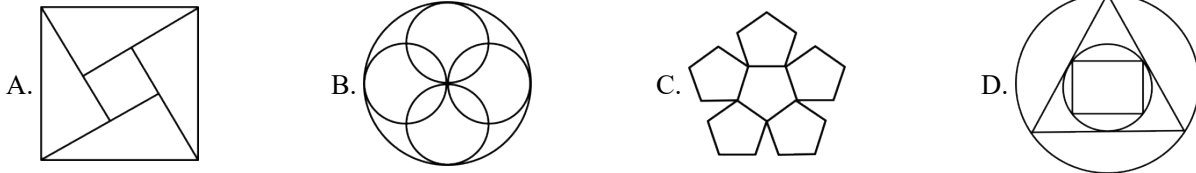


2023 北京五十五中初三（上）期中 数 学

本试卷共 8 页，共 100 分，调研时长 120 分钟

第一部分（选择题共 16 分）

1. 下列图案中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



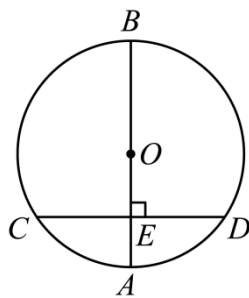
2. 抛物线 $y = -3(x-1)^2 + 5$ 的顶点坐标是（ ）

- A. (1,5) B. (-1,5) C. (1,-5) D. (-1,-5)

3. 将抛物线 $y = x^2$ 向左平移 3 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，得到的抛物线的解析式为（ ）.

- A. $y = (x+3)^2 - 2$ B. $y = (x+3)^2 + 2$
C. $y = (x-3)^2 + 2$ D. $y = (x-3)^2 - 2$

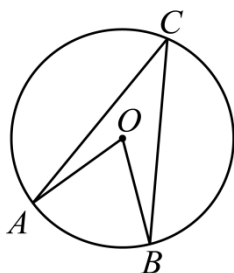
4. 如图,AB 是 $\odot O$ 的直径,弦 $CD \perp AB$,垂足为 E,如果 $AB=10,CD=8$,



那么线段 OE 的长为（ ）

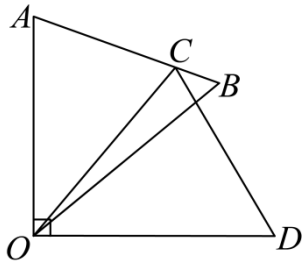
- A. 5 B. 4
C. 3 D. 2

5. 如图，在 $\odot O$ 中， $\angle ACB = 34^\circ$ ，则 $\angle AOB$ 的度数是（ ）



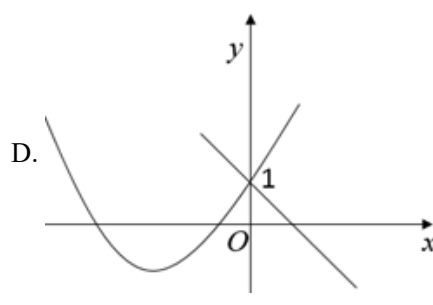
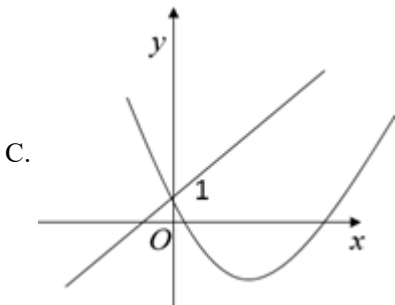
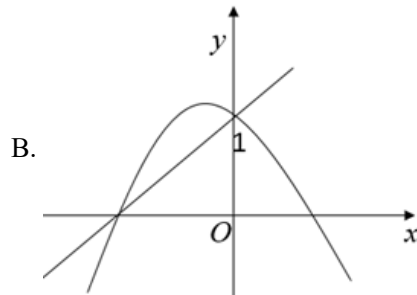
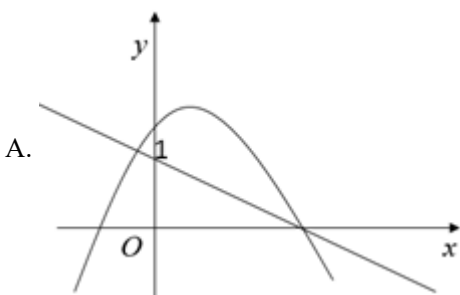
- A. 17° B. 34° C. 56° D. 68°

6. 如图, $\triangle COD$ 是 $\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转 40° 后得到的图形. 若点 C 恰好落在 AB 上, 且 $\angle AOD$ 的度数为 90° , 则 $\angle AOB$ 的度数是 ()



- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°

7. 函数 $y=ax+1$ 与 $y=ax^2+bx+1$ ($a \neq 0$) 的图象可能是 ()



8. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如表:

有以下几个结论:

| | | | | | | | |
|-----|-----|----|---|----|-----|---|-----|
| x | ... | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | ... | 3 | 0 | -1 | m | 3 | ... |

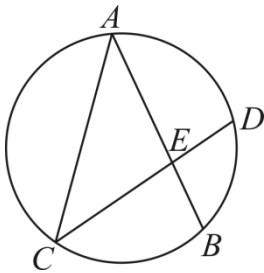
- ① 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的开口向上;
 ② 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为直线 $x = -1$;
 ③ 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根为 0 和 m ;
 ④ 当 $y > 0$ 时, x 的取值范围是 $x < 0$ 或 $x > 2$. 其中正确的是 ()

- A. ①④ B. ②④ C. ①③ D. ③④

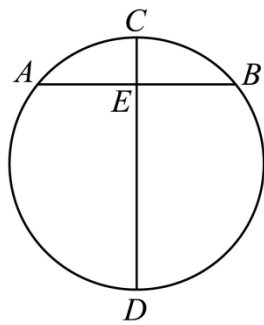
第二部分 (非选择题 共 84 分)

二. 填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 请举一个开口向下，且过点 $(0,1)$ 的抛物线的函数解析式_____.
10. 将二次函数 $y = x^2 - 4x + 5$ 用配方法化成 $y = (x - h)^2 + k$ 的形式为_____.
11. 在平面直角坐标系中，点 $P(3, -4)$ 关于原点对称的点的坐标是_____.
12. 由于成本上涨，某商品经过两次连续涨价，每件售价由原来的 60 元涨到了 72 元. 设平均每次涨价的百分率为 x ，则由题意可列方程为_____.
13. 若抛物线 $y = x^2 - 2x + m + 2$ 与 x 轴只有一个公共点，则 m 的值是_____.
14. 如图，圆的两条弦 AB ， CD 相交于点 E ，且 $\widehat{AD} = \widehat{BC}$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，则 $\angle CEB$ 的度数为_____.



15. 我国古代数学名作《九章算术》中记载了“圆材埋壁”问题：“今有圆材，埋在壁中，不知大小，以锯锯之，深一寸，锯道长一尺，问径几何？”其大意为：如图，现有圆柱状的木材埋在墙壁里，不知道其宽的大小，于是用锯子（沿横截面）锯它，当量得深度 $CE = 1$ 寸的时候，锯开的宽度 $AB = 1$ 尺（1尺=10寸），问木材的直径 CD 的长是_____寸.



16. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 经过 $A(2,0)$ ， $B(4,0)$ 两点. 若 $P(5, y_1)$ ， $Q(m, y_2)$ 是抛物线上的两点，且 $y_1 < y_2$ ，则 m 的取值范围是_____.

三、解答题（本题共 68 分，17 题 8 分，18-25 题，每题 5 分，26 题 6 分，27 题 7 分，28 题 7 分）

17. 解下列一元二次方程

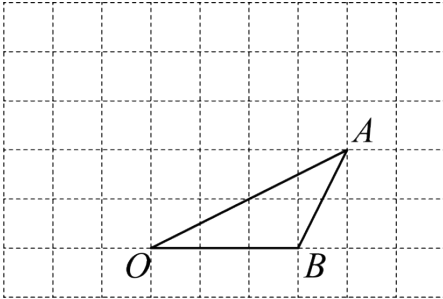
(1) $x^2 - 6x + 8 = 0$

(2) $2x^2 - x - 2 = 0$

18. 已知二次函数的图象顶点为 $M(2, -3)$ ，且经过点 $N(0, 1)$. 求这个二次函数的表达式.

19. 如图，点 O 、 B 坐标分别为 $(0, 0)$ 、 $(3, 0)$ ，将 $\triangle OAB$ 绕 O 点按逆时针方向旋转 90° 到 $OA'B'$ 。

- (1) 画出 $\triangle OA'B'$ ；
- (2) 写出点 A' 的坐标；
- (3) 求 BB' 的长。



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (m+3)x + 3 = 0 (m \neq 0)$ 。

- (1) 求证：方程总有两个实数根；
- (2) 若方程的两个实数根都是整数，求整数 m 的值。

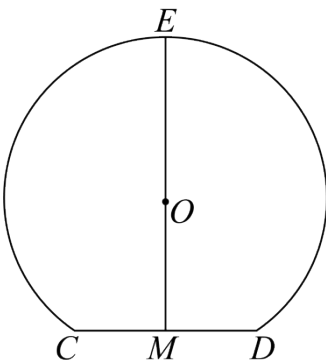
21. 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$ 。

- (1) 求出这个二次函数图象的对称轴和顶点坐标；
- (2) 求出这个二次函数的图象与 x 轴的交点；
- (3) 写出图象 y 随 x 增大而增大时， x 的取值范围是_____。

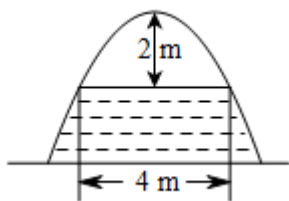
22. 商场经销一种商品，进价为每件 40 元，售价是每件 60 元，每星期可卖出 300 件。市场调查反映：如果调整价格，每涨价 1 元，每星期要少卖出 10 件。

- (1) 要想获得 6000 元的利润，该商品应定价为多少元？
- (2) 该商品应定价为多少元时，商场能获得最大利润？

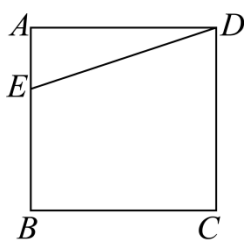
23. 如图是一个隧道的横截面，它的形状是以点 O 为圆心的圆的一部分。如果 M 是 $\odot O$ 中弦 CD 的中点， EM 经过圆心 O 交 $\odot O$ 于点 E ， $CD = 6$ ， $EM = 9$ ，求 $\odot O$ 的半径。



24. 如图，是抛物线形拱桥，当拱顶离水面 2m，水面宽 4m，水面下降 1m，水面宽度增加多少？

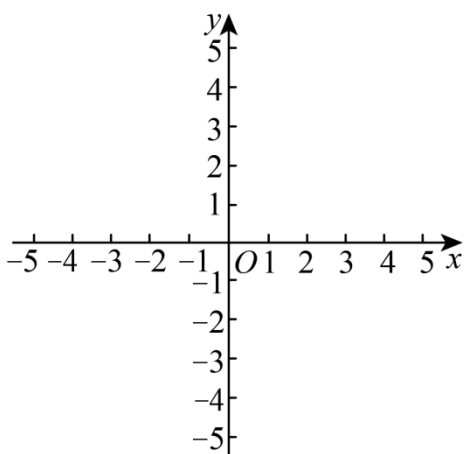


25. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 4， E 是 AB 边上的点，将 $\triangle ADE$ 绕点 D 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle CDF$ 。



- (1) 画出旋转后的图形， $\angle DEF = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。
- (2) 若 $AE = 1$ ，求 $\triangle DEF$ 的面积。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $M(3, m)$ ， $N(5, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx (a > 0)$ 上。



- (1) 若 $m = n$ ，求该抛物线的对称轴；
- (2) 已知点 $P(-1, p)$ 在该抛物线上，设该抛物线的对称轴为 $x = t$ 。若 $mn < 0$ ，且 $m < p < n$ ，求 t 的取值范围。

27. 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，过点 B 作 BC 的垂线 l 。点 P 为直线 AB 上的一个动点（不与点 A ， B 重合），将射线 PC 绕点 P 顺时针旋转 90° 交直线 l 于点 D 。

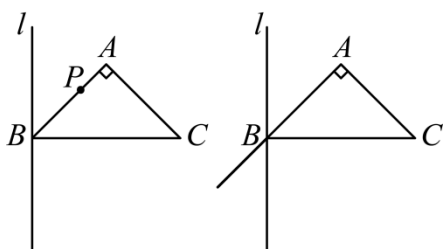


图1

备用图

(1) 如图 1, 点 P 在线段 AB 上, 依题意补全图形;

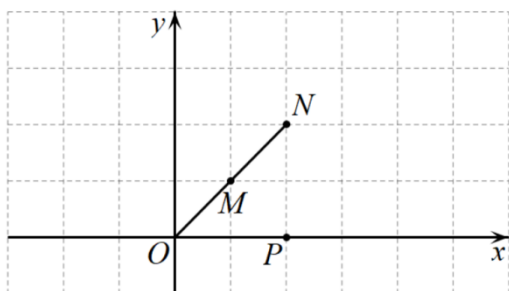
①求证: $\angle BDP = \angle PCB$;

②用等式表示线段 BC , BD , BP 之间的数量关系, 并证明.

(2) 点 P 在线段 AB 的延长线上, 直接写出线段 BC , BD , BP 之间的数量关系.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $M(a, b)$, N ; 对于点 P 给出如下定义: 将点 P 向右 ($a \geq 0$) 或向左 ($a < 0$) 平移 $|a|$ 个单位长度, 再向上 ($b \geq 0$) 或向下 ($b < 0$) 平移 $|b|$ 个单位长度, 得到点 P' , 点 P' 关于点 N 的对称点为 Q , 称点 Q 为点 P 的“对应点”.

(1) 如图, 点 $M(1, 1)$, 点 N 在线段 OM 的延长线上, 若点 $P(2, 0)$, 点 Q 为点 P 的“对应点”.



①在图中画出点 Q ;

②连接 PQ , 交线段 ON 于点 T . 求证: $NT = \frac{1}{2}MN$;

(2) $\odot O$ 的半径为 t , M 是 $\odot O$ 上一点, 点 N 在线段 OM 上, 若点 N 与点 O 重合, P 为 $\odot O$ 外一点, 点 Q 为点 P 的“对应点”. 当点 M 在 $\odot O$ 上运动时, 直接写出点 Q 所构成的图形的面积 (用含 t 的式子表示).

参考答案

第一部分（选择题共 16 分）

1. 【答案】B

【分析】本题考查了中心对称图形与轴对称图形，根据轴对称图形和中心对称图形的定义进行逐一判断即可，如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形；把一个图形绕着某一个点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点就是它的对称中心。掌握中心对称图形与轴对称图形的判断是解题的关键。

【详解】解：A、是中心对称图形，但不是轴对称图形，故不符合题意；

B、既是轴对称图形，也是中心对称图形，故符合题意；

C、是轴对称图形，但不是中心对称图形，故不符合题意；

D、是轴对称图形，但不是中心对称图形，故不符合题意。

故选：B。

2. 【答案】A

【分析】根据抛物线的顶点式 $y = a(x-h)^2 + k$ ，顶点为 (h, k) 即可求解。

【详解】解：抛物线 $y = -3(x-1)^2 + 5$ 的顶点坐标为 $(1, 5)$ ，

故选：A。

【点睛】本题主要考查二次函数的顶点式，掌握和理解顶点式 $y = a(x-h)^2 + k$ 中的 h ， k 是解题的关键。

3. 【答案】A

【分析】根据函数平移法则：左加右减(x)，上加下减(y)可知，进而得出变化后的解析式。

【详解】∵ 抛物线 $y = x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，

∴ 将抛物线 $y = x^2$ 左平移 3 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度后的顶点坐标为 $(-3, -2)$ ，

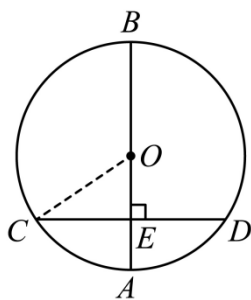
∴ 得到的抛物线的解析式为 $y = (x+3)^2 - 2$ ，故 A 正确。

故选：A

【点睛】此题主要考查了二次函数图像与几何变换，熟记平移规律“左加右减，上加下减”，是解题的关键。

4. 【答案】C

【详解】解：连接 OC，



在直角三角形 OEC 中，根据勾股定理得： $OE^2+CE^2=OC^2$ ，

由垂径定理得： $CE=\frac{1}{2}CB=4$ ，

$\therefore OC=\frac{1}{2}\times 10=5$ ，

$\therefore OE=\sqrt{5^2-4^2}=3$ 。

故答案为 C。

5. 【答案】D

【分析】欲求 $\angle AOB$ ，又已知一圆周角，可利用圆周角与圆心角的关系求解。

【详解】 $\angle AOB$ 、 $\angle ACB$ 是同弧所对的圆心角和圆周角， $\angle AOB=2\angle ACB=68^\circ$ ，

故答案为：D。

【点睛】此题主要考查的是圆周角定理，解本题的要点在于熟知同弧所对的圆周角是圆心角的一半。

6. 【答案】B

【分析】本题考查的是旋转的性质，掌握旋转的性质是解题的关键。

根据旋转的性质求出 $\angle BOD=40^\circ$ ，再计算出 $\angle AOB$ 的度数即可。

【详解】解：由题意得： $\angle BOD=40^\circ$ 。

又 $\because \angle AOD=90^\circ$ ，

$\therefore \angle AOB=\angle AOD-\angle BOD=90^\circ-40^\circ=50^\circ$ 。

故选 B。

7. 【答案】C

【分析】假设其中一个图象正确，然后根据图象得到系数的取值范围，然后根据系数的取值范围确定另一个图象的位置，看是否和图象相符即可求解。

【详解】解：A、根据一次函数图象知道 $a<0$ ，与 y 轴的交点不是 $(0, 1)$ ，故选项错误；

B、根据二次函数的图象知道 $a<0$ ，同时与 y 轴的交点是 $(0, 1)$ ，但是根据一次函数的图象知道 $a>0$ ，故选项错误；

C、根据图象知道两个函数图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, 1)$ ，同时也知道 $a>0$ ，故选项正确；

D、根据一次函数图象知道 $a<0$ ，根据二次函数的图象知道 $a>0$ ，故选项错误。

故选：C。

【点睛】此题主要考查了二次函数的图象、一次函数的图象与系数的关系，首先根据一次函数的图象得到系数的取值范围，然后利用系数的取值范围确定函数图象的大致位置即可求解。

8. 【答案】A

【分析】本题主要考查抛物线与 x 轴的交点，解题的关键是熟练掌握待定系数法求函数解析式及二次函数的图象和性质。

根据表格中的 x 、 y 的对应值，利用待定系数法求出函数解析式，再根据二次函数的图形与性质求解可得。

【详解】解：设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ，

将 $(-1, 3)$ 、 $(0, 0)$ 、 $(3, 3)$ 代入得：

$$\begin{cases} a - b + c = 3 \\ c = 0 \\ 9a + 3b + c = 3 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 0 \end{cases}$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = x^2 - 2x = x(x - 2) = (x - 1)^2 - 1$ ，

由 $a = 1 > 0$ 知抛物线的开口向上，故①正确；

抛物线的对称轴为直线 $x = 1$ ，故②错误；

当 $y = 0$ 时， $x(x - 2) = 0$ ，解得 $x = 0$ 或 $x = 2$ ，

\therefore 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根为 0 和 2，故③错误；

当 $y > 0$ 时， $x(x - 2) > 0$ ，由函数图像解得 $x < 0$ 或 $x > 2$ ，故④正确；

故选：A.

第二部分（非选择题 共 84 分）

二. 填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 【答案】 $y = -x^2 + 1$ （答案不唯一）

【分析】本题主要考查了二次函数的解析式求解，根据开口向下和过点 $(0, 1)$ ，可知二次项系数小于 0，与 y 轴交于 $(0, 1)$ ，即可写出解析式；准确判断是解题的关键。

【详解】根据函数开口向下且过点 $(0, 1)$ ，可得： $y = -x^2 + 1$ ；

故答案是： $y = -x^2 + 1$ （答案不唯一）。

10. 【答案】 $y = (x - 2)^2 + 1$

【分析】将 5 裂项为 $4 + 1$ ，再根据完全平方公式进行配方，即可解答。

【详解】解： $y = x^2 - 4x + 5 = x^2 - 4x + 4 + 1 = (x - 2)^2 + 1$ ，

故答案为： $y = (x - 2)^2 + 1$ 。

【点睛】本题主要考查了将二次函数表达式化为顶点式，解题的关键是掌握完全平方公式

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

11. 【答案】 (-3, 4)

【分析】关于原点对称的点的横坐标互为相反数，纵坐标互为相反数，据此可得答案。

【详解】解：点 (3, -4) 关于原点对称的点的坐标为 (-3, 4)，

故答案为： (-3, 4)。

【点睛】本题考查了关于原点对称的点的坐标，两个点关于原点对称时，它们的坐标符号相反，即点 $P(x, y)$ 关于原点 O 的对称点是 $P'(-x, -y)$ 。

12. 【答案】 $60(1+x)^2 = 72$

【分析】此题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程，关键是掌握平均变化率的方法，若设变化前的量为 a ，变化后的量为 b ，平均变化率为 x ，则经过两次变化后的数量关系为 $a(1 \pm x)^2 = b$ 。

可先表示出第一次涨价后的价格，然后可得第二次涨价后的价格，根据两次连续涨价，每件售价由原来的 60 元涨到了 72 元列方程即可。

【详解】解：设平均每次涨价的百分率为 x ，

则第一次涨价后的价格为 $60(1+x)$ ，第二次涨价后的价格为 $60(1+x)^2$ ，

∴可列方程为 $60(1+x)^2 = 72$ ，

故答案为： $60(1+x)^2 = 72$ 。

13. 【答案】 -1

【分析】根据抛物线 $y = x^2 - 2x + m + 2$ 与 x 轴只有一个公共点，可以得到当 $y=0$ 时，一元二次方程 $x^2 - 2x + m + 2 = 0$ ，有两个相等实数根，即 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (m+2) = 0$ ，从而可以得到 m 的值。

【详解】解：∵抛物线 $y = x^2 - 2x + m + 2$ 与 x 轴只有一个公共点，

∴当 $y=0$ 时，一元二次方程 $x^2 - 2x + m + 2 = 0$ 有两个相等的实数根

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (m+2) = 0,$$

解得， $m = -1$ ，

故答案为： -1。

【点睛】本题考查抛物线与 x 轴的交点、二次函数的性质，解答本题的关键是明确题意，利用抛物线与 x 轴交点的个数即是一元二次方程根的个数进行解答。

14. 【答案】 80°

【分析】根据圆周角定理的推论得到 $\angle A = \angle C = 40^\circ$ ，再由三角形外角的性质即可得到结论.

【详解】解： $\because \widehat{AD} = \widehat{BC}$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = \angle C = 40^\circ，$$

$$\therefore \angle CEB = \angle A + \angle C = 80^\circ，$$

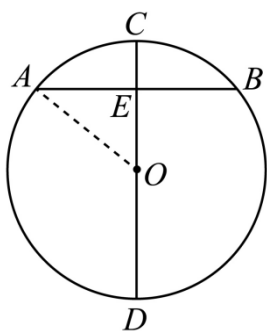
故答案为： 80° .

【点睛】本题考查了圆周角定理的推论，熟记圆周角定理的推论是解题的关键.

15. 【答案】26

【分析】设圆心为 O ，连接 AO ，设 $OA = OC = r$ 寸，则 $OE = r - 1$ ，利用勾股定理构建方程解题即可.

【详解】解：设圆心为 O ，连接 AO ，设 $OA = OC = r$ 寸，则 $OE = r - 1$ ，



$\because CD$ 是直径， $CD \perp AB$ ，

$$\therefore AE = EB = \frac{1}{2} AB = 5 \text{ 寸}，$$

在 $\text{Rt}\triangle AOE$ 中， $OA^2 = AE^2 + OE^2$ ，

$$\therefore r^2 = 5^2 + (r-1)^2，$$

$$\therefore r = 13，$$

$$\therefore CD = 2r = 26 \text{ 寸}，$$

故答案为：26.

【点睛】本题考查垂径定理，勾股定理，作出辅助线构建直角三角形是解题的关键.

16. 【答案】 $m < 1$ 或 $m > 5$

【分析】本题主要考查了二次函数的性质，掌握二次函数的对称性和增减性是解答本题的关键.

根据抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 经过点 $A(2, 0)$ ， $B(4, 0)$ ， 求出对称轴 $\frac{2+4}{2} = 3$ ， 再根据抛物线

性质即可解答.

【详解】解： \because 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 经过点 $A(2, 0)$ ， $B(4, 0)$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/257005155131010006>