河南省焦作市 2023-2024 学年高三第三次模拟考试(暨青铜鸣大联考）数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知集合 $A\ \{x|\ e\ \ x\ \ 0\}$，$B\ \ x|0\ \ x^2\ \ x\ \ 2$，则 $A\ \ B$ （ ）

A．$\{x|\ 1\ \ x\ \ 1\}$ B．$\{x|\ 1\ \ x\ \ 0\}$ C．$\{x|\ e\ \ x\ \ 2\}$ D．$\{x|\ e\ \ x\ \ 1\}$

2．已知 i 为虚数单位，复数 z 满足 $|z\ \ 1|\ |z\ \ i|\ \ \sqrt{5}$，则 $|z|$ 的值为（ ）

A．1 B．$\sqrt{2}$ C．$\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{2}$ D．1 或 $\sqrt{2}$

3．为了备战学校举办的数学竞赛，某班推选小明、小红、小刚三位学生组成竞赛小组，并对他们三人前三次月考的数学成绩（单位：分）进行分析，三次数学成绩如下表：

学生	月份		
	9 月	10 月	11 月
小明	135	131	133
小红	132	140	136
小刚	140	130	135

针对这三次月考的数学成绩，下列分析中正确的是（ ）

A．这个竞赛小组 11 月份月考数学成绩的平均分最低

B．小刚三次月考数学成绩的平均分最高

C．小明三次月考数学成绩的成绩最稳定

D．小红三次月考数学成绩的方差最大

4．已知正数 x，y 满足 $2\sqrt{3}x\ \ 2y\ \ xy\ \ 0$，则当 xy 取得最小值时，$x\ \ 2y$ （ ）

A．$4\ \ 8\sqrt{3}$ B．$2\ \ 4\sqrt{3}$ C．$3\ \ 6\sqrt{3}$ D．$8\ \ 6\sqrt{3}$

5．已知直线 $y\ \ x\ \ 1$ 交曲线 $C: y^2\ \ 4x$ 于 A，B 两点（点 A 在点 B 的上方），F 为 C 的焦点，则 $\dfrac{|AB|}{|AF|\ \ |BF|}$ （ ）

A． $2\sqrt{3}$　　　　B． $2\sqrt{2}$　　　　C． 2　　　　D． $\sqrt{2}$

6．记数列 a_n 的前 n 项和为 S_n，设甲： a_n 是公比不为 1 的等比数列；乙：存在一个非零常数 t，使 $\frac{S_n}{t}$ 1 是等比数列，则（　）

A．甲是乙的充要条件　　　　B．甲是乙的充分不必要条件

C．甲是乙的必要不充分条件　　　　D．甲是乙的既不充分也不必要条件

7．在 ABC 中，若 $\sin\frac{A}{2}$ $3\cos\frac{B}{2}$ $2\sqrt{2}$， $\cos\frac{A}{2}$ $3\sin\frac{B}{2}$ 2，则 $\cos C$ （　）

A． $\frac{2}{3}$　　　　B． $\frac{1}{9}$　　　　C． $\frac{8}{9}$　　　　D． $\frac{7}{9}$

8．在四棱锥 P ABCD 中，底面 ABCD 是边长为 3 的正方形，PA PB 2PC 2PD ，平面 PCD 平面 ABCD ，且该四棱锥的各个顶点均在球 O 的表面上，则球 O 的表面积为（　）

A． 17π　　　　B． 19π　　　　C． 21π　　　　D． 23π

二、多选题

9．已知函数 $f(x)$ $\frac{1}{2}\sin 2x$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{1}{2}\sin 2x$，则（　）

A．函数 f x $\frac{\pi}{8}$ 为奇函数

B．曲线 y $f(x)$ 的对称轴为 x $\frac{\pi}{8}$ $\frac{k\pi}{2}$，k Z

C． $f(x)$ 在 $\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}$ 上单调递增

D． $f(x)$ 在 x $\frac{5\pi}{8}$ 处取得极小值 $\sqrt{2}$

10．设 A ，B ，C 均为随机事件，且 0 $P(A)$ 1，0 $P(B)$ 1，0 $P(C)$ 1，则下列结论中一定成立的是（　）

A． $P(B)$ $P(B|A)$ $P(B|\overline{A})$

B． $\frac{P(ABC)}{P(A)}$ $P(B|A)P(C|AB)$

C．若 B A ，则 $P(B|A)$ $\frac{P(B)}{P(A)}$

D．若 $P(B|A)$ $P(B|\overline{A})$，则 $P(AB)$ $P(A)P(B)$

11．已知函数 $f\ x\ \begin{cases}\dfrac{x}{e^x}, & x\ 0\\ \dfrac{\ln x}{x}, & 0\ x\ 4\\ 2f\ x\ 4\ , & x\ 4\end{cases}$，则下列说法正确的是（ ）

A．函数 $f(x)$ 在 $(4k,4k\ e)\ k\ N_*$ 上单调递增

B．函数 $f(x)$ 在 $(4k\ e,4k\ 4)\ k\ N_*$ 上单调递减

C．若方程 $f(x)\ a(x\ 1)$ 有两个实数根 x_1，x_2，则 $\dfrac{x_1}{x_2}\ a$

D．当方程 $f(x)\ bx(0\ x\ 8)$ 的实数根最多时，b 的最小值为 $\dfrac{\ln 2}{8}$

三、填空题

12．已知向量 $a\ (1,\sqrt{3})$，$b\ (m,2\sqrt{3})$，若 $(a\ 2b)\ a$，则实数 m ______.

13．若二项式 $(1\ x)^9$ 的展开式中 x^k 的系数为 a_k，则 $\sum_{k\ 1}^{9}\dfrac{1}{a_k}$ ______.

14．已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}\ \dfrac{y^2}{3a^2}\ 1(a\ 0)$ 的左焦点为 F_1，O 为坐标原点，$D\ a,\sqrt{3}a$，线段 OD 的垂直平分线与 C 交于 A,B 两点，且与 C 的一条渐近线交于第二象限的点 E，若 $|DE|\ \dfrac{2}{3}$，则 ABF_1 的周长为______.

四、解答题

15．记 ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知点 F 为线段 AC 上的一点，且 $AF\ 2CF$，$BF\ 2$，$a\sin A\ c\sin C\ b\sin B\ \dfrac{2}{3}a\sin C$.

(1)求 $\cos\ ABC$ 的值；

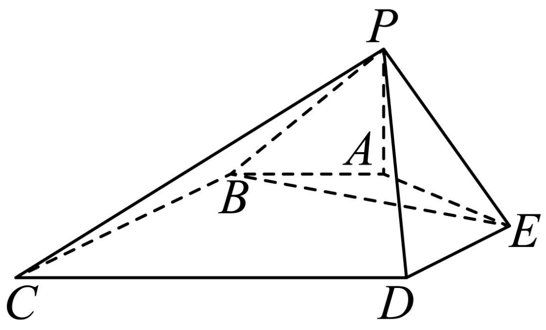
(2)求 ABC 面积的最大值.

16．某老师在课堂测验上设置了五道相互独立的判断题，得分规则是：判断题中，全部判断正确得 5 分，有一道判断错误得 3 分，有两道判断错误得 1 分，有三道及以上判断错误得 0 分.假定随机判断时，每道题判断正确和判断错误的概率均为 $\frac{1}{2}$.

(1)若考生甲所有题目都随机判断，求此考生得分的分布列；

(2)若考生乙能够正确判断其中两道题目，其余题目随机判断，求此考生得分的数学期望.

17．如图，在五棱锥$P\ \ ABCDE$ 中，PA 平面$ABCDE$，AB $/$ CD，DE $/$ BC，AB AE $\sqrt{2}$，DE 2，BC 4，CD $2\sqrt{2}$．



(1)证明：CD PE；

(2)若点P与直线CD 上一点Q 的最小距离为 3，求平面PBE 与平面PCD 夹角的余弦值.

18．已知椭圆$C: a^2 x^2 \ \ y^2 \ \ 1\ a^2 \ \ 1$ 的长轴为 4，直线l与圆$O: x^2 \ \ y^2 \ \ 1$相切于点P，与C相交于$A\ x_1, y_1$，$B\ x_2, y_2$ 两点，且$x_1>0$，$x_2 \ \ 0$，$y_1 \ \ y_2$.

(1)记C 的离心率为e，证明：$|AB|\ \ e\ x_1 \ \ x_2$；

(2)若y轴右侧的点Q 在C 上，且PQ $/$ x轴，QM，QN 是圆O 的两条切线，切点分别为M，N（M 在N 上方)，求$\frac{|AB|}{|AM| \ \ |BN|}$的值.

19．已知函数 $f(x)\ \ (x\ \ a)\ e^x\ \ a$，其中$a\ \ 0$．

(1)当$a\ \ 0$时，求 $f(x)$的最小值；

(2)证明 $f(x)$有且仅有一个极小值点x_0，并求 $f\ \ x_0$ 的最大值.

参考答案：

1．B

【分析】解不等式组化简集合 B，再利用交集的定义求解即得.

【详解】依题意，解不等式组 $\begin{cases} x^2 \quad x \quad 0 \\ x^2 \quad x \quad 2 \quad 0 \end{cases}$，得 $1 \quad x \quad 0$ 或 $1 \quad x \quad 2$，

则 $B \quad \{x | \ 1 \quad x \quad 0$ 或 $1 \quad x \quad 2\}$，而 $A \quad \{x | \ e \quad x \quad 0\}$，

所以 $A \quad B \quad \{x | \ 1 \quad x \quad 0\}$.

故选：B

2．C

【分析】根据复数代数形式的运算法则和复数模的概念列方程求解.

【详解】设 $z \quad a \quad bi$，则 $z \quad 1 \quad a \quad 1 \quad bi$，$z \quad i \quad a \quad b \quad 1 \ i$，

因为 $|z \quad 1| \ |z \quad i| \quad \sqrt{5}$，

所以 $\begin{cases} a \quad 1^2 \quad b^2 \quad 5 \\ a^2 \quad b \quad 1^2 \quad 5 \end{cases}$，$\begin{cases} a \quad 1 \\ b \quad 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a \quad 2 \\ b \quad 2 \end{cases}$

当 $a \quad b \quad 1$ 时，$|z| \quad \sqrt{2}$；当 $a \quad b \quad 2$ 时，$|z| \quad 2\sqrt{2}$.

故选：C

3．C

【分析】选项 A，利用平均数的计算公式，直接计算 3 个月的平均分，即可判断出选项 A 的正误；选项 B，利用平均数的计算公式，直接计算 3 人的平均分，即可判断出选项 B 的正误；再利用方差的计算公式，直接求出 3 人的方差，即可判断出 CD 的正误，从而求出结果.

【详解】对于选项 A，9 月份月考数学成绩的平均分为 $\frac{135 \quad 132 \quad 140}{3} \quad \frac{407}{3}$，

10 月份月考数学成绩的平均分为 $\frac{131 \quad 140 \quad 130}{3} \quad \frac{401}{3}$，

11 月份月考数学成绩的平均分为 $\frac{133 \quad 136 \quad 135}{3} \quad \frac{404}{3}$，故选项 A 错误；

对于选项 B，三次月考数学成绩中，小明平均分 $\frac{135 \quad 131 \quad 133}{3} \quad \frac{399}{3} \quad 133$，

小红的平均分 $\frac{132 \quad 140 \quad 136}{3} \quad \frac{408}{3} \quad 136$，

小刚的平均分 $\frac{140 \quad 130 \quad 135}{3} \quad \frac{405}{3} \quad 135$，所以选项 B 错误；

对于选项C，三次月考数学成绩中，小明的方差为

$\frac{1}{3}[(135\ \ 133)^2\ \ (131\ \ 133)^2\ \ (133\ \ 133)^2]\ \ \frac{8}{3}$，

小红的方差为$\frac{1}{3}[(132\ \ 136)^2\ \ (140\ \ 136)^2\ \ (136\ \ 136)^2]\ \ \frac{32}{3}$，

小刚的方差为$\frac{1}{3}[(140\ \ 135)^2\ \ (130\ \ 135)^2\ \ (135\ \ 135)^2]\ \ \frac{50}{3}$，所以小明最稳定，故选项C 正确，

对于选项D，由选项C 知，小刚的成绩波动性最大，方差最大，故选项D 错误，

故选：C.

4．A

【分析】根据条件，利用基本不等式及取等号的条件，可得$x\ \ 4$，$y=4\sqrt{3}$，即可求出结果.

【详解】由题意可得$\sqrt{3}x\ \ y\ \ \frac{1}{2}xy\ \ 2\sqrt{\sqrt{3}xy}$，平方得$xy\ \ 16\sqrt{3}$，

当且仅当$\sqrt{3}x\ \ y$，即$x\ \ 4$，$y=4\sqrt{3}$时取得等号，

故xy取得最小值时，$x\ \ 2y\ \ 4\ \ 8\sqrt{3}$.

故选：A.

5．D

【分析】求出直线与抛物线交点的横坐标，利用抛物线定义求出$|AF|$，$|BF|$即可得解.

【详解】联立方程组$\begin{matrix} y & x & 1 \\ y^2 & & 4x \end{matrix}$，消元得$x^2\ \ 6x\ \ 1\ \ 0$，

设$A\ \ x_1, y_1$，$B\ \ x_2, y_2$，解得$x_1\ \ 3\ \ 2\sqrt{2}$，$x_2\ \ 3\ \ 2\sqrt{2}$，

易知$F(1,0)$过直线AB，根据抛物线的定义，

可得$|AF|\ \ x_1\ \ \frac{p}{2}\ \ 4\ \ 2\sqrt{2}$，$|BF|\ \ x_2\ \ \frac{p}{2}\ \ 4\ \ 2\sqrt{2}$，

所以$\frac{|AB|}{|AF|\ \ |BF|}\ \ \frac{|AF|\ \ |BF|}{|AF|\ \ |BF|}\ \ \sqrt{2}$.

故选：D.

6．B

【分析】利用等比数列前n项和公式，结合充分条件、必要条件的定义判断即得.

【详解】设数列a_n的首项和公比分别为a_1，$q(q\ \ 1)$，

则 $S_n \quad a_1 \frac{q^n \quad 1}{q \quad 1}$，取 $t \quad \frac{a_1}{q \quad 1}$，得 $\frac{S_n}{t} \quad 1 \quad q^n$，显然数列 $\{\frac{S_n}{t} \quad 1\}$ 是等比数列；

反之，取 $t \quad 1$，$a_n \quad 0$，此时 $S_n \quad 1 \quad 1$，数列 $\{\frac{S_n}{t} \quad 1\}$ 为等比数列，而 a_n 不是等比数列，

所以甲是乙的充分不必要条件.

故选：B

7．D

【分析】根据平方关系、两角和的正弦公式、诱导公式及二倍角余弦公式可得结果.

【详解】将已知两式平方得，

$\sin^2\frac{A}{2} \quad 6\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2} \quad 9\cos^2\frac{B}{2} \quad 8$，$\cos^2\frac{A}{2} \quad 6\cos\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2} \quad 9\sin^2\frac{B}{2} \quad 4$，

两式相加，得到 $1 \quad 6 \quad \sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2} \quad \sin\frac{B}{2}\cos\frac{A}{2} \quad 9 \quad 12$，

因为 $0 \quad A \quad B \quad \pi \quad 0 \quad \frac{A \quad B}{2} \quad \frac{\pi}{2}, \frac{C}{2} \quad \frac{\pi}{2} \quad \frac{A \quad B}{2}$

即 $\sin\frac{A \quad B}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \cos\frac{C}{2} \quad \frac{1}{3}$，

故 $\cos C \quad 2\cos^2\frac{C}{2} \quad 1 \quad \frac{7}{9}$.

故选：D.

8．C

【分析】由面面垂直的性质得到 $BC \quad$ 平面 PCD，即可得到 $PC \quad BC$，利用勾股定理求出 PB、PC，再求出点 P 到底面 $ABCD$ 的距离，依题意可得球心 O 在经过底面中心且与底面垂直的直线上，设 O 到底面 $ABCD$ 的距离为 x，利用勾股定理求出 x，即可得到外接球的半径，最后根据球的表面积公式计算可得.

【详解】因为底面 $ABCD$ 是边长为 3 的正方形，所以 $BC \quad CD$，

又平面 $PCD \quad$ 平面 $ABCD$，平面 $PCD \quad$ 平面 $ABCD \quad CD$，$BC \quad$ 平面 $ABCD$，

所以 $BC \quad$ 平面 PCD，又 $PC \quad$ 平面 PCD，则 $PC \quad BC$，

又 $BC \quad 3$，$PB \quad 2PC$，$PC^2 \quad BC^2 \quad BP^2$，解得 $PB \quad 2PC \quad 2\sqrt{3}$（负值舍去），

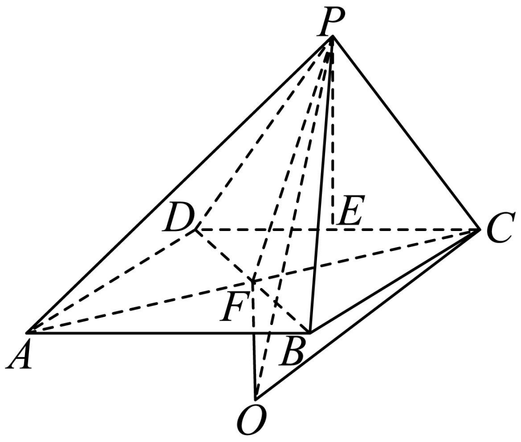
所以 $PA \quad 2PD \quad 2\sqrt{3}$，

取 DC 的中点 E，连接 PE，则 $PE \quad DC$，

又平面 $PCD \quad$ 平面 $ABCD$，平面 $PCD \quad$ 平面 $ABCD \quad CD$，$PE \quad$ 平面 PCD，

所以 $PE \quad$ 平面 $ABCD$，

又 $PE=\sqrt{(\sqrt{3})^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，即点 P 到底面 ABCD 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，



设 $AC\cap BD=F$，则 $FC=\frac{1}{2}\sqrt{3^2+3^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$PF=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{3}$，

球心 O 在经过底面中心且与底面垂直的直线上，

设 O 到底面 ABCD 的距离为 $x\ (x>0)$，

那么 $OC=\sqrt{x^2+\frac{9}{2}}$，$OP=\sqrt{\left(x+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\frac{9}{4}}$，

由 $OC=OP$ 可解得 $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故 $OC=\frac{\sqrt{21}}{2}$，即外接球的半径 $r=OC=\frac{\sqrt{21}}{2}$，

故球 O 的表面积为 $S=4\pi r^2=21\pi$.

故选：C.

【点睛】关键点点睛：本题解答的关键是求出 PB 、PC 的长度，再确定外接球的球心在经过底面中心且与底面垂直的直线上，利用勾股定理求出外接球的半径.

9．AB

【分析】根据题意整理可得 $f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$.对于 A：整理可得 $f\left(x-\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x$，结合正弦函数奇偶性分析判断；对于 B：令 $2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi$ 运算求解即可；对于 C：令 $t=2x+\frac{\pi}{4}$，结合正弦函数单调性分析判断；对于 D：根据三角函数极值与最值之间的关系分析判断.

【详解】由题意可得：$f(x)=\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}\sin 2x=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$.

对于选项 A：因为 $f\left(x-\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x$ 为奇函数，故 A 正确；

对于选项 B：令 $2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in Z$，解得 $x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}$，$k\in Z$，

所以曲线 $y=f(x)$ 的对称轴为 $x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}$，$k\in Z$，故B 正确；

对于选项C：令 $t=2x-\frac{\pi}{4}$，

因为 $x\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$，则 $t=2x-\frac{\pi}{4}\in\left(\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right)$，

而 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin t$ 在 $\left(\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right)$ 上单调递减，所以函数 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递减，故C 错误；

对于选项D：因为 $f\left(\frac{5\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\frac{3\pi}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$f(x)$ 在 $x=\frac{5\pi}{8}$ 处取得极小值 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$，故D 错误.

故选：AB.

10．BCD

【分析】根据事件之间的关系可得 $P(B)=P(B|A)P(A)+P(B|\overline{A})P(\overline{A})$，结合概率的性质即可判断A；利用条件概率公式化简 $P(A)P(B|A)P(C|AB)$ 即可判断B；根据事件的包含关系，结合条件概率公式即可判断C；根据对立事件与条件概率公式即可判断D.

【详解】对于A，因为 $P(B)=P(B|A)P(A)+P(B|\overline{A})P(\overline{A})$，

且 $0<P(\overline{A})<1$，$0<P(A)<1$，所以 $P(B)<P(B|A)+P(B|\overline{A})$，故A 错误；

对于B，$P(A)P(B|A)P(C|AB)=P(A)\cdot\frac{P(AB)}{P(A)}\cdot\frac{P(ABC)}{P(AB)}=P(ABC)$，故B 正确；

对于C，当 $B\subseteq A$ 时，$P(AB)=P(B)$，此时 $P(B|A)=\frac{P(B)}{P(A)}$，故C 正确；

对于D，因为 $P(B|A)=P(B|\overline{A})$，由条件概率公式可得 $\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{P(\overline{A}B)}{P(\overline{A})}$，

即 $P(AB)[1-P(A)]=P(A)P(\overline{A}B)=P(A)[P(B)-P(AB)]$，

所以 $P(AB)=P(A)P(B)$，故D 正确.

故选：BCD.

11．ABD

【分析】先利用导数分析函数在 $\left[0,4\right]$ 上的单调性，再结合函数的已知性质，分析函数在 $\left[4k,4k+4\right]$，$k\in N^{*}$ 的单调性，可判断AB 的真假；对C：分 $x_1<x_2$ 和 $x_1>x_2$ 两种情况讨论，可判断C 的真假；借助函数单调性的结论，分析方程 $f(x)=bx(0<x<8)$ 解的个数，判断D 的真假.

【详解】当 $x\ \ (0,4]$ 时， $f(x)\ \ \frac{1}{2}f(x\ \ 4)$，

即 $f(x\ \ 4)\ \ 2f(x)$，故 $f(x\ \ 4)\ \ 2f(x)$，

又当 $x\ \ (0,4]$ 时， $f(x)\ \ \frac{1\ \ \ln x}{x^2}$，

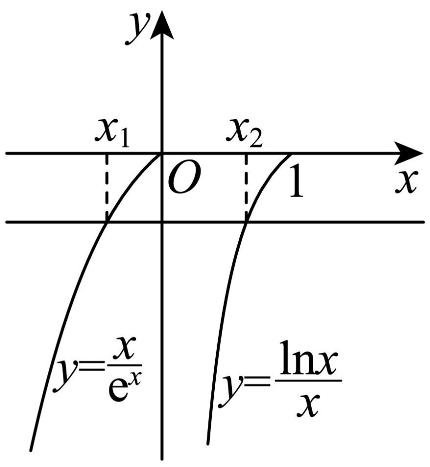
由 $f(x\ \ 4)\ \ 0$ 得 $2f(x)\ \ 0$，解得 $x\ \ e$，

故 $f(x)$ 在 $(0,e)$ 上单调递增，在 $(e,4]$ 上单调递减.

故 $f(x)$， $x\ \ 4,8$ 在 $(4,4\ \ e)$ 上单调递增，在 $(4\ \ e,8]$ 上单调递减，

同理得 $f(x)$ 在 $(4k,4k\ \ e)\ k\ \ N^*$ 上单调递增，在 $(4k\ \ e,4k\ \ 4)\ k\ \ N^*$ 上单调递减，故A，B 正确；

若方程 $f(x)\ \ a(x\ \ 1)$ 有两个实数根 x_1， x_2，由图象可知：



则当 $x\ \ 0$ 时 $\frac{x}{e^x}\ \ a$，当 $x\ \ (0,1)$ 时， $\frac{\ln x}{x}\ \ a$，

不妨设 $x_1\ \ 0\ \ x_2\ \ 1$，则 $\frac{x_1}{e^{x_1}}\ \ \frac{\ln x_2}{x_2}\ \ \frac{\ln x_2}{e^{\ln x_2}}\ \ a$，

又 $\frac{x}{e^x}\ \ \ \frac{1\ \ x}{e^x}$，当 $x\ \ 0$ 时， $\frac{1\ \ x}{e^x}\ \ 0$ 恒成立.

所以函数 $y\ \ \frac{x}{e^x}$ 在 $(\ \ ,0)$ 上单调递增，则 $x_2\ \ e^{x_1}$， $\frac{x_1}{x_2}\ \ \frac{x_1}{e^{x_1}}\ \ a$，

若 $x_1\ \ x_2$，则 $\frac{x_1}{x_2}\ \ \frac{1}{a}$，故C 错误；

由 $f(x)\ \ bx$ 知 $x\ \ 0$ 时有1个根，

由函数的单调性，做函数在 $0,8$ 上的草图如下：