2024年广东省深圳市南山区部分学校中考数学三模试卷

一、单选题

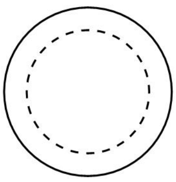
1．下列实数中是无理数的是（　　）

A．3.14　　B．$\sqrt{9}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\frac{1}{7}$

2．铜鼓是我国古代南方少数民族使用的打击乐器和礼器，世界上最重的铜鼓王出土于广西．如图是接铜鼓的实物图，它的左视图是（　　）

A．

B．

C．

D．

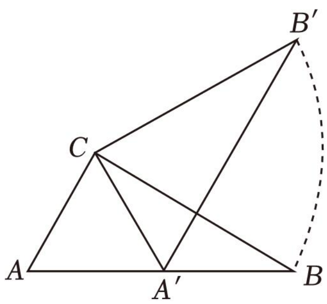
3．某班30位同学的安全知识测试成绩统计如表，其中有两个数据被遮盖，下列关于成绩的统计量中（　　）

成绩	24	25	26	27	28	29	30
人数	■	■	3	3	6	7	9

A．平均数，方差　　B．中位数，方差

C．中位数，众数　　D．平均数，众数

4．如图，已知三角板 ABC，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=2$，将三角板绕直角顶点 C 逆时针旋转，则 B 点转过的路径长为（　　）



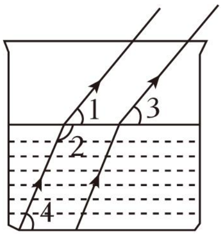
A．$\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$　　C．$\frac{2}{3}\pi$　　D．$\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$

5．下列计算正确的是（　　）

A．$a^2•a^6=a^8$　　　　B．$a^8÷a^4=a^2$

C．$\frac{a}{a+2}$　　　　D．$(-3a)^2=-9a^2$

6．光在不同介质中的传播速度是不同的，因此光从水中射向空气时，要发生折射．已知在水中平行的光线射向空气中时也是平行的．如图，∠2＝120°，则∠3+∠4 的值为（　　）



A．160°　　B．150°　　C．100°　　D．90°

7．下列命题中是假命题的是（　　）

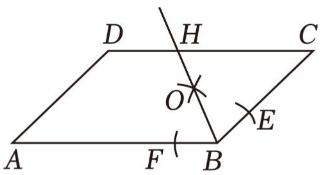
A．三角形的中位线平行于三角形的第三边，并且等于第三边的一半

B．平分弦的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧

C．从圆外一点可以引圆的两条切线，它们的切线长相等，这一点和圆心的连线平分两条切线的夹角

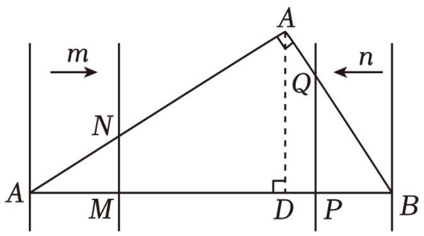
D．直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半

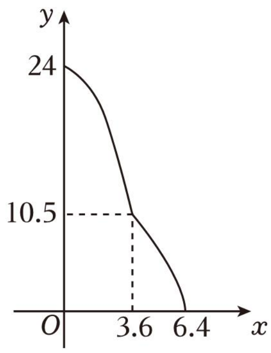
8．如图，在▱*ABCD* 中，∠*A*＝45°．利用尺规在 *BC*，*BF*，使 *BE*＝*BF*，*F* 为圆心，大于$\frac{1}{2}$EF，两弧在∠*CBA* 的内部交于点 *O*；作射线 *BO* 交 *DC* 于点 *H*（　　）

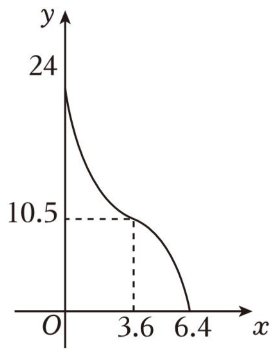


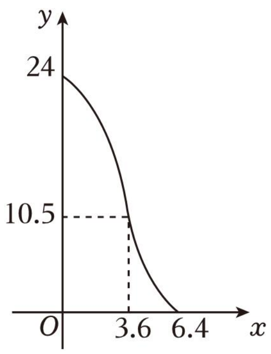
A．$\sqrt{2}-1$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{2}+1$　　D．2

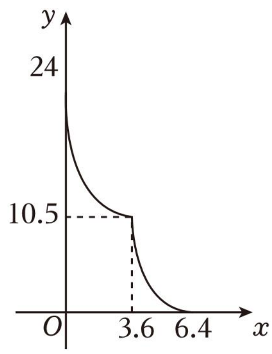
9．如图，在 Rt△*ABC* 中，*AB*＝10*cm*，$\sin A=\frac{3}{5}$，过点 *C* 向 *AB* 作垂线，垂足为 *D*．直线 *m*，直线 *m* 分别与 *AB*，*AC* 相交于点 *M*，*N*，*BC* 相交于点 *P*、*Q*．直线 *m* 从点 *A* 出发，沿 *AB* 方向以 1*cm*/*s* 的速度向点 *D* 运动；同时，直线 *n* 从点 *B* 出发，到达点 *D* 时停止运动．若运动过程中直线 *m*、*n* 及△*ABC* 围成的多边形 *MNCQP* 的面积是 *y*（cm^2），直线 *m* 的运动时间是 *x*（*s*），则 *y* 与 *x* 之间函数关系的图象大致是（　　）



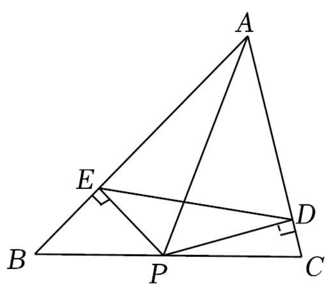
A. 

B. 

C. 

D. 

10．如图，△*ABC* 中，∠*ABC*＝45°，$BC=\sqrt{6}$，点 *P* 是 *BC* 上一动点，*PD*⊥*AC* 于 *D*，在点 *P* 的运动过程中，线段 *DE* 的最小值为（　　）



A．$3\sqrt{3}-3$　　B．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{4\sqrt{3}}{5}$　　D．$\frac{3}{2}$

二、填空题

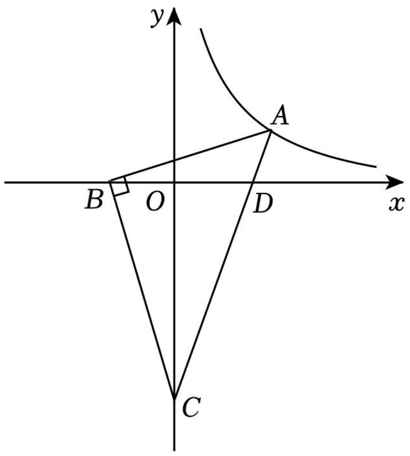
11．因式分解：x^2-4y^2＝____________________.

12．袋中装有 9 个黑球和 *n* 个白球，经过若干次试验，发现“若从袋中任摸出一个球，则这个袋中白球大约有 ________个.

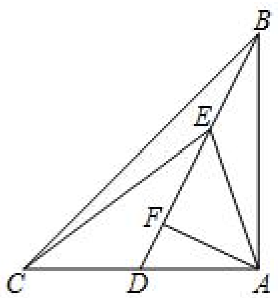
13．关于 *x* 的分式方程$\frac{x}{x+3}=2-\frac{m}{x+3}$的解为非正数，则 *m* 的取值范围是 ________________.

14．如图，在 Rt△*ABC* 中，∠*CBA*＝90°，*AC* 交 *x* 轴于点 *D*，$AD=\frac{1}{3}CD$，*C* 点坐标为（0，﹣3）

$y=\frac{k}{x}(k>0,\ x>0)$上，则 *k*＝______________________.



15．如图，在△*ABC* 中，*AC*＝*AB*，*D* 是 *AC* 边上一点，连接 *BD*，点 *E* 在 *BF* 上，连接 *AE*，∠*EAF*＝45°，若 tan∠*ECD*＝$\frac{3}{4}$，则 *BE* 的长为______________________.



三、解答题

16．计算：$|2-\sqrt{2}|+3^{-1}-\sqrt{\frac{1}{9}}+(3-\sqrt{3})^{0}$.

17．酚酞试液是化学实验室中一种常见的酸碱指示剂，广泛应用于酸碱滴定过程中，通常情况下，遇碱性溶液变红色．一次化学实验课上，老师让学生用酚酞溶液检测 4 瓶因标签污损无法分辨的无色溶液的酸碱性（呈酸性）、*B* 硝酸钾溶液（呈中性）、*C* 氢氧化钠溶液（呈碱性）（呈碱性）中的一种，小明和小亮从中各选 1 瓶溶液滴入酚酞试液进行检测．

（1）小明检测的溶液变成红色的概率为 ______________________；

（2）用列表或画树状图的方法，表示出所有可能出现的结果，并求小明和小亮检测的两瓶溶液都变成红色的概率．

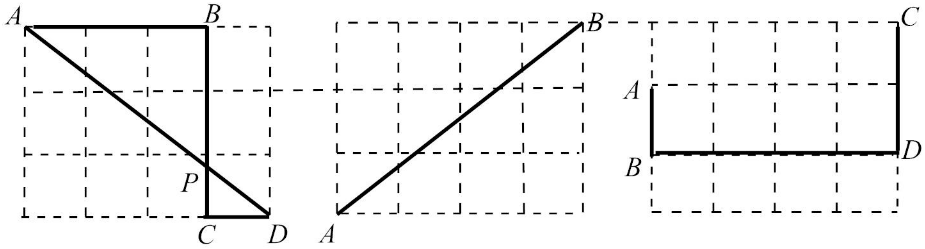
18．以下各图均是由边长为 1 的小正方形组成的网格，*A*，*B*，*C*，*D* 均在格点上．

（1）在图①中，$\frac{PD}{PA}$的值为 __________；

（2）利用网格和无刻度的直尺作图，保留痕迹，不写作法．

①如图②，在 AB 上找一点 P，使 $AP=3$；

②如图③，在 BD 上找一点 P，使△APB∽△CPD．



图①　　　　图②　　　　图③

19．去年夏天，全国多地出现了极端高温天气，某商场抓住这一商机，很快就销售一空，商场又用 8000 元购进了第二批这种太阳伞，但单价贵了 4 元，商店在销售这种太阳伞时，每天可卖出 20 把．

（1）求两次共购进这种太阳伞多少把；

（2）商场为了加快资金的回笼速度，打算对第二批太阳伞进行降价销售，经市场调查，则每天可多售出 2 把，这种太阳伞降价多少元时

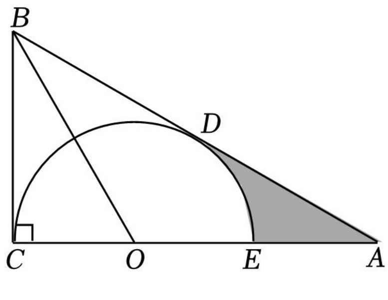
20．如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，连结 OB．以 OC 为半径的半圆与 AB 边相切于点 D，交 AC 边于点 E．

（1）求证：$BC=BD$．

（2）若 $OB=OA$，$AE=2$．

①求半圆 O 的半径．

②求图中阴影部分的面积．



21．钓鱼伞设计：户外钓鱼是一项独特的休闲娱乐活动，已经吸引了越来越多的人．

图解：图 1 是某钓鱼俱乐部设计了一款新型钓伞，伞面可近似看成弧线．图 2 是其侧面示意图．已知遮阳伞由伞面弧 AB、支架 CD 和支架 DE 组成，D 为两个支架的连接点，C 为 AB 中点，支架 DE 垂直于地面且可以适当调整长度．传统的钓伞在连接点 D 处需要手动旋转支架 CD，自动旋转支架 CD 以保持 AB 始终与光线垂直．图 3﹣5 为在不同太阳高度下的情况，其中 AM、BN 为光线方向

图 1

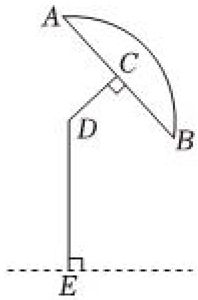


图 2

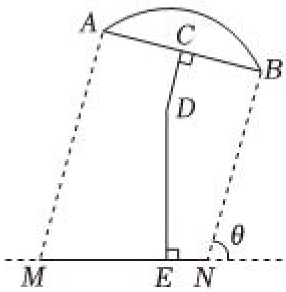


图 3

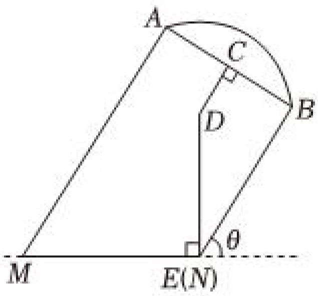


图 4

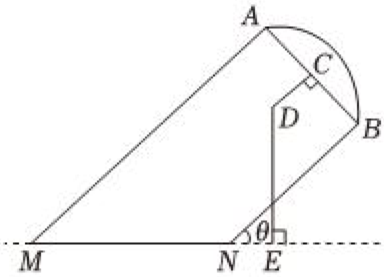


图 5

定义变量：设 $DE=h$ 米，$CD=a$ 米，$AC=CB=b$ 米（θ为锐角）.

问题一：如图 4，若 $h=1.5$，$b=0.9$，求影子 MN 的长度.

问题二：根据图 3﹣图 5，为了最大程度利用遮阳伞，假设钓鱼人坐在 N 点，设 NE 的距离为 y 米，请利用相关变量 h，a，b

问题三：在图 5 中，该俱乐部的某场钓鱼比赛定在上午九点，此时太阳光线与地面夹角为 45°，$b=0.9$ 型号的钓伞．假设 E 点刚好在岸边，座椅在 N 处，选手距离岸边距离 NE（N 在 E 点左侧）不超过 1 米，要求 B 点离地面的垂直距离不小于 1.5 米，根据此要求，求 h 的取值范围.（精确到 0.1 米，参考数据：$\sqrt{2}\approx1.4$）

22.【问题呈现】

（1）如图①，在凸四边形 $ABCD$ 中，$DA=DB$，连接 AC，$\angle DCB=30^\circ$ ^{2}、CB^2 和 CA^2 之间存在一定的数量关系；

小明同学给出了如下解决思路：

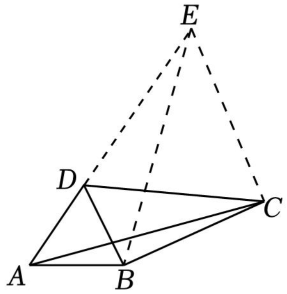
以 CD 为边作等边△CDE，连接 BE，则易证△ADC≌△BDE，此时 $BE=AC$，$CE=CD^2$、CB^2 和 CA^2 之间的数量关系为 ________________.

【类比探究】

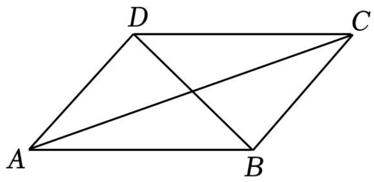
（2）如图②，在凸四边形 $ABCD$ 中，$AD=BD$，$\angle BCD=45^\circ$，连接 AC，(1)，请说明理由；若改变

【实际应用】

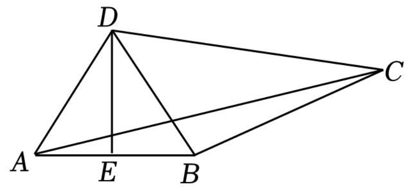
（3）工程师王师傅在电脑上设计了一个凸四边形 $ABCD$ 零件（$CD>AD$），如图③所示．其中 $AB=4$ 厘米，$AD=5$ 厘米，垂足是 E，且 E 是 AB 的中点，连结 BD，AC．在尝试画图的过程中 ^{2}，CB^2 和 CA^2 之间存在一定的数量关系，请你帮王师傅直接写出 CD^2，CB^2 和 CA^2 之间的数量关系．（不写证明过程）



图①



图②



图③

2024年广东省深圳市南山区部分学校中考数学三模试卷

参考答案与试题解析

一、单选题

1．下列实数中是无理数的是（　　）

A．3.14　　B．$\sqrt{9}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\frac{1}{7}$

【解答】解：A.3.14是分数，属于有理数；

$B.\sqrt{9}=5$是整数；

$C.\sqrt{3}$是无理数；

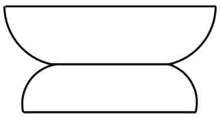
$D.\frac{1}{8}$是分数，故本选项不合题意；

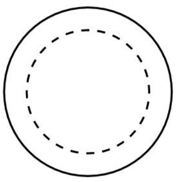
故选：C．

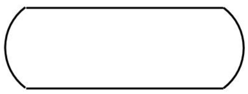
2．铜鼓是我国古代南方少数民族使用的打击乐器和礼器，世界上最重的铜鼓王出土于广西．如图是接铜鼓的实物图，它的左视图是（　　）

正面

A．

B．

C．

D．

【解答】解：从左边看，可得选项B的图形．

故选：B．

3．某班30位同学的安全知识测试成绩统计如表，其中有两个数据被遮盖，下列关于成绩的统计量中（　　）

成绩	24	25	26	27	28	29	30
人数	■	■	3	3	6	7	9

A．平均数，方差　　B．中位数，方差

C．中位数，众数　　　　　　　　　　D．平均数，众数

【解答】解：由表格数据可知，成绩为2（4分），

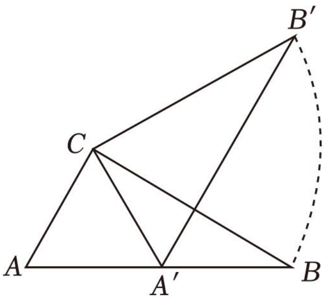
成绩为5（0分）的，出现次数最多，

成绩从小到大排列后处在第15、16位的两个数都是2（8分），

因此中位数和众数与被遮盖的数据无关，

故选：C．

4．如图，已知三角板ABC，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=2$，将三角板绕直角顶点C逆时针旋转，则B点转过的路径长为（　　）



A．$\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$　　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$　　　C．$\frac{2}{3}\pi$　　　D．$\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$

【解答】解：∵$\angle ACB=90^\circ$，$AC=2$，

∴$\angle ABC=30^\circ$，

∴$AB=2AC=5$，

∴$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=2\sqrt{3}$，

∵将三角板绕直角顶点C逆时针旋转，当点A的对应点A'落在AB边的起始位置上时即停止转动，

∴$CA=CA'$，

∵$\angle A=60^\circ$，

∴$\triangle ACA'$为等边三角形，

∴旋转角$\angle ACA'=60^\circ$，

即$\angle BCB'=\angle ACA'=60^\circ$，

∴B点转过的路径长为$\frac{60\pi\times2\sqrt{2}}{180}=\frac{2\sqrt{3}}{7}\pi$，

故选：D．

5．下列计算正确的是（　　）

A．$a^2\bullet a^6=a^8$　　　　　　　B．$a^8\div a^4=a^2$

C．$\frac{a}{a+2}$　　　　　　　D．$(-3a)^2=-9a^2$

【解答】解：A．$a^2\cdot a^6=a^3$，故该选项正确，符合题意；

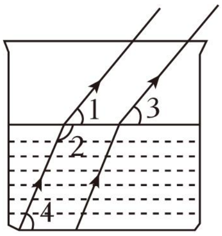
B．$a^8\div a^4=a^7$，故该选项不正确，不符合题意；

C．原式为最简分式，不符合题意；

D． （﹣$3a$）$^2=2a^2$，故该选项不正确，不符合题意；

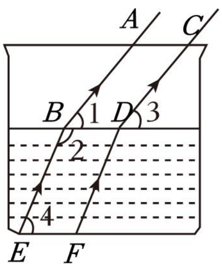
故选：A．

6．光在不同介质中的传播速度是不同的，因此光从水中射向空气时，要发生折射．已知在水中平行的光线射向空气中时也是平行的．如图，∠2＝120°，则∠3+∠4 的值为（　　）



A．160°　　　　B．150°　　　　C．100°　　　　D．90°

【解答】解：如图：



由题意得：AB∥CD，

∴∠1＝∠3＝40°，

∵BD∥EF，

∴∠4＝180°﹣∠2＝60°，

∴∠3+∠2＝100°，

故选：C．

7．下列命题中是假命题的是（　　）

A．三角形的中位线平行于三角形的第三边，并且等于第三边的一半

B．平分弦的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧

C．从圆外一点可以引圆的两条切线，它们的切线长相等，这一点和圆心的连线平分两条切线的夹角

D．直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半

【解答】解：A、三角形的中位线平行于三角形的第三边，是真命题；

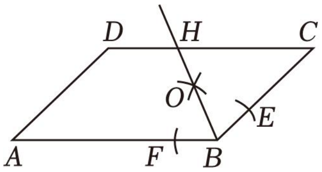
B、平分弦（弦不是直径）的直径垂直于弦，故原命题是假命题；

C、从圆外一点可以引圆的两条切线，这一点和圆心的连线平分两条切线的夹角，故此选项不符合题意；

D、直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，故此选项不符合题意；

故选：B．

8．如图，在▱$ABCD$ 中，$\angle A=45°$．利用尺规在 BC，BF，使 $BE=BF$，F 为圆心，大于$\frac{1}{2}EF$，两弧在$\angle CBA$ 的内部交于点 O；作射线 BO 交 DC 于点 H（　　）



A．$\sqrt{2}-1$　　　　B．$\sqrt{2}$　　　　C．$\sqrt{2}+1$　　　　D．2

【解答】解：过 H 作 $HE\perp BC$，

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\angle A=45°$，

∴$\angle C=A=45°$，$AB\parallel CD$，

∵$HE\perp BC$，

∴$HE=CE=HC\cdot\cos45°=\frac{\sqrt{2}}{2}HC$，$\angle ABH=\angle CHB$，

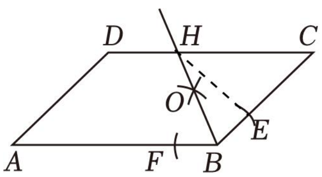
∵BH 平分$\angle ABC$，

∴$\angle ABH=\angle CBH$，

∴$\angle CBH=\angle CHB$，

∴$CH=CB$，

∴$BE=HC-CE=HC-\frac{\sqrt{8}}{2}HC=\frac{2-\sqrt{3}}{2}HC$，



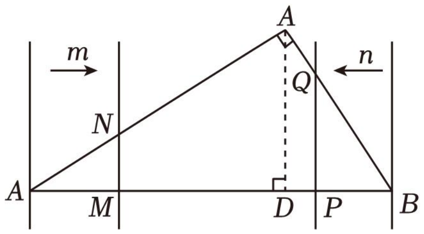
，

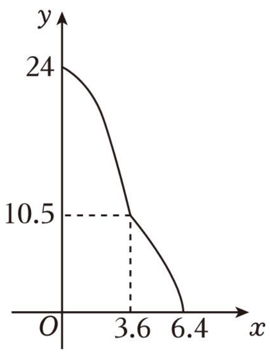
∴$\tan\angle CHB=\tan\angle CBH=\frac{HE}{BE}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{5}HC}{\frac{2-\sqrt{2}}{8}HC}=\sqrt{2}+1$，

故选：C．

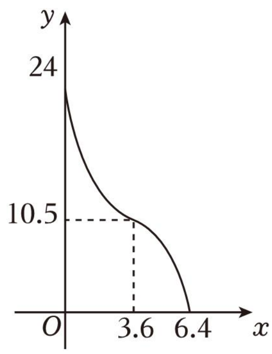
9．如图，在 Rt△ABC 中，$AB=10cm$，$\sin A=\frac{3}{5}$，过点 C 向 AB 作垂线，垂足为 D．直线 m，直线 m 分别

与 AB，AC 相交于点 M，N，BC 相交于点 P、Q．直线 m 从点 A 出发，沿 AB 方向以 1cm/s 的速度向点 D 运动；同时，直线 n 从点 B 出发，到达点 D 时停止运动．若运动过程中直线 m、n 及△ABC 围成的多边形 $MNCQP$ 的面积是 y（cm^2），直线 m 的运动时间是 x（s），则 y 与 x 之间函数关系的图象大致是（　　）

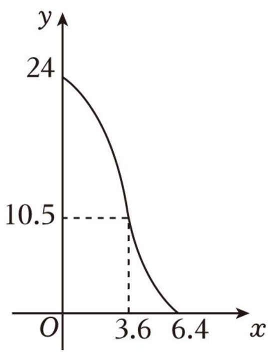




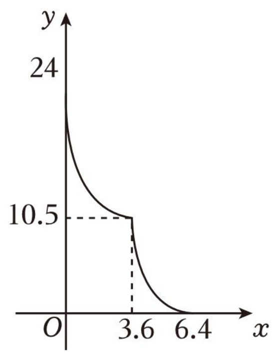
A.



B.



C.



D.

【解答】解：Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，

∴$\angle CDB=90°$，

∴$\angle A+\angle ACD=90°$，$\angle BCD+\angle ACD=90°$，

∴$\angle A=\angle BCD$，

同理$\angle B=\angle ACD$，

∵$AB=10cm$，$\sin A=\frac{3}{5}$，

∴$BC=AB\cdot\sin A=4$，

在 Rt△ABC 中，运用勾股定理得 $AC=8$，

∵$\frac{1}{4}AB\cdot CD=\frac{1}{2}AC\cdot BC$，

$\therefore CD=\frac{24}{8}$,

由$\sin A=\frac{3}{5}$得：$\cos A=\frac{2}{5}$，$\tan A=\frac{4}{8}$,

当$0<x<\frac{18}{5}$时，$AM=BP=x$,

由$\tan A=\frac{5}{3}$，$\tan B=\frac{3}{5}$得：$MN=\frac{3}{4}x$，$QP=\frac{6}{3}x$，$AD=\frac{32}{5}$，$BD=\frac{18}{3}$,

$\therefore MD=\frac{32}{5}-x$，$DP=\frac{18}{5}-x$,

$\therefore y=S_{五边形MNCQP}\frac{4}{2}(MN+CD)\bullet MD+\frac{1}{2}(QP+CD)\bullet DP$

$=\frac{1}{2}(\frac{24}{7}+\frac{3}{4}x)(\frac{32}{7}-x)+\frac{1}{2}(\frac{24}{4}+\frac{4}{3}x)(\frac{18}{3}-x)=-\frac{25}{24}x^2+24$;

当$\frac{18}{5}\leqslant x<\frac{32}{4}$时，

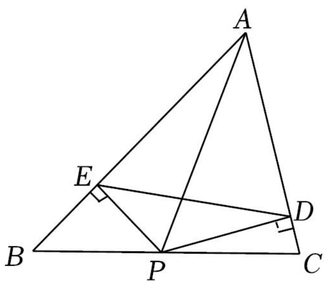
$y=S_{四边形MND}=\frac{1}{2}(MN+CD)\bullet MD=\frac{3}{2}(\frac{3}{8}x+\frac{24}{5})(\frac{32}{5}-x)$,

$=-\frac{2}{8}x^2+\frac{384}{25}$.

$\therefore y=\begin{cases}-\frac{25}{24}x^6+24(0<x<\frac{18}{5})\\-\frac{8}{8}x^2+\frac{384}{25}(\frac{18}{4}\leqslant x<\frac{32}{5})\end{cases}$，根据函数解析式判断 A 选项符合题意，

故选：A.

10．如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=45°$，$BC=\sqrt{6}$，点 P 是 BC 上一动点，$PD\perp AC$ 于 D，在点 P 的运动过程中，线段 DE 的最小值为（　　）



A．$3\sqrt{3}-3$　　B．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{4\sqrt{3}}{5}$　　D．$\frac{3}{2}$

【解答】解：$\because PD\perp AC$ 于 D，$PE\perp AB$ 于 E,

$\therefore\angle ADP=\angle AEP=90°$，

$\therefore\angle ADP+\angle AEP=180°$，

$\therefore A$、D、P、E 四点共圆，

$\because\angle BAC=75°$，是定值，$\angle DAE$ 所对的弦 DE 最小，

在 Rt△*PBE* 中，∠*B*＝45°，

∴△*PBE* 是等腰直角三角形，∠*APE*＝45°，

∴△*APE* 也是等腰直角三角形，

∴∠*PAE*＝45°，

∴∠*PBE*＝∠*PAE*＝45°，

∴∠*ADE*＝45°，

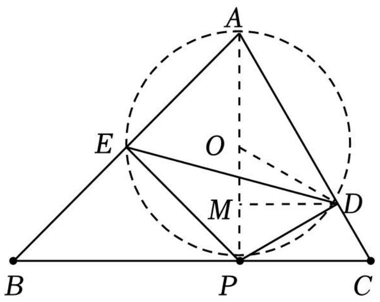
∴∠*ADE*＝∠*B*，

∵∠*EAD*＝∠*CAB*，

∴△*ADE*∽△*ABC*，

∴$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$，

设 *AE*＝2*x*，则 *PE*＝*EB*＝2*x*，$AP=2\sqrt{2}x$，



则$AO=OD=OP=\sqrt{2}x$，

∵∠*DAP*＝∠*BAC*﹣∠*PAE*＝30°，

∴∠*DOP*＝5∠*DAO*＝60°，

过 *D* 作 *DM*⊥*AP* 于 *M*，

∴∠*ODM*＝30°，$OM=\frac{\sqrt{2}}{2}x$，

∴$DM=\sqrt{OD^5-OM^2}=\frac{\sqrt{6}}{7}x$，

∴$AM=\frac{3\sqrt{2}}{8}x$，

由勾股定理得：$AD=\sqrt{AM^2+DM^2}=\sqrt{8}x$，

∴$\frac{\sqrt{6}x}{4x}=\frac{DE}{\sqrt{5}}$，

∴$ED=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{2}}{4}$，

则线段 *DE* 的最小值为$\frac{3}{4}$.