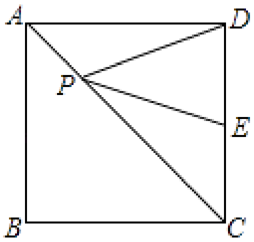
中考数学专题突破：特殊的四边形

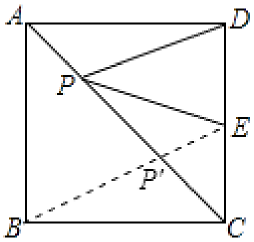
1.（2017•黔南州）如图，在正方形 ABCD 中，AB=9，点 E 在 CD 边上，且 DE=2CE，点 P 是对角线 AC 上的一个动点，则 PE+PD 的最小值是（　）



A. 3 $\sqrt{10}$　　B. 10 $\sqrt{3}$　　C. 9　　D. 9 $\sqrt{2}$

【答案】A

【解析】【解答】如图，连接 BE，设 BE 与 AC 交于点 P′，



∵四边形 ABCD 是正方形，

∴点 B 与 D 关于 AC 对称，

∴P′D=P′B，

∴P′D+P′E=P′B+P′E=BE 最小．

即 P 在 AC 与 BE 的交点上时，PD+PE 最小，为 BE 的长度．

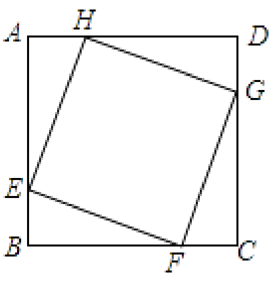
∵直角△CBE 中，∠BCE=90°，BC=9，CE= $\frac{1}{3}$ CD=3，

∴BE= $\sqrt{9^2+3^2}$ =3 $\sqrt{10}$ ．

故答案为：A．

【分析】根据点 B 与 D 关于 AC 对称，连接 BE，使 PE+PD=BE 最小，再利用勾股定理即计算出 BE 的值即可．

2.如图，正方形 ABCD 的边长为 8，在各边上顺次截取 AE=BF=CG=DH=5，则四边形 EFGH 的面积是（　）



A. 30　　B. 34　　C. 36　　D. 40

【答案】B

【解析】【解答】解：∵四边形 ABCD 是正方形， ∴∠A=∠B=∠C=∠D=90°，AB=BC=CD=DA，

∵AE=BF=CG=DH，

∴AH=BE=CF=DG．

在△AEH、△BFE、△CGF 和△DHG 中，

$$\begin{cases} AE=BF=CG=DH \\ \angle A=\angle B=\angle C=\angle D \\ AH=BE=CF=DG \end{cases}，$$

∴△AEH≌△BFE≌△CGF≌△DHG（SAS），

∴EH=FE=GF=GH，∠AEH=∠BFE，

∴四边形 EFGH 是菱形，

∵∠BEF+∠BFE=90°，

∴∠BEF+∠AEH=90°，

∴∠HEF=90°，

∴四边形 EFGH 是正方形，

∵AB=BC=CD=DA=8，AE=BF=CG=DH=5，

∴EH=FE=GF=GH= $\sqrt{5^2+3^2}$ = $\sqrt{34}$ ，

∴四边形 EFGH 的面积是： $\sqrt{34}$ × $\sqrt{34}$ =34，

故选 B．

【分析】由正方形的性质得出∠A=∠B=∠C=∠D=90°，AB=BC=CD=DA，证出 AH=BE=CF=DG，由 SAS 证明△AEH≌△BFE≌△CGF≌△DHG，得出 EH=FE=GF=GH，∠AEH=∠BFE，证出四边形 EFGH 是菱形，再证出∠HEF=90°，即可得出四边形 EFGH 是正方形，由边长为 8，AE=BF=CG=DH=5，可得 AH=3，由勾股定理得 EH，得正方形 EFGH 的面积．

3.（2017•河北）求证：菱形的两条对角线互相垂直． 已知：如图，四边形 ABCD 是菱形，对角线 AC，BD 交于点 O．

求证：AC⊥BD．

以下是排乱的证明过程：

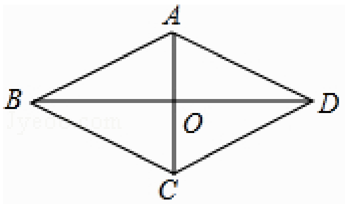
①又 BO=DO；

②∴AO⊥BD，即 AC⊥BD；

③∵四边形 ABCD 是菱形；

④∴AB=AD．

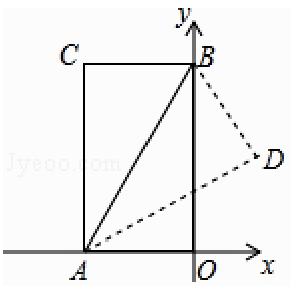
证明步骤正确的顺序是（ ）



A. ③→②→①→④ B. ③→④→①→② C. ①→②→④→③ D. ①→④→③→②

【答案】B

【解析】【解答】证明： ∵四边形 ABCD 是菱形，
∴AB=AD，
∵对角线 AC，BD 交于点 O，
∴BO=DO，
∴AO⊥BD，
即 AC⊥BD，
∴证明步骤正确的顺序是③→④→①→②，
故选 B．
【分析】根据菱形是特殊的平行四边形以及等腰三角形的性质证明即可．
4.下列命题中，真命题是（　）
A. 对角线相等的四边形是矩形　　B. 对角线互相垂直的四边形是菱形
C. 对角线互相平分的四边形是平行四边形　　D. 对角线互相垂直平分的四边形是正方形
【答案】C
【解析】【解答】解：A、两条对角线相等且相互平分的四边形为矩形；故本选项错误； B、对角线互相垂直的平行四边形是菱形；故本选项错误；
C、对角线互相平分的四边形是平行四边形；故本选项正确；
D、对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形；故本选项错误；
故选 C．
【分析】A、根据矩形的定义作出判断；
B、根据菱形的性质作出判断；
C、根据平行四边形的判定定理作出判断；
D、根据正方形的判定定理作出判断．
5.（2017•内江）如图，在矩形 AOBC 中，O 为坐标原点，OA、OB 分别在 x 轴、y 轴上，点 B 的坐标为（0，$3\sqrt{3}$），∠ABO=30°，将△ABC 沿 AB 所在直线对折后，点 C 落在点 D 处，则点 D 的坐标为（　）



A.（$\frac{3}{2}$，$\frac{3}{2}\sqrt{3}$）　B.（2，$\frac{3}{2}\sqrt{3}$）　C.（$\frac{3}{2}\sqrt{3}$，$\frac{3}{2}$）　D.（$\frac{3}{2}$，$3-\frac{3}{2}\sqrt{3}$）
【答案】A
【解析】【解答】解：∵四边形 AOBC 是矩形，∠ABO=30°，点 B 的坐标为（0，$3\sqrt{3}$），∴AC=OB=$3\sqrt{3}$，∠CAB=30°，
∴BC=AC•tan30°=$3\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}$=3，

∵将△ABC 沿 AB 所在直线对折后，点 C 落在点 D 处，

∴∠BAD=30°，AD=3 $\sqrt{3}$ ，

过点 D 作 DM⊥x 轴于点 M，

∵∠CAB=∠BAD=30°，

∴∠DAM=30°，

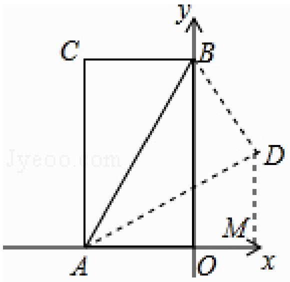
∴DM= $\frac{1}{2}$ AD= $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，

∴AM=3 $\sqrt{3}$ ×cos30°= $\frac{9}{2}$ ，

∴MO= $\frac{9}{2}$ ﹣ 3= $\frac{3}{2}$ ，

∴点 D 的坐标为（ $\frac{3}{2}$ ， $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ）．

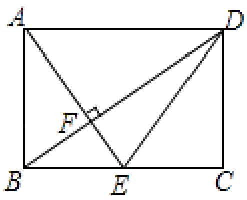
故选：A．



【分析】根据翻折变换的性质结合锐角三角函数关系得出对应线段长，进而得出 D 点坐标．

6.（2017•泸州）如图，在矩形 ABCD 中，点 E 是边 BC 的中点，AE⊥BD，垂足为 F，则 tan∠BDE 的值是

（　）



A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

【答案】A

【解析】【解答】解：∵四边形 ABCD 是矩形，　∴AD=BC，AD∥BC，

∵点 E 是边 BC 的中点，

∴BE= $\frac{1}{2}$ BC= $\frac{1}{2}$ AD，

∴△BEF∽△DAF，

∴ $\frac{EF}{AF}=\frac{BE}{AD}$ = $\frac{1}{2}$ ，

∴EF= $\frac{1}{2}$ AF，

∴EF= $\frac{1}{3}$ AE，

∵点 E 是边 BC 的中点，

∴由矩形的对称性得：AE=DE，

∴EF= $\frac{1}{3}$ DE，设 EF=x，则 DE=3x，

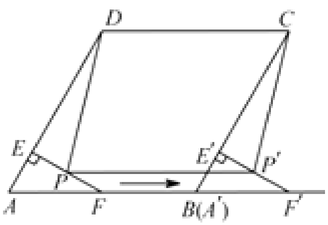
∴DF= $\sqrt{DE^2-EF^2}$ =2 $\sqrt{2}$ x，

∴tan∠BDE= $\frac{EF}{DF}$ = $\frac{x}{2\sqrt{2}x}$ = $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ；

故选：A.

【分析】证明△BEF∽△DAF，得出 EF= $\frac{1}{2}$ AF，EF= $\frac{1}{3}$ AE，由矩形的对称性得：AE=DE，得出 EF= $\frac{1}{3}$ DE，设 EF=x，则 DE=3x，由勾股定理求出 DF= $\sqrt{DE^2-EF^2}$ =2 $\sqrt{2}$ x，再由三角函数定义即可得出答案.

7.（2017•苏州）如图，在菱形 ABCD 中，$\angle A=60°$，$AD=8$，F 是 AB 的中点．过点 F 作 $FE\perp AD$，垂足为 E．将 ΔAEF 沿点 A 到点 B 的方向平移，得到 $\Delta A'E'F'$．设 P、P' 分别是 EF、$E'F'$ 的中点，当点 A' 与点 B 重合时，四边形 $PP'CD$ 的面积为（　　）



A. $28\sqrt{3}$　　B. $24\sqrt{3}$　　C. $32\sqrt{3}$　　D. $32\sqrt{3}-8$

【答案】A

【解析】【解答】解：过点 E 作 EI⊥AB，过 P 作 PH⊥AB 于 H，连结 DF，则 DF⊥AB，

由平移的性质可得 PP′=AB，PP′//AB，又∵在菱形 ABCD 中，AB//CD，

AB=CD，∴PP′//CD，PP′=CD，∴四边形 CDPP′是平行四边形，

已知菱形的边长为 8，∠A=60°，则 DF=8×sin60°=4$\sqrt{3}$

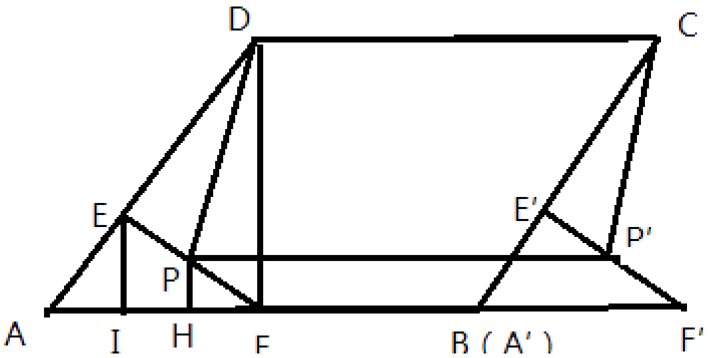
F 为 AB 的中点，则 AF=8÷2=4；已知∠A=60°，EF⊥AD，则∠AFE=30°，则 AE=2

EI=AE×sin60°=2×$\frac{\sqrt{3}}{2}$=$\sqrt{3}$，

P 是 EF 的中点，且易知道 PH//EI，所以 PH=$\sqrt{3}$÷2=$\frac{\sqrt{3}}{2}$

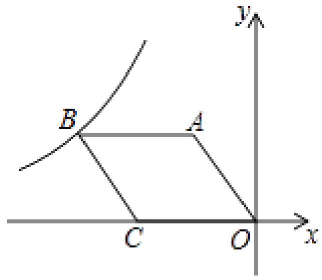
$S_{PP'CD}$=8×（4$\sqrt{3}$-$\frac{\sqrt{3}}{2}$）=28$\sqrt{3}$

故选 A.



【分析】依据题意四边形 CDPP′是平行四边形，平行四边形 ABCD 的高为 DF，则 CDPP′的高为 DF-PH。之后按平行四边形的面积公式计算即可。

8.（2017•枣庄）如图，O 是坐标原点，菱形 OABC 的顶点 A 的坐标为（﹣ 3，4），顶点 C 在 x 轴的负半轴上，函数 y= $\frac{k}{x}$ （x＜0）的图象经过顶点 B，则 k 的值为（　）



A. ﹣ 12　　　B. ﹣ 27　　　C. ﹣ 32　　　D. ﹣ 36

【答案】C

【解析】【解答】解：∵A（﹣ 3，4），　∴OA= $\sqrt{3^2+4^2}$ =5，

∵四边形 OABC 是菱形，

∴AO=CB=OC=AB=5，

则点 B 的横坐标为﹣ 3﹣ 5=﹣ 8，

故 B 的坐标为：（﹣ 8，4），

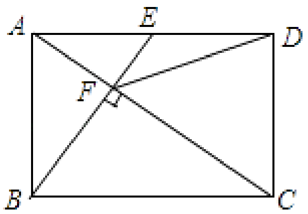
将点 B 的坐标代入 y= $\frac{k}{x}$ 得，4= $\frac{k}{-8}$ ，

解得：k=﹣ 32．

故选 C．

【分析】根据点 C 的坐标以及菱形的性质求出点 B 的坐标，然后利用待定系数法求出 k 的值即可．

9.（2017•广元）如图，在矩形 ABCD 中，E 是 AD 边的中点，BE⊥AC，垂足为 F，连结 DF，下列四个结论：①△AEF∽△CAB；②tan∠CAD= $\sqrt{2}$ ；③DF=DC；④CF=2AF，正确的是（　）



A. ①②③　　　B. ②③④　　　C. ①③④　　　D. ①②④

【答案】C