2025年汕头市普通高考第一次模拟考试

数学

注意事项：

1．答题前，考生在答题卡上务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将自己的姓名、准考证号填写清楚，并贴好条形码.请认真核准条形码上的准考证号、姓名和科目.

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔在答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案.答案不能答在试卷上.

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答无效.

4．考生必须保持答题卡的整洁.考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.

第I卷　选择题

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知$a>0$，$b>0$，$a+b=4$，则ab的最大值为（　）

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 不存在

2. “$\log_3 a>\log_3 b$”是“$3^a>3^b$”的（　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

3. 要得到函数$y=\sin 2x$的图象，只要将函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图象（　）

A. 向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位　　B. 向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位

C. 向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位　　D. 向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位

4. 在$(x-2021)(x+2022)(x-2023)(x+2024)(x-2025)$的展开式中，含$x^4$的项的系数是（　）

A. -2025　　B. -2023　　C. -2021　　D. 2025

5. 若圆锥的侧面展开图是半径为3，圆心角为$\frac{2\pi}{3}$的扇形，则该圆锥的体积为（　）

A. $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$　　B. $2\sqrt{2}\pi$　　C. $6\sqrt{2}\pi$　　D. $\frac{\pi}{3}$

6. 设 $a\in \mathrm{R}$，若函数 $f\left(x\right)=\dfrac{2}{3}x^3-\dfrac{a}{2}x^2+x+2$ 在 $\left(1,2\right)$ 内存在极值点，则 a 的取值范围是（　）

A. $\left[3,\dfrac{9}{2}\right]$　　B. $\left(3,\dfrac{9}{2}\right)$　　C. $\left(-\infty,3\right)$　　D. $\left[\dfrac{9}{2},+\infty\right)$

7. 如果圆 $x^2+y^2=4$ 与圆 $x^2+y^2+4x-4y+4=0$ 关于直线 l 对称，则直线 l 的方程为（　）

A. $y=-x-2$　　B. $y=-x$

C. $y=-x$ 或 $y=x+2$　　D. $y=x+2$

8. 设甲袋有 3 个红球，2 个白球和 5 个黑球，乙袋有 3 个红球，3 个白球和 4 个黑球，先从甲袋中随机取出一球放入乙袋，以 A_1、A_2 和 A_3 分别表示由甲袋取出的球是红球、白球和黑球的事件; 再从乙袋中随机取出一球，以 B 表示由乙袋取出的球是红球的事件，则（　）

A. A_1 与 B 相互独立　　B. $P\left(B|A_2\right)=\dfrac{2}{11}$　　C. $P\left(B\right)=\dfrac{3}{10}$　　D. $P\left(A_3|B\right)=\dfrac{1}{2}$

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 已知复数 $z_0=1-\mathrm{i}$，$z=x+y\mathrm{i}$（$x,\ y\in\mathbf{R}$），则下列结论正确的是（　）

A. 方程 $\left|z-z_0\right|=2$ 表示的 z 在复平面内对应点的轨迹是圆

B. 方程 $\left|z-z_0\right|+\left|z-\overline{z_0}\right|=2$ 表示的 z 在复平面内对应点的轨迹是椭圆

C. 方程 $\left|z-z_0\right|-\left|z-\overline{z_0}\right|=1$ 表示的 z 在复平面内对应点的轨迹是双曲线

D. 方程 $\left|z+\dfrac{1}{2}\left(z_0+\overline{z_0}\right)\right|=\left|z-z_0\right|$ 表示的 z 在复平面内对应点的轨迹是直线

10. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BF}$，$\overrightarrow{A_1B_1}=-3\overrightarrow{B_1H}$，$\overrightarrow{C_1B_1}=-3\overrightarrow{B_1G}$，则下列两个平面的位置关系中，不成立的是（　）

A. 平面 $EFGH$ // 平面 A_1AC　　B. 平面 $EFGH$ // 平面 A_1C_1D

C. 平面 $EFGH\perp$ 平面 BDD_1　　D. 平面 $EFGH\perp$ 平面 A_1BD

11. 已知函数 $f\left(x\right)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且满足 $f\left(x+2\right)=-f\left(x\right)$，当 $0\le x\le 1$ 时，$f\left(x\right)=\tan\dfrac{\pi}{4}x$，则下列结论正确的是（　）

A. $f\left(x\right)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称

B. $f\left(\frac{4}{3}\right)=\sqrt{3}$

C. $f(x)$在区间$[2023,2025]$上单调递增

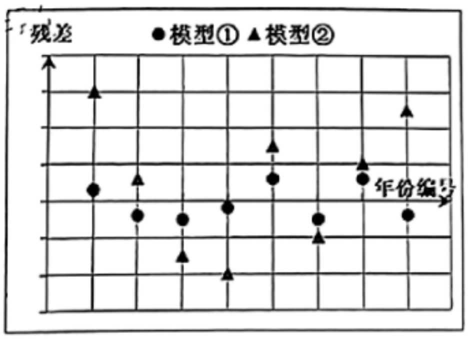
D. 当$x\in[0,201]$时，方程$f(x)=\frac{\sqrt{3}}{3}$的所有解的和为$9050\frac{2}{3}$

第Ⅱ卷　非选择题

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 在政府发布的光伏发电补贴政策的引导下，西北某地光伏发电装机量急剧上升，现对 2016 年至 2023 年的新增光伏装机量进行调查，根据散点图选择了两个模型进行拟合，并得到相应的经验回归方程．为判断模型的拟合效果，甲、乙、丙三位同学进行了如下分析：

（1）甲同学通过计算残差作出了两个模型的残差图，如图所示；



（2）乙同学求出模型①的残差平方和为 0.4175、模型②的残差平方和为 1.5625；

（3）丙同学分别求出模型①的决定系数$R_1^2=0.9520$、模型②的决定系数为$R_2^2=0.9781$；

经检验，模型①拟合效果最佳，则甲、乙、丙三位同学中，运算结果肯定出错的同学是________.（填"甲"或"乙"或"丙"）

13. 过双曲线$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{6}=1$的右焦点作倾斜角为 30° 的直线 l，直线 l 与双曲线交于不同的两点 A，B，则 AB 的长为______.

14. 已知曲线$f(x)=x^3-3x^2+6x+2$在点 P 处的切线与在点 Q 处的切线平行，若点 P 的纵坐标为 1，则点 Q 的纵坐标为__________.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1=m$（m 为正整数），$a_{n+1}=\begin{cases}\frac{a_n}{2}, a_n\text{为偶数}\\ 3a_n+1, a_n\text{为奇数}\end{cases}$.

（1）设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，当$m=1024$时，求S_{12}；

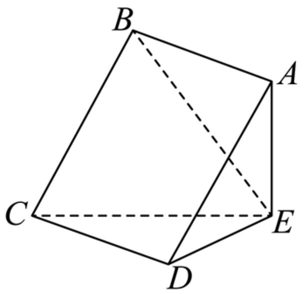
（2）若$a_6=4$，求 m 所有可能的取值集合 M.

16. 已知向量$\vec{m}=(\sin A,\cos A)$，$\vec{n}=(\cos B,\sin B)$，$\vec{m}\cdot\vec{n}=sin2C$，且角 A、B、C 分别为$\triangle ABC$三边 a、b、c 的对角.

（1）求角 C 的大小；

（2）若$\sin A$、$\cos C$、$\sin B$成等比数列，且$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=18$，求$\triangle ABC$边 c 上的高 h.

17. 如图，在四棱锥$E-ABCD$中，底面四边形$ABCD$是正方形，$AE\perp$平面CDE，二面角$E-AB-D$与二面角$E-CD-A$的大小相等.



（1）证明：平面$ADE\perp$平面$ABCD$；

（2）求平面CDE与平面BCE的夹角的余弦值.

18. 已知$\triangle APQ$的三个顶点都在抛物线$y^2=4x$上，其中$A(1,2)$.

（1）当$\triangle APQ$是直角三角形且$\angle A=90°$时，证明直线PQ过定点；

（2）设直线PQ过点$T(5,-2)$，是否有在以弦PQ为底边的等腰$\triangle APQ$？若存在，这样的三角形有几个？若不存在，请说明理由.

19. 若曲线 C 上的动点 P 沿着曲线无限远离原点时，点 P 与某一确定直线 L 的距离趋向于零，则称直线 L 为曲线 C 的渐近线．当渐近线 L 的斜率不存在时，称 L 为垂直渐近线．例如曲线$y=\frac{1}{x}$具有垂直渐近线$x=0$；当渐近线 L 的斜率存在且不为零时，称 L 为斜渐近线，例如双曲线$x^2-\frac{y^2}{4}=1$存在两条斜渐近线$y=\pm 2x$.

（1）请判断正弦曲线$y=\sin x$是否存在垂直渐近线或斜渐近线，不必说明理由；

（2）证明曲线$f(x)=x+\frac{1}{x}$存在垂直渐近线$x=0$、斜渐近线$y=x$；

（3）求曲线 $g\left(x\right)=\dfrac{x^3}{x^2+2x-3}$ 的渐近线，并作出曲线 $y=g\left(x\right)$ 的简图.

第 I 卷　选择题

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知 $a>0$，$b>0$，$a+b=4$，则 ab 的最大值为（　）

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 不存在

【答案】C

【解析】

【分析】应用基本不等式计算求解即可.

【详解】由基本不等式得：$ab\le\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2=4$，当且仅当 $a=b=2$ 时取等号，C 正确.

故选：C.

2. “$\log_3 a>\log_3 b$”是“$3^a>3^b$”的（　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】根据指、对数函数性质解不等式，结合充分、必要条件分析判断.

【详解】因为 $\log_3 a>\log_3 b$，等价于 $a>b>0$，

且 $3^a>3^b$，等价于 $a>b$，

又因为 $a>b>0$ 可以推出 $a>b$，$a>b$ 不能推出 $a>b>0$，

所以“$\log_3 a>\log_3 b$”是“$3^a>3^b$”的充分不必要条件.

故选：A.

3. 要得到函数 $y=\sin 2x$ 的图象，只要将函数 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象（　）

A. 向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位　　B. 向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位

C. 向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位　　D. 向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位

【答案】C

【解析】

【分析】根据函数平移性质判定即可.

【详解】向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位$y=\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=\sin 2x$,

将函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图像得到函数$y=\sin 2x$的图象

故选：C.

4. 在$(x-2021)(x+2022)(x-2023)(x+2024)(x-2025)$的展开式中，含$x^4$的项的系数是（　）

A. -2025　　B. -2023　　C. -2021　　D. 2025

【答案】B

【解析】

【分析】根据多项式的乘法，5个因式中，4个取一次项x，1个取常数项，相乘可得x^4项，进而得到系数.

【详解】根据多项式的乘法，5个因式中，4个取一次项x，1个取常数项，相乘可得x^4项.

常数项共5种取法，

合并同类项得x^4项的系数为$-2021+2022-2023+2024-2025=-2023$.

故选：B.

5. 若圆锥的侧面展开图是半径为3，圆心角为$\frac{2\pi}{3}$的扇形，则该圆锥的体积为（　）

A. $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$　　B. $2\sqrt{2}\pi$　　C. $6\sqrt{2}\pi$　　D. $\frac{\pi}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】由扇形的弧长等于圆锥底面周长，求得底面半径，进而求得圆锥的高，即可求解；

【详解】设圆锥的母线长为l，底面半径为r，高为h，则$l=3$,

由题意可得：$2\pi r=\frac{2\pi}{3}\times 3$，即$r=1$,

所以$h=\sqrt{l^2-r^2}=2\sqrt{2}$,

故$V=\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$,

故选：A

6. 设 $a\in \mathrm{R}$，若函数 $f\left(x\right)=\frac{2}{3}x^3-\frac{a}{2}x^2+x+2$ 在 $\left(1,2\right)$ 内存在极值点，则 a 的取值范围是（　）

A. $\left[3,\frac{9}{2}\right]$　　B. $\left(3,\frac{9}{2}\right)$　　C. $\left(-\infty,3\right)$　　D. $\left[\frac{9}{2},+\infty\right)$

【答案】B

【解析】

【分析】首先求函数的导数，利用导数在 $\left(1,2\right)$ 内存在零点，利用参变分离，转化为函数值域问题，即可求解.

【详解】依题意，$f'\left(x\right)=2x^2-ax+1$ 在 $\left(1,2\right)$ 内存在变号零点，而 $x=0$ 不是 $f'\left(x\right)$ 的零点，从而得 $a=2x+\frac{1}{x}$，又 $y=2x+\frac{1}{x}$ 在 $\left(1,2\right)$ 上递增，所以 $3<a<\frac{9}{2}$.

故选：B

7. 如果圆 $x^2+y^2=4$ 与圆 $x^2+y^2+4x-4y+4=0$ 关于直线 l 对称，则直线 l 的方程为（　）

A. $y=-x-2$　　B. $y=-x$

C. $y=-x$ 或 $y=x+2$　　D. $y=x+2$

【答案】D

【解析】

【分析】由题意可得直线 l 的方程为以两圆圆心 $\left(0,0\right)$、$\left(-2,2\right)$ 为端点的线段的中垂线方程，再利用两直线垂直斜率关系和中点由点斜式求解即可.

【详解】圆 $x^2+y^2=4$ 圆心为 $\left(0,0\right)$，圆 $x^2+y^2+4x-4y+4=0$ 可化为 $\left(x+2\right)^2+\left(y-2\right)^2=4$，所以圆心为 $\left(-2,2\right)$，

由题意可得直线 l 的方程为以两圆圆心 $\left(0,0\right)$、$\left(-2,2\right)$ 为端点的线段的中垂线方程，

设 $k_1=\frac{2-0}{-2-0}=-1$，

由两直线垂直斜率关系可得直线 l 的为 1，

又两圆中点坐标为 $\left(-1,1\right)$，所以直线 l 的方程为 $y-1=x+1$，即 $y=x+2$.

故选：D.

8. 设甲袋有 3 个红球，2 个白球和 5 个黑球，乙袋有 3 个红球，3 个白球和 4

个黑球，先从甲袋中随机取出一球放入乙袋，以 A_1、A_2 和 A_3 分别表示由甲袋取出的球是红球、白球和黑球的事件；再从乙袋中随机取出一球，以 B 表示由乙袋取出的球是红球的事件，则（　）

A. A_1 与 B 相互独立　　B. $P\left(B|A_2\right)=\frac{2}{11}$　　C. $P\left(B\right)=\frac{3}{10}$　　D. $P\left(A_3|B\right)=\frac{1}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】AC 选项，求出各个事件的概率，得到 $P\left(B\right)=P\left(BA_1\right)+P\left(BA_2\right)+P\left(BA_3\right)=\frac{3}{10}$，$P\left(BA_1\right)\neq P\left(B\right)P\left(A_1\right)$，A 错误，C 正确；BD 选项，由条件概率公式进行求解.

【详解】AC 选项，由题意得 $P\left(A_1\right)=\frac{3}{3+2+5}=\frac{3}{10}$，$P\left(BA_1\right)=\frac{3}{10}\times\frac{4}{11}=\frac{6}{55}$，

$P\left(A_2\right)=\frac{2}{3+2+5}=\frac{1}{5}$，$P\left(BA_2\right)=\frac{1}{5}\times\frac{3}{11}=\frac{3}{55}$，

$P\left(A_3\right)=\frac{5}{3+2+5}=\frac{1}{2}$，$P\left(BA_3\right)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{11}=\frac{3}{22}$，

故 $P\left(B\right)=P\left(BA_1\right)+P\left(BA_2\right)+P\left(BA_3\right)=\frac{6}{55}+\frac{3}{55}+\frac{3}{22}=\frac{3}{10}$，C 正确；

由于 $P\left(B\right)P\left(A_1\right)=\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{9}{100}$，故 $P\left(BA_1\right)\neq P\left(B\right)P\left(A_1\right)$，

故 A_1 与 B 不互相独立，A 错误；

B 选项，由条件概率得 $P\left(B|A_2\right)=\frac{P\left(BA_2\right)}{P\left(A_2\right)}=\frac{\frac{3}{55}}{\frac{1}{5}}=\frac{3}{11}$，B 错误；

D 选项，$P\left(A_3|B\right)=\frac{P\left(A_3B\right)}{P(B)}=\frac{\frac{3}{22}}{\frac{3}{10}}=\frac{5}{11}$，D 错误；

故选：C

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 已知复数 $z_0=1-\mathrm{i}$，$z=x+y\mathrm{i}$（$x, y\in\mathbf{R}$），则下列结论正确的是（　）

A. 方程 $\left|z-z_0\right|=2$ 表示的 z 在复平面内对应点的轨迹是圆

B. 方程 $\left|z-z_0\right|+\left|z-\overline{z_0}\right|=2$ 表示的 z 在复平面内对应点的轨迹是椭圆

C. 方程 $\left|z-z_0\right|-\left|z-\overline{z_0}\right|=1$ 表示的 z 在复平面内对应点的轨迹是双曲线