

第 11 讲 二次函数的图像与性质进阶（核心考点讲与练）

【基础知识】

1. 二次函数的图象

(1) 二次函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象的画法:

- ①列表: 先取原点 $(0, 0)$, 然后以原点为中心对称地选取 x 值, 求出函数值, 列表.
- ②描点: 在平面直角坐标系中描出表中的各点.
- ③连线: 用平滑的曲线按顺序连接各点.
- ④在画抛物线时, 取的点越密集, 描出的图象就越精确, 但取点多计算量就大, 故一般在顶点的两侧各取三四个点即可. 连线成图象时, 要按自变量从小到大 (或从大到小) 的顺序用平滑的曲线连接起来. 画抛物线 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象时, 还可以根据它的对称性, 先用描点法描出抛物线的一侧, 再利用对称性画另一侧.

(2) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象看作由二次函数 $y=ax^2$ 的图象向右或向左平移 $|\frac{b}{2a}|$ 个单位, 再向上或向下平移 $|\frac{4ac-b^2}{4a}|$ 个单位得到的.

2. 二次函数图象与系数的关系

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$)

- ①二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小.

当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; $|a|$ 还可以决定开口大小, $|a|$ 越大开口就越小.

- ②一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置.

当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左侧; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右侧. (简称: 左同右异)

- ③. 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点. 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$.

- ④抛物线与 x 轴交点个数.

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

3. 二次函数图象上点的坐标特征

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象是抛物线, 顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$.

① 抛物线是关于对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$ 成轴对称, 所以抛物线上的点关于对称轴对称, 且都满足函数关系式. 顶点是抛物线的最高点或最低点.

② 抛物线与 y 轴交点的纵坐标是函数解析式中的 c 值.

③ 抛物线与 x 轴的两个交点关于对称轴对称, 设两个交点分别是 $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$, 则其对称轴为 $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

4. 二次函数图象与几何变换

由于抛物线平移后的形状不变, 故 a 不变, 所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法: 一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标, 利用待定系数法求出解析式; 二是只考虑平移后的顶点坐标, 即可求出解析式.

5. 坐标与图形变化-旋转

(1) 关于原点对称的点的坐标

$$P(x, y) \Rightarrow P(-x, -y)$$

(2) 旋转图形的坐标

图形或点旋转之后要结合旋转的角度和图形的特殊性质来求出旋转后的点的坐标. 常见的是旋转特殊角度如: 30° , 45° , 60° , 90° , 180° .

【考点剖析】

一. 二次函数图象与系数的关系 (共 8 小题)

1. (2021 秋·崇明区期末) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 那么下列结论中正确的是 ()

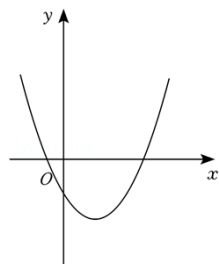
A. $ac > 0$

B. 当 $x > -1$ 时, $y > 0$

C. $b = 2a$

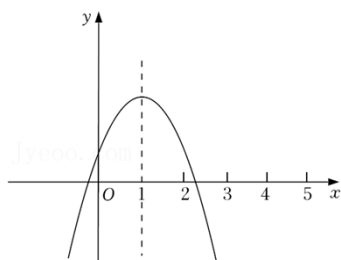
D. $9a + 3b + c = 0$

2. (2021 秋·黄浦区期末) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示, 那么点 $P(b, \frac{a}{c})$ 在 ()



- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. (2022•青浦区二模) 抛物线 $y = (a-1)x^2 - 2x + 3$ 在对称轴左侧, y 随 x 的增大而增大, 则 a 的取值范围是 _____.
4. (2021 秋•青浦区期末) 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (其中 a, b, c 是常数, 且 $a \neq 0$) 在对称轴左侧的部分是下降的, 那么 a _____ 0. (填 “<” 或 “>”)
5. (2021 秋•崇明区期末) 如果抛物线 $y = (k-2)x^2$ 的开口向上, 那么 k 的取值范围是 _____.
6. (2021 秋•虹口区期末) 如果抛物线 $y = (2-a)x^2 + 2$ 开口向下, 那么 a 的取值范围是 _____.
7. (2021 秋•奉贤区校级期中) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 图象的对称轴是直线 $x = 1$, 其图象一部分如图所示, 对于下列说法正确的是 ()



- A. $abc > 0$ B. $a - b + c < 0$
- C. $b + c < 0$ D. 当 $-1 < x < 3$ 时, $y > 0$
8. (2020 秋•浦东新区期末) 已知抛物线 $y = x^2 + 2x + m - 3$ 的顶点在第二象限, 求 m 的取值范围.

二. 二次函数图象上点的坐标特征 (共 8 小题)

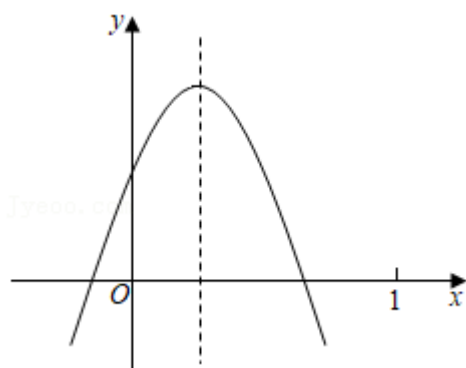
9. (2021 秋•浦东新区校级期末) 已知点 $A(-7, m)$ 、 $B(-5, n)$ 都在二次函数 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4$ 的图象上, 那么 m, n 的大小关系是: m _____ n . (填 “>”、“=” 或 “<”)
10. (2021 秋•嘉定区期末) 抛物线 $y = ax^2 + 2$ 经过点 $(-2, 6)$, 那么 $a =$ _____.
11. (2021 秋•徐汇区期末) 如图, 已知点 A 是抛物线 $y = x^2$ 图象上一点, 将点 A 向下平移 2 个单位到点 B , 再把点 A 绕点 B 顺时针旋转 120° 得到点 C , 如果点 C 也在该抛物线上, 那么点 A 的坐标是 _____.

19. (2021 秋·宝山区期末) 把抛物线 $y = (x - 1)^2 + 3$ 向左平移 2 个单位长度, 平移后抛物线的表达式为 ()
- A. $y = (x - 1)^2 + 5$ B. $y = (x - 1)^2 + 1$ C. $y = (x + 1)^2 + 3$ D. $y = (x - 3)^2 + 3$
20. (2022·黄浦区校级二模) 如果将抛物线 $y = -2x^2 + 8$ 向下平移 a 个单位后, 恰好经过点 $(1, 4)$, 那么 a 的值为 _____.
21. (2022·青浦区二模) 将抛物线 C 向左平移 2 个单位, 向上平移 1 个单位后, 所得抛物线为 $y = (x - 1)^2$, 则抛物线 C 解析式为 _____.
22. (2022 春·徐汇区校级期中) 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 图象向右平移 2 个单位再向下平移 3 个单位, 所得图象的解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$, 则此抛物线解析式为_____.
23. (2020 秋·黄浦区期末) 将二次函数 $y = x^2 + 2x + 3$ 的图象向右平移 3 个单位, 求所得图象的函数解析式; 请结合以上两个函数图象, 指出当自变量 x 在什么取值范围内时, 上述两个函数中恰好其中一个的函数图象是上升的, 而另一个的函数图象是下降的.

【过关检测】

一. 选择题 (共 5 小题)

1. (2020 秋·长宁区期末) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 那么 a 、 c 满足 ()



- A. $a > 0, c > 0$ B. $a > 0, c < 0$ C. $a < 0, c > 0$ D. $a < 0, c < 0$

2. (2021 秋·徐汇区校级期中) 若二次函数 $y = ax^2 - bx + 1$ 的图象经过第一、二、三象限, 则下列结论正确的是 ()

- A. $4a > b^2$ B. $a < 0$ C. $b > 0$ D. $a - b > -1$

3. (2020 秋·金山区期末) 下列各点在抛物线 $y = 2x^2$ 上的是 ()

- A. (2, 2) B. (2, 4) C. (2, 8) D. (2, 16)

4. (2020 秋·浦东新区期末) 已知点 $A(1, 2)$ 、 $B(2, 3)$ 、 $C(2, 1)$, 那么抛物线 $y = ax^2 + bx + 1$ 可以经过的点是 ()

- A. 点 A 、 B 、 C B. 点 A 、 B C. 点 A 、 C D. 点 B 、 C

5. (2020 秋·徐汇区期末) 已知抛物线 $y = -x^2 + 4x + c$ 经过点 $(4, 3)$, 那么下列各点中, 该抛物线必经过的点是 ()

- A. (0, 2) B. (0, 3) C. (0, 4) D. (0, 5)

二. 填空题 (共 16 小题)

6. (2021 秋·徐汇区校级月考) 如果二次函数 $y = (m - 1)x^2 + x$ (m 是常数) 的图象开口向上, 那么 m 的取值范围是 _____.

7. (2021 秋·徐汇区期中) 若点 $A(-3, y_1)$ 、 $B(0, y_2)$ 是二次函数 $y = x^2 - 2x + 5$ 图象上的两点, 那么 y_1 与 y_2 的大小关系是 _____ (填 $y_1 > y_2$ 、 $y_1 = y_2$ 或 $y_1 < y_2$).

8. (2021 秋·虹口区期末) 二次函数 $y = (m - 1)x^2 + x + m^2 - 1$ 的图象经过原点, 则 m 的值为 _____.

9. (2021 秋·徐汇区校级月考) 已知点 $A(-5, m)$ 、 $B(-3, n)$ 都在二次函数 $y = x^2 + 1$ 的图象上, 那么 m 、 n 的大小关系是: m _____ n . (填 “>”、“=” 或 “<”)

10. (2021 秋·松江区期末) 把抛物线 $y = x^2 + 1$ 向右平移 1 个单位, 所得新抛物线的表达式是 _____.

11. (2020 秋·嘉定区期末) 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线 $x = 1$, 那么 $2a + b$ _____ 0. (从 <, =, > 中选择)

12. (2020 秋·嘉定区期末) 如果抛物线 $y = (2a - 1)x^2$ 的开口向下, 那么实数 a _____.

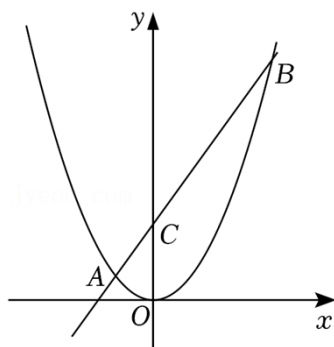
的取值范围是_____.

13. (2020 秋·黄浦区期末) 如果抛物线 $y=x^2+(b+3)x+2c$ 的顶点为 (b, c) , 那么该抛物线的顶点坐标是_____.

14. (2020 秋·徐汇区期末) 已知二次函数 $y=a\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-1$ 的图象在直线 $x=-\frac{3}{2}$ 的左侧部分是下降的, 那么 a 的取值范围是_____.

15. (2020 秋·普陀区期末) 沿着 x 轴正方向看, 如果抛物线 $y=(a-2)x^2$ 在对称轴左侧的部分是下降的, 那么 a 的取值范围是_____.

16. (2021 秋·徐汇区期中) 如图, 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 点 C 的坐标为 $(0, 1)$, 过点 C 的直线与二次函数 $y=x^2$ 的图象交于 A 、 B 两点, 且 $BC=3AC$, 则点 A 的坐标为 _____.



17. (2020 秋·浦东新区期末) 如果 $(2, y_1)$ $(3, y_2)$ 是抛物线 $y=(x+1)^2$ 上两点, 那么 y_1 y_2 . (填 “ $>$ ” 或 “ $<$ ”)

18. (2021 秋·浦东新区校级期末) 将抛物线 $y=-2x^2+3x+1$ 向下平移 3 个单位, 所得的抛物线的表达式是 _____.

19. (2021 秋·嘉定区期末) 将抛物线 $y=x^2-2x$ 向左平移 2 个单位, 得到一条新抛物线, 这条新抛物线的表达式是 _____.

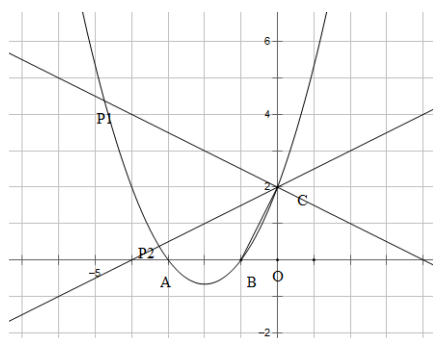
20. (2021 秋·徐汇区期末) 将抛物线 $y=2x^2+3$ 先向左平移 1 个单位, 再向下平移 4 个单位后, 所得抛物线的表达式是 _____.

21. (2021·宝山区二模) 已知点 $A(-3, y_1)$ 和点 $B(-\frac{2}{3}, y_2)$ 都在二次函数 $y=ax^2-2ax+m$ ($a>0$) 的图象上, 那么 y_1-y_2 _____ 0 (结果用 $>$, $<$, $=$ 表示).

三、解答题

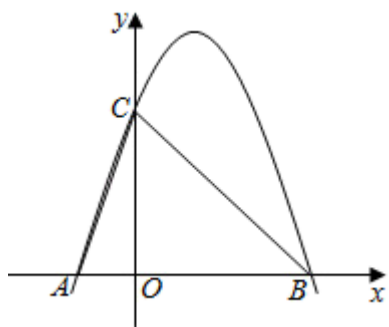
22. (闵行 2020 期末 24) 已知: 在平面直角坐标系 xOy 中, 对称轴为直线 $x=-2$ 的抛物线经过点 $C(0, 2)$, 与 x 轴交于 $A(-3, 0)$ 、 B 两点(点 A 在点 B 的左侧).

- (1) 求这条抛物线的表达式.
- (2) 连接 BC ，求 $\angle BCO$ 的余切值.
- (3) 如果过点 C 的直线，交 x 轴于点 E ，交抛物线于点 P ，且 $\angle CEO = \angle BCO$ ，求点 P 的坐标.

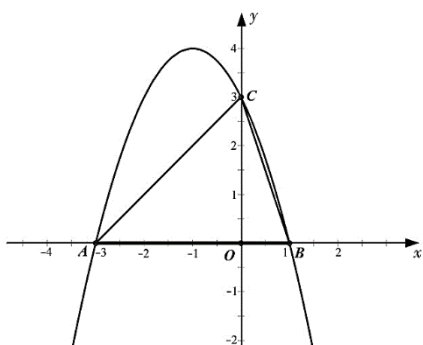


23. (浦东新区 2020 一模 24) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴的两个交点分别为 $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ ，与 y 轴相交于点 C .

- (1) 求抛物线的表达式；
- (2) 联结 AC 、 BC ，求 $\angle ACB$ 的正切值；
- (3) 点 P 在抛物线上，且 $\angle PAB = \angle ACB$ ，求点 P 的坐标.

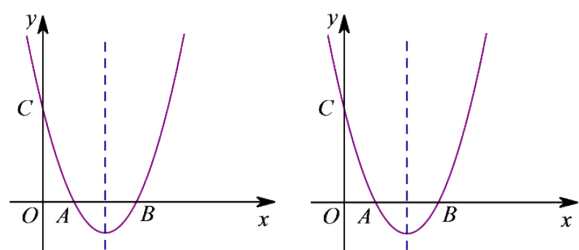


24. (崇明 2020 一模 24) 如图, 抛物线与 x 轴相交于点 $A(-3, 0)$ 、点 $B(1, 0)$, 与 y 轴交于点 $C(0, 3)$, 点 D 是抛物线上一动点, 联结 OD 交线段 AC 于点 E . (1) 求这条抛物线的解析式, 并写出顶点坐标; (2) 求 $\angle ACB$ 的正切值; (3) 当 $\triangle AOE$ 与 $\triangle ABC$ 相似时, 求点 D 的坐标.



25. (青浦 2020 一模 24) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 对称轴为直线 $x=2$, 点 A 的坐标为 $(1, 0)$. (1) 求该抛物线的表达式及顶点坐标; (2) 点 P 为抛物线上一点 (不与点 A 重合), 联结 PC . 当 $\angle PCB = \angle ACB$ 时, 求点 P 的坐标; (3) 在 (2) 的条件下, 将抛物线沿平行于 y 轴的方向向下平移, 平移后的抛物线的顶点为点 D , 点 P

的对应点为点 Q ，当 $OD \perp DQ$ 时，求抛物线平移的距离．



第 11 讲 二次函数的图像与性质进阶（核心考点讲与练）

【基础知识】

1. 二次函数的图象

(1) 二次函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象的画法:

- ①列表: 先取原点 $(0, 0)$, 然后以原点为中心对称地选取 x 值, 求出函数值, 列表.
- ②描点: 在平面直角坐标系中描出表中的各点.
- ③连线: 用平滑的曲线按顺序连接各点.
- ④在画抛物线时, 取的点越密集, 描出的图象就越精确, 但取点多计算量就大, 故一般在顶点的两侧各取三四个点即可. 连线成图象时, 要按自变量从小到大 (或从大到小) 的顺序用平滑的曲线连接起来. 画抛物线 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象时, 还可以根据它的对称性, 先用描点法描出抛物线的一侧, 再利用对称性画另一侧.

(2) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象看作由二次函数 $y=ax^2$ 的图象向右或向左平移 $|\frac{b}{2a}|$ 个单位, 再向上或向下平移 $|\frac{4ac-b^2}{4a}|$ 个单位得到的.

2. 二次函数图象与系数的关系

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$)

- ①二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小.
当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; $|a|$ 还可以决定开口大小, $|a|$ 越大开口就越小.
- ②一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置.
当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左侧; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右侧. (简称: 左同右异)
- ③. 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点. 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$.
- ④抛物线与 x 轴交点个数.
 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

3. 二次函数图象上点的坐标特征

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象是抛物线, 顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$.

①抛物线是关于对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$ 成轴对称，所以抛物线上的点关于对称轴对称，且都满足函数关系式。顶点是抛物线的最高点或最低点。

②抛物线与 y 轴交点的纵坐标是函数解析式中的 c 值。

③抛物线与 x 轴的两个交点关于对称轴对称，设两个交点分别是 $(x_1, 0)$ ， $(x_2, 0)$ ，则其对称轴为 $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ 。

4. 二次函数图象与几何变换

由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式。

5. 坐标与图形变化-旋转

(1) 关于原点对称的点的坐标

$$P(x, y) \Rightarrow P(-x, -y)$$

(2) 旋转图形的坐标

图形或点旋转之后要结合旋转的角度和图形的特殊性质来求出旋转后的点的坐标。常见的是旋转特殊角度如： 30° ， 45° ， 60° ， 90° ， 180° 。

【考点剖析】

一. 二次函数图象与系数的关系（共 8 小题）

1. （2021 秋•崇明区期末）已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，那么下列结论中正确的是（ ）

A. $ac > 0$

B. 当 $x > -1$ 时， $y > 0$

C. $b = 2a$

D. $9a + 3b + c = 0$

【分析】根据二次函数的图象逐一判断即可。

【解答】解：A. 由图可知：

抛物线开口向下，

$$\therefore a < 0,$$

$\because$ 抛物线与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴，

$$\therefore c > 0,$$

$$\therefore ac < 0,$$

故 A 不符合题意；

B. 设二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴的另一个交点为 $(m, 0)$ ，

$\because$ 抛物线的对称轴是直线： $x = 1$ ，

$$\therefore \frac{-1+m}{2} = 1,$$

$$\therefore m=3,$$

$\therefore$ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴的另一个交点为 $(3, 0)$,

$\therefore$ 当 $-1 < x < 3$ 时, $y > 0$,

故 B 不符合题意;

C . $\because$ 抛物线的对称轴是直线: $x=1$,

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a,$$

故 C 不符合题意;

D . 由 B 可得: 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴的另一个交点为 $(3, 0)$,

$\therefore$ 把 $(3, 0)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 中可得:

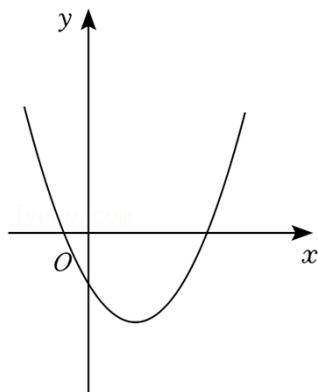
$$9a+3b+c=0,$$

故 D 符合题意;

故选: D .

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系, 从图象中获取信息并结合图象去分析是解题的关键.

2. (2021 秋·黄浦区期末) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示, 那么点 $P(b, \frac{a}{c})$ 在 ()



- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【分析】 根据抛物线开口方向, 对称轴位置及抛物线与 y 轴交点位置确定 a, b, c 的符号, 进而求解.

【解答】 解: $\because$ 抛物线开口向上,

$$\therefore a > 0,$$

$\because$ 抛物线对称轴在 y 轴右侧,

$$\therefore -\frac{b}{2a} > 0, \text{ 即 } b < 0,$$

$\therefore$ 抛物线与 y 轴交点在 x 轴下方,

$$\therefore c < 0,$$

$$\therefore \frac{a}{c} < 0,$$

$\therefore$ 点 P 在第三象限.

故选: C .

【点评】 本题考查二次函数的图象性质, 解题关键是掌握二次函数图象与系数的关系.

3. (2022·青浦区二模) 抛物线 $y = (a - 1)x^2 - 2x + 3$ 在对称轴左侧, y 随 x 的增大而增大, 则 a 的取值范围是 $a < 1$.

【分析】 由抛物线开口向下时, 对称轴左侧 y 随 x 的增大而增大可得 $a - 1 < 0$, 进而求解.

【解答】 解: 由题意得抛物线开口向下,

$$\therefore a - 1 < 0,$$

$$\therefore a < 1,$$

故答案为: $a < 1$.

【点评】 本题考查二次函数图象与系数的关系, 解题关键是掌握二次函数的性质.

4. (2021 秋·青浦区期末) 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (其中 a 、 b 、 c 是常数, 且 $a \neq 0$) 在对称轴左侧的部分是下降的, 那么 a $>$ 0. (填 “ $<$ ” 或 “ $>$ ”)

【分析】 由抛物线在对称轴左侧的部分是上升的可得出抛物线开口向下, 进而即可得出 $a > 0$, 此题得解.

【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 在对称轴左侧的部分是下降的,

$\therefore$ 抛物线开口向上,

$$\therefore a > 0.$$

故答案为: $>$.

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系, 牢记二次函数的性质是解题的关键.

5. (2021 秋·崇明区期末) 如果抛物线 $y = (k - 2)x^2$ 的开口向上, 那么 k 的取值范围是 $k \geq 2$.

【分析】 根据二次函数的图象与性质即可求出答案.

【解答】 解: 由题意可知: $k - 2 > 0$,

$$\therefore k > 2,$$

故答案为: $k > 2$.

【点评】 本题考查二次函数图象与系数的关系, 解题的关键是熟练运用二次函数的图象与性质.

6. (2021 秋•虹口区期末) 如果抛物线 $y = (2 - a)x^2 + 2$ 开口向下, 那么 a 的取值范围是 $a > 2$.

【分析】根据二次函数的性质可知, 当抛物线开口向下时, 二次项系数 $2 - a < 0$.

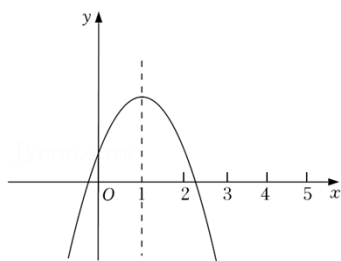
【解答】解: $\because$ 抛物线 $y = (2 - a)x^2 + 2$ 开口向下,

$$\therefore 2 - a < 0, \text{ 即 } a > 2,$$

故答案为: $a > 2$.

【点评】本题主要考查了二次函数的性质. 用到的知识点: 对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 来说, 当 $a > 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 开口向上; 当 $a < 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 开口向下.

7. (2021 秋•奉贤区校级期中) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a 、 b 、 c 是常数, $a \neq 0$) 图象的对称轴是直线 $x = 1$, 其图象一部分如图所示, 对于下列说法正确的是 ()



A. $abc > 0$

B. $a - b + c < 0$

C. $b + c < 0$

D. 当 $-1 < x < 3$ 时, $y > 0$

【分析】根据抛物线开口方向, 对称轴位置及抛物线与 y 轴交点位置可判断选项 A, C. 根据图象对称轴为直线 $x = 1$, 抛物线与 x 轴右侧交点在 $(2, 0)$, $(3, 0)$ 之间可得抛物线与 x 轴另一交点在 $(-1, 0)$ 与 $(0, 0)$ 之间, 从而判断 B, D 选项.

【解答】解: $\because$ 抛物线开口向下,

$$\therefore a < 0,$$

$\because$ 对称轴在 y 轴右侧,

$$\therefore b > 0,$$

$\because$ 抛物线与 y 轴交点在 x 轴上方,

$$\therefore c > 0.$$

$\therefore abc < 0$, 选项 A 不正确, 不符合题意.

$\because$ 抛物线与 x 轴一交点在 $(2, 0)$, $(3, 0)$ 之间, 抛物线对称轴为直线 $x = 1$,

$\therefore$ 抛物线与 x 轴另一交点在 $(0, 0)$, $(-1, 0)$ 之间,

$$\therefore x = -1 \text{ 时, } y < 0,$$

$$\text{即 } a - b + c < 0,$$

$\therefore$ 选项 B 正确, 符合题意.

$$\because b > 0, c > 0,$$

$\therefore b+c>0$, 选项 C 不正确, 不符合题意.

$\therefore$ 抛物线与 x 轴交点在 $(2, 0)$, $(3, 0)$ 之间与 $(0, 0)$, $(-1, 0)$ 之间

$\therefore -1 < x < 3$ 时, y 不能确定正负情况, 选项 D 不正确, 不符合题意.

故选: B.

【点评】 本题考查二次函数图象与系数的关系, 解题关键是掌握二次函数的性质, 掌握二次函数与方程及不等式的关系.

8. (2020 秋•浦东新区期末) 已知抛物线 $y=x^2+2x+m-3$ 的顶点在第二象限, 求 m 的取值范围.

【分析】 先利用配方法得到抛物线的顶点坐标为 $(-1, m-4)$, 再利用第二象限点的坐标特征得到 $m-4>0$, 然后解不等式即可.

【解答】 解: $\therefore y=x^2+2x+m-3=(x+1)^2+m-4$,

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为 $(-1, m-4)$,

$\therefore$ 抛物线 $y=x^2+2x+m-3$ 顶点在第二象限,

$\therefore m-4>0$,

$\therefore m>4$.

故 m 的取值范围为 $m>4$.

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系: 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$.

二. 二次函数图象上点的坐标特征 (共 8 小题)

9. (2021 秋•浦东新区校级期末) 已知点 $A(-7, m)$ 、 $B(-5, n)$ 都在二次函数 $y=-\frac{1}{3}x^2+4$ 的图象上, 那么 m 、 n 的大小关系是: m $<$ n . (填 “ $>$ ”、“ $=$ ” 或 “ $<$ ”)

【分析】 根据抛物线解析式可得抛物线开口方向及对称轴, 根据点 A 、 B 与对称轴的距离大小求解.

【解答】 解: $\therefore y=-\frac{1}{3}x^2+4$,

$\therefore$ 抛物线开口向下, 对称轴为 y 轴,

$\therefore |-7| > |-5|$,

$\therefore m < n$,

故答案为: $<$.

【点评】 本题考查二次函数图象上点的坐标特征, 解题关键是掌握二次函数图象与系数的关系, 掌握二次函数与方程的关系.

10. (2021 秋•嘉定区期末) 抛物线 $y=ax^2+2$ 经过点 $(-2, 6)$, 那么 a = 1.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/257041165100006115>