--

【备战 2013 高考数学专题讲座】

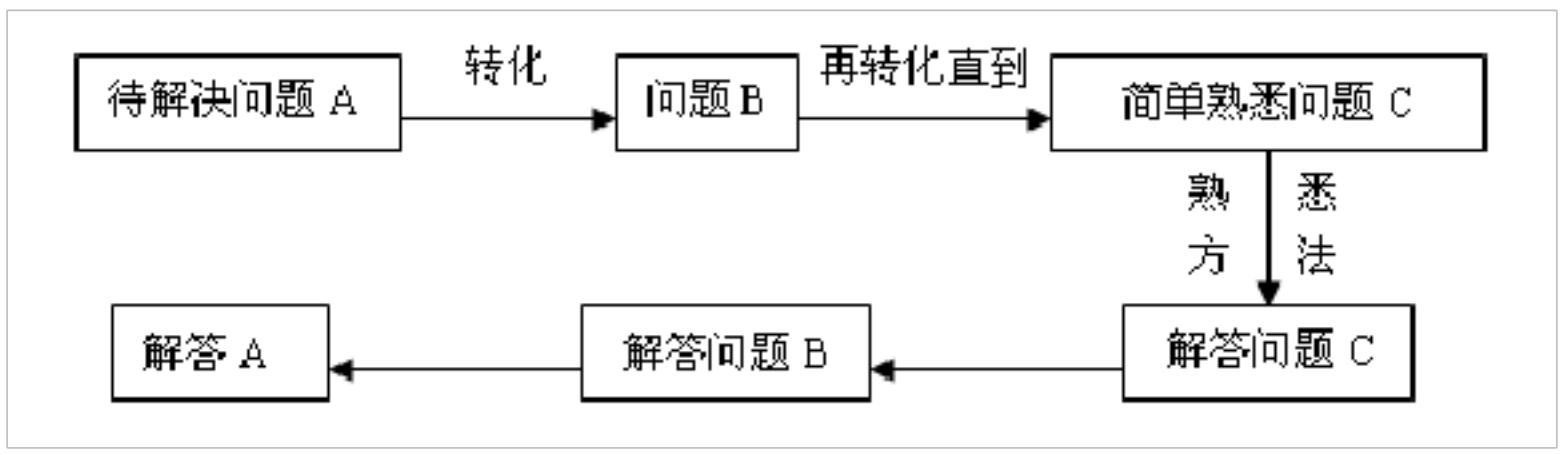
第 6 讲：数学思想方法之化归思想探讨

江苏泰州锦元数学工作室编辑

数学思想是指人们对数学理论和内容的本质的认识，数学方法是数学思想的具体化形式，实际上两者的本质是相同的，差别只是站在不同的角度看问题。通常混称为“数学思想方法”。常见的数学思想有：建模思想、归纳思想，分类思想、化归思想、整体思想、数形结合思想等。

化归是一种重要的解题思想，也是一种最基本的思维策略，更是一种有效的数学思维方式。“化归”是转化和归结的简称。数学问题的解决过程就是一系列化归的过程，中学数学处处都体现出化归的思想，在数学问题的解决过程中，常用的很多数学方法实质就是化归的方法。化归思想是指在解决问题的过程中，有意识地对所研究的问题从一种对象在一定条件下转化为另一对象的思维方式。通常有从未知——已知；复杂——简单；抽象——具体；一般——特殊；综合——单一；高维——低维；多元——一元；困难——容易，以及数学表现形式之间的转化、将实际问题转化为数学问题等。说到底，化归的实质就是以运动变化发展的观点，以及事物之间相互联系，相互制约的观点看待问题，善于对所要解决的问题进行变换转化，使问题得以解决。体现上述化归思想的有：换元法（如利用“换元”将无理式化为有理式，高次问题化为低次问题）、待定系数法（通过引入参数，转化问题的形式，便于问题的解决）、建模法（构造数学模型，把实际问题转化为数学问题）、坐标法（建立直角坐标系，实现“数”、“形”的对应、转化）、数形结合法（通过数形互补、互换获得问题的解题思路）、特殊元素法（将一般问题特殊化，从特殊问题的解决中解决一般问题）、等价命题法（通过原命题的等价命题运用或证明，达到解决问题的目的）、反证法（肯定题设而否定结论，从而得出矛盾）等等。

化归的基本思想是：将待解决的问题 A，在一定条件下转化为问题 B，再把问题 B 转化为已经解决或较易解决的问题 C，而通过对 C 的解决，达到原问题的解决，可用框图表示如下：



化归应遵循的原则：（1）化归目标的简单化原则，即化归的方面是由复杂到简单，对复杂总是采用分解或变更的方法，使目标简单化。（2）化归的熟悉化原则，即化归的方向是由不熟悉到熟悉，把要解决的（不熟悉）问题转化为自己熟悉会解的问题，使所要解决的问题熟悉化。（3）化归的具体化原则，即化归

的方向一般是由抽象到具体。在分析问题时，尽力将问题具体化。（4）化归的和谐化原则，即化归问题的条件或结论，使其表现形式更符合数与形内部所表示的和谐的形式，或者转化命题，使其推演有利于运用某种数学方法或其方法符合人们的思维规律。（5）化归的正难则反原则，即当问题正面讨论遇到困难时，可考虑问题的反面，设法从问题的反面去探求，使问题获解。

结合 2012 年全国各地高考的实例，我们从下面六方面探讨化归思想的应用（其它方面另有专题详细探讨）：（1）从高维到低维的化归；（2）一般与特殊的相互转化；（3）函数与方程的相互转化；（4）相等（函数）与不等的相互转化；（5）数与形的相互转化；（6）数学各分支之间的相互转化。

一、从高维到低维的化归：在数学解题中，对立体几何问题（三维）常常需要化归到熟知的平面几何问题（二维），化归的手段主要有平移、旋转、展开、射影和截面等。

典型例题：

例 1.（2012 年全国大纲卷理 5 分）已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2$，$CC_1=2\sqrt{2}$，E 为 CC_1 的中

点，则直线 AC_1 与平面 BED 的距离为【】

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．1

【答案】D。

【考点】正四棱柱的性质，点到面的距离，线面平行的距离，勾股定理。

【解析】连接 AC，AC 和 BD 交于点 O，则在 ΔACC_1 中，

$\because ABCD$ 是正方形，$\therefore BO=OD$，

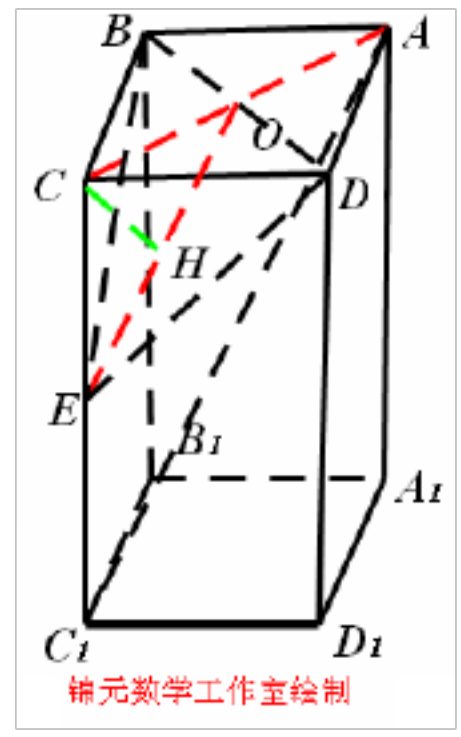
又 $\because E$ 为 CC_1 的中点，$\therefore OE\ //\ AC_1$。

$\therefore$ 则点 C_1 到平面 BED 的距离等于 C 到平面 BED 的距离。

过点 C 作 $CH\perp OE$ 于点 H，则 CH 即为所求。

$\because ABCD$ 是正方形，$AB=2$，$\therefore$ 根据勾股定理，得 $CO=\sqrt{2}$。

$\because E$ 为 CC_1 的中点，$CC_1=2\sqrt{2}$，$\therefore CE=\sqrt{2}$。$\therefore OE=2$。



在 $Rt\Delta OCE$ 中，利用等面积法得 $CH\bullet OE=CO\bullet CE$，即 $2CH=\sqrt{2}\bullet\sqrt{2}$。$\therefore CH=1$。故选 D。

例 2.（2012 年重庆市理 5 分）设四面体的六条棱的长分别为 1，1，1，1，$\sqrt{2}$ 和 a，且长为 a 的棱与长为 $\sqrt{2}$ 的棱异面，则 a 的取值范围是【】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/257025124011006033