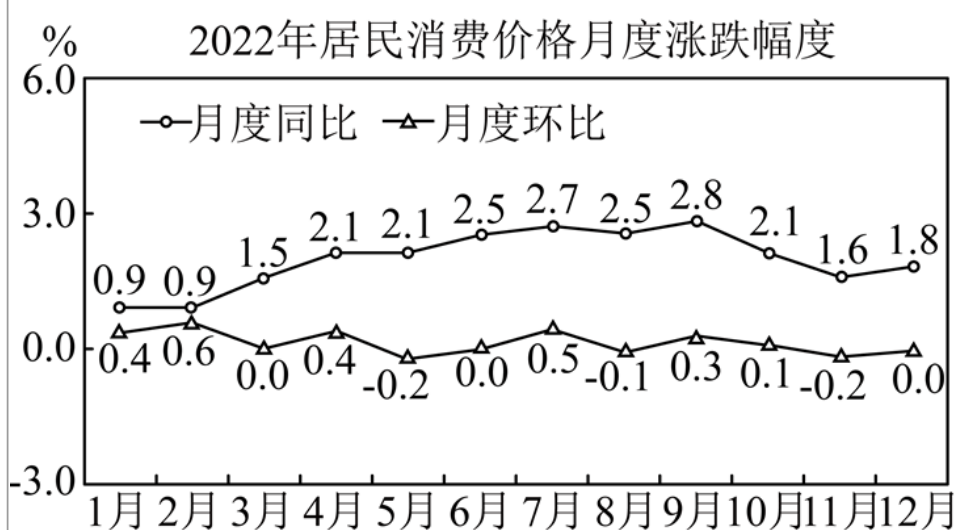


四川省成都市第七中学 2023 届高三热身理科数学试题

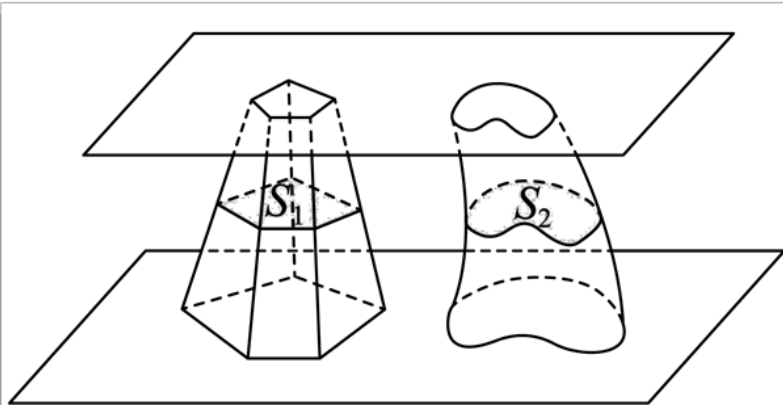
学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 设集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{1\}$
2. 在统计学中, 月度同比是指本月和上一年同月相比较的增长率, 月度环比是指本月和上一个月相比较的增长率, 如图是我国 2022 年 1 月至 2022 年 12 月居民消费价格月度涨跌幅度统计图, 则以下说法正确的是 ()



- A. 在这 12 个月中, 我国居民消费价格月度同比数据的众数为 0.9%
 - B. 在这 12 个月中, 我国居民消费价格月度环比数据的众数为 0.4%
 - C. 在这 12 个月中, 我国居民消费价格最低是 5 月
 - D. 在这 12 个月中, 我国居民消费价格最高是 10 月
3. 实数 a, b 满足 $a \geq b$, 则下列不等式成立的是 ()
A. $\frac{a}{b} \geq 1$ B. $\tan a \geq \tan b$
C. $2^{a-b} \geq 1$ D. $\ln(a-b) \geq 0$
 4. 早在公元 5 世纪, 我国数学家祖暅在求球的体积时, 就创造性地提出了一个原理: “幂势既同, 则积不容异”, 即夹在两个平行平面之间的两个几何体, 被平行于这两个平面的任意平面所截, 如果截得的两个截面的面积 S_1 、 S_2 总相等, 则这两个几何体的体积 V_1 、 V_2 相等. 根据“祖暅原理”, “ $V_1 = V_2$ ”是“ $S_1 = S_2$ ”的 ()



A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 已知向量 $\vec{a} = (2, 5)$, $\vec{b} = (\cos \alpha, \sin 2\alpha)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$. 则 $\sin \alpha$ 的值为 ()

A. $\frac{5}{4}$

B. 0

C. ± 1

D. 不存在

6. 设 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $a_1 - a_2 = 1$, $a_3 - a_2 = 2$, 则 $a_4 - a_5 =$ ()

A. 8

B. -8

C. 4

D. -4

7. 已知两个平面 α , β , 及两条直线 l , m . 则下列命题错误的是 ()

A. 若 $\alpha \perp \beta$, $l \subset \beta$, $\alpha \cap \beta = m$, $l \perp m$, 则 $l \perp \alpha$

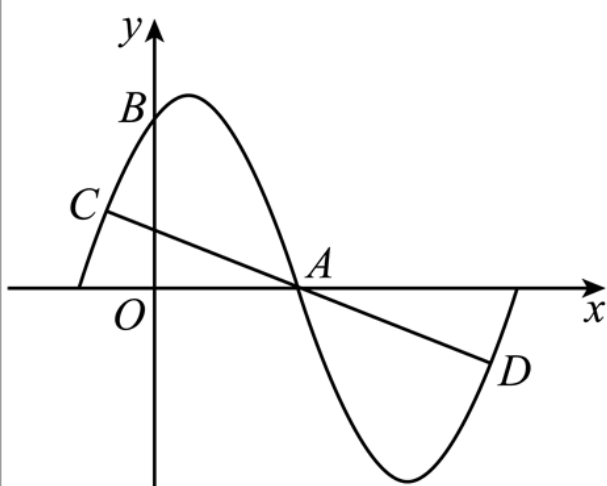
B. 若 $l \perp \beta$, $\alpha \parallel \beta$, $m \subset \alpha$, 则 $l \perp m$

C. 若 $l \subset \alpha$, $m \subset \alpha$, $m \parallel \beta$, $l \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$

D. 若 l , m 是异面直线, $l \subset \alpha$, $l \parallel \beta$, $m \subset \beta$, $m \parallel \alpha$, 则 $\alpha \parallel \beta$

8. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$, 其在一个周期内的图象分别与 x 轴、 y 轴交于点 A 、点 B , 并与过点 A 的直线相交于另外两点 C 、 D . 设 O 为坐标原点, 则 $(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{OA} =$

()



A. $\frac{1}{18}$

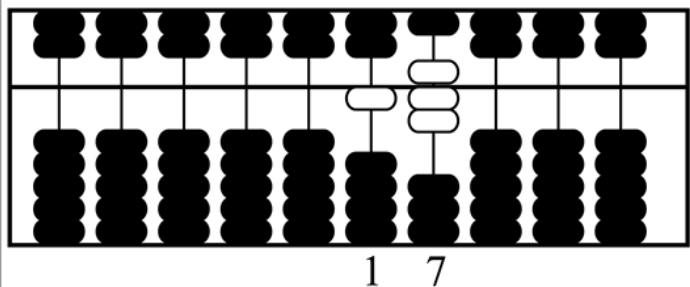
B. $\frac{8}{9}$

C. $\frac{4}{9}$

D. $\frac{2}{9}$

9. 算盘是中国传统的计算工具, 其形长方, 周为木框, 内贯直柱, 俗称 “档”, 档中横以梁, 梁上两珠, 每珠作数五, 梁下五珠, 每珠作数一, 算珠梁上部分叫上珠, 梁下部分叫下珠, 例如, 在百位档拨一颗下珠, 十位档拨一颗上珠和两颗下珠, 则表示数字 170, 若在个、十、百、千位档中, 先随机选择一档拨一颗上珠, 再随机选择两个档位各拨一颗下珠, 则所拨数字大于 1000 的概率为 ()

千位
百位
十位
个位



A. $\frac{1}{2}$
B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{3}{4}$
D. $\frac{5}{8}$

10. 设 F_1 、 F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的左、右焦点，点 P 是直线 $x = 2\sqrt{2}$ 上一点，则 $\angle F_1 P F_2$ 的最大值是 ()

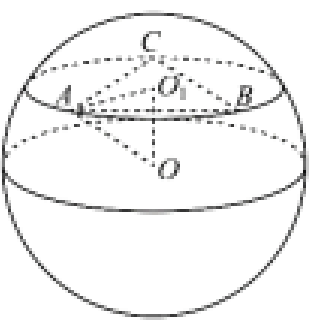
A. $\frac{\pi}{6}$
B. $\frac{\pi}{4}$
C. $\frac{\pi}{3}$
D. $\frac{\pi}{2}$

11. 某人从 2023 年起，每年 1 月 1 日到银行新存入 2 万元（一年定期），若年利率为 2% 保持不变，且每年到期存款均自动转为新的一年定期，到 2033 年 1 月 1 日将之前所有存款及利息全部取回，他可取回的线数约为 ()（单位：万元）

参考数据： $1.02^9 \approx 1.195$ ， $1.02^{10} \approx 1.219$ ， $1.02^{11} \approx 1.243$

A. 2.438
B. 19.9
C. 22.3
D. 24.3

12. 如图，球 O 的半径为 $\sqrt{3}$ ，球面上的三个点 A ， B ， C 的外接圆为圆 O_1 ，且 $BC = 2OO_1$ ，则三棱锥 $O-O_1BC$ 的体积最大值是 ()



A. $\frac{1}{3}$
B. $\frac{3\sqrt{21}}{49}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$
D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

二、填空题

13. 已知复数 z 满足 $|z| - z = 1 - 3i$ ，则 $|z| =$ _____.

14. 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x \\ x + y \leq 1 \\ y \geq -1 \end{cases}$ ，则 $|3x + 2y|$ 的最大值_____.

15. 某地铁换乘站设有编号为 m_1 ， m_2 ， m_3 ， m_4 的四个安全出口，若同时开放其中的两个安全出口，疏散 1000 名乘客所需时间如下表：

安全出口编号	m_1, m_2	m_2, m_3	m_3, m_4	m_1, m_3
疏散乘客用时（秒）	120	140	190	160

则疏散乘客最快的一个安全出口的编号为_____.

16. 等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q(q \neq 1)$ ，其前 n 项和为 S_n ，且 $a_1=1, a_1+a_4=a_2+a_3$. 若 $\left\{S_n+\frac{t}{2}\right\}$ 仍为等比数列，则 $t=$ _____.

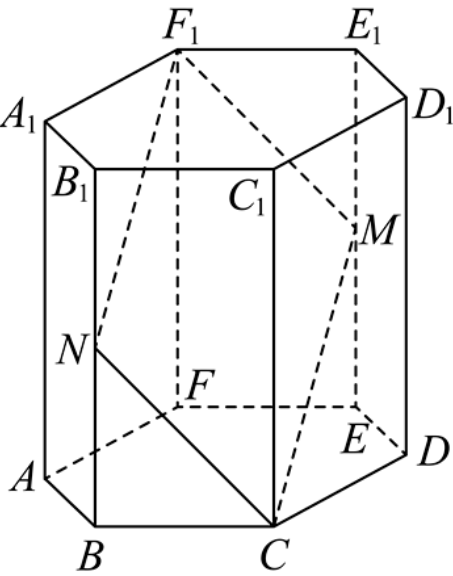
三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,

$$2\sin A\sin B-\cos(A-B)=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

- (1)求角 C 的大小；
 (2)已知 $b=4$ ， $\triangle ABC$ 的面积为6，求 $\sin B$ 的值.

18. 如图，在正六棱柱 $ABCDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 中， $AA_1=2AB=4$ ， M, N 分别为 EE_1, BB_1 的中点.



- (1)证明： C, M, F_1, N 四点共面；
 (2)求平面 CMF_1N 与平面 ABB_1A_1 所成角的正弦值.

19. 环保部门随机调查了某市 2022 年中 100 天中每天的空气质量等级和当天到江边绿道锻炼的人次，整理数据得到下表（单位天）：

锻炼人次空气质量等级	[0,200]	(200,400]	(400,600]
1（优）	6	10	25

2（良）	9	10	12
3（轻度污染）	7	8	7
4（中度污染）	3	2	1

若某天的空气质量等级为 1 或 2，则称这天“空气质量好”；若某天的空气质量等级为 3 或 4，则称这天“空气质量不好”.

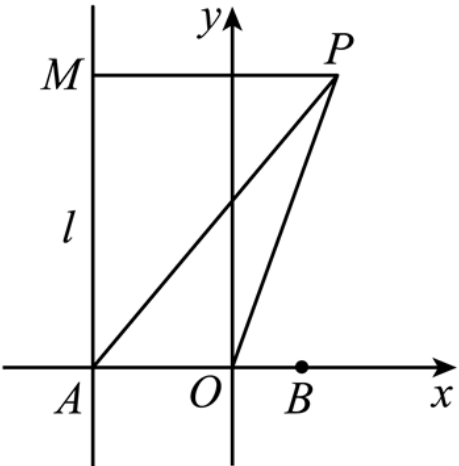
- (1)估计该市 2022 年（365 天）“空气质量好”的天数（结果四舍五入保留整数）；
- (2)根据所给数据，完成下面的 2×2 列联表，并根据列联表，判断是否有 99%的把握认为一天中到江边绿道锻炼的人次与该市当天的空气质量有关？

	人次 ≤ 400	人次 > 400
空气质量好		
空气质量不好		

附： $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}.$

$P(K_2\geq k_0)$	0.1	0.01	0.001
k_0	2.706	6.635	10.828

20. 如图，在平面直角坐标系 Oxy 中，直线 $l:x=-2$ 与 x 轴交于点 A ，过 l 右侧的点 P 作 $PM\perp l$ ，垂足为 M ，且 $|PA|=|PM|+|OA|$.



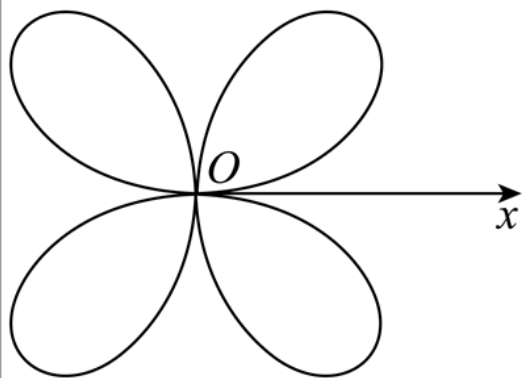
- (1)求点 P 的轨迹 C 的方程；
- (2)过点 $B(1,0)$ 的动直线 l' 交轨迹 C 于 S, T . 证明：以线段 ST 为直径的圆过定点.

21. 已知函数 $f(x)=\text{e}^x-ax^2+\text{e}^{2x}$ 有两个极值点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$.

(1)求实数 a 的取值范围;

(2)证明: $\sqrt{x_1 x_2} < \ln 2a$.

22. 如图所示形如花瓣的曲线 G 称为四叶玫瑰线, 在极坐标系中, 其极坐标方程为 $\rho = 2\sin 2\theta$.



(1)若射线 $l: \theta = \frac{\pi}{6}$ 与 G 相交于异于极点 O 的点 P , 求 $|OP|$;

(2)若 A, B 为 G 上的两点, 且 $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$, 求 $\triangle AOB$ 面积的最大值.

23. 已知函数 $f(x) = |x+a| - \sqrt{x^2 - 2bx + b^2} + 2c$ ($a > 0, b > 0, c > 0$) 的最大值为 1.

(1)求 $a+b+2c$ 的值;

(2)求证: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{c} \geq 3 + 2\sqrt{2}$.

参考答案:

1. C

【分析】根据交集的定义计算可得.

【详解】因为 $A = \{x \in \mathbb{N} | -1 \leq x \leq 2\} = \{0, 1, 2\}$, 又 $B = \{-2, -1, 0, 1\}$,

所以 $A \cap B = \{0, 1\}$.

故选: C

2. D

【分析】根据统计图分别求出消费同比数据, 求出月度环比数据的众数, 即可得答案.

【详解】在这 12 个月中, 我国居民消费价格月度同比数据的众数为 2.1%, A 错;

我国居民消费价格月度环比数据的众数为 0.0%, B 错;

根据环比数据知, 我国居民消费价格最低是 1 月, 我国居民消费价格最高是 10 月, C 错, D 对.

故选:D.

3. C

【分析】举反例即可判定 ABD, 由 $a \geq b$, 得出 $a \geq b$, 利用指数函数的性即可判定 C.

【详解】取 $a = 1, b = -1$, 满足 $a \geq b$, 但 $\frac{a}{b} = -1$, 所以 A 错误;

取 $a = \frac{3\pi}{4}, b = \frac{\pi}{4}$, 满足 $a \geq b$, 但 $\tan a = -1 < \tan b = 1$, 所以 B 错误;

若 $a \geq b$, 则 $a - b \geq 0, 2^{a-b} \geq 2^0 = 1$, 所以 C 正确;

取 $a - b = \frac{1}{e}$, 则 $\ln(a - b) = \ln \frac{1}{e} = -1$, 所以 D 错误.

故选:C.

4. B

【分析】根据祖暅原理, 判断“ $V_1 = V_2$ ”与“ $S_1 = S_2$ ”之间的逻辑推理关系即可.

【详解】根据祖暅原理可知, 当 $S_1 = S_2$ 时, 一定有 $V_1 = V_2$ 成立,

反之, 当 $V_1 = V_2$ 成立时, 不一定有 $S_1 = S_2$ 成立,

比如两个完全相同的三棱锥, 正置和倒置时, S_1, S_2 不一定相等,

故“ $V_1 = V_2$ ”是“ $S_1 = S_2$ ”的必要不充分条件.

故选：B

5. C

【分析】根据向量共线得到 $5\cos\alpha = 2\sin 2\alpha$ ，利用二倍角正弦公式得到 $\cos\alpha = 0$ ，再根据平方关系计算可得.

【详解】因为 $\vec{a} = (2, 5)$ ， $\vec{b} = (\cos\alpha, \sin 2\alpha)$ ，且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，

所以 $5\cos\alpha = 2\sin 2\alpha$ ，即 $5\cos\alpha = 4\sin\alpha \cos\alpha$ ，

即 $\cos\alpha(5 - 4\sin\alpha) = 0$ ，因为 $\sin\alpha \in [-1, 1]$ ，所以 $5 - 4\sin\alpha > 0$ ，

所以 $\cos\alpha = 0$ ，又 $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ ，所以 $\sin\alpha = \pm 1$.

故选：C

6. B

【分析】根据条件，求首项和公比，再代入等比数列的通项公式，即可求解.

【详解】设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ，则

$$\begin{cases} a_1 - a_1 q = 1 \\ a_1 q^2 - a_1 q = 2 \end{cases}, \text{ 解得: } q = -2, a_1 = \frac{1}{3},$$

所以 $a_4 - a_5 = a_1 q^3 - a_1 q^4 = -8$.

故选：B

7. C

【分析】根据面面垂直的性质定理判断 A，根据线面垂直的性质判断 B，根据面面的位置关系判断 C，根据面面平行的判定定理及异面直线的概念判断 D.

【详解】对于 A，若 $\alpha \perp \beta$ ， $l \subset \beta$ ， $\alpha \cap \beta = m$ ， $l \perp m$ ，根据面面垂直的性质定理可得 $l \perp \alpha$ ，A 正确；

对于 B，若 $l \perp \beta$ ， $\alpha \parallel \beta$ ，则 $l \perp \alpha$ ，又 $m \subset \alpha$ ，则 $l \perp m$ ，B 正确；

对于 C，若 $l \subset \alpha$ ， $m \subset \alpha$ ， $m \parallel \beta$ ， $l \parallel \beta$ ，则 α 与 β 可以相交或平行，C 错误；

对于 D，因为 $m \subset \beta$ ， $m \parallel \alpha$ ，所以存在直线 $m' \subset \alpha$ ， $m \parallel m'$ ，

因为 l ， m 是异面直线，所以 l 与 m' 相交，

因为 $m' \parallel m$ ， $m \subset \beta$ ， $m' \not\subset \beta$ ，所以 $m' \parallel \beta$ ，

又因为 $l \subset \alpha$ ， $l \parallel \beta$ ，所以 $\alpha \parallel \beta$ ，D 正确，

故选：C

8. B

【分析】根据图象结合三角函数求点 A, B ，进而求 $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{OA}$ ，即可得结果.

【详解】因为 $f(x) = \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$,

可得 $f(0) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，即 $B\left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$,

由图可知：点 A 为减区间的对称中心，

令 $\pi x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \pi, k \in \mathbf{Z}$ ，解得 $x = 2k + \frac{2}{3}, k \in \mathbf{Z}$ ，

取 $k = 0$ ，则 $x = \frac{2}{3}$ ，即 $A\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ ，

可得 $\overrightarrow{BA} = \left(\frac{2}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \overrightarrow{OA} = \left(\frac{2}{3}, 0\right)$ ，

因为点 A 为线段 CD 的中点，则 $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BA} = \left(\frac{4}{3}, -\sqrt{3}\right)$ ，

所以 $(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{OA} = \frac{4}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{9}$.

故选：B.

9. D

【分析】所拨数字共有 $n = C_1^1 C_2^4 = 24$ ，所拨数字大于 1000 包含两种：①上珠拨的是千位档，②上珠拨不是千位档，这两种情况进行分析求解，由此能求出所拨数字大于 1000 的概率.

【详解】依题意得所拨数字共有 $C_1^1 C_2^4 = 24$ 种可能，

要使所拨数字大于 1000，则：

①上珠拨的是千位档，则所拨数字一定大于 1000，有 $C_2^4 = 6$ 种；

②上珠拨不是千位档，则再随机选择两个档位必有千分位，有 $C_1^1 C_1^3 = 9$ 种，

则所拨数字大于 1000 的概率为 $\frac{6+9}{24} = \frac{5}{8}$.

故选：D.

10. A

【分析】由题意方程求得 $F_1(-2, 0), F_2(2, 0)$ ，设 $P(2\sqrt{2}, t) (t > 0)$ ，利用倾斜角的概念以及两

角差的正切公式，基本不等式，正切函数的性质即可求解.

【详解】由题意得： $a^2 = 4, b^2 = 2$ ，则 $c^2 = a^2 - b^2 = 2$ ，

所以 $F_1(-2,0), F_2(2,0)$.

因为点 P 是直线 $x = 2\sqrt{2}$ 上一点，不妨设 $P(2\sqrt{2}, t) (t > 0)$,

设直线 PF_1 的倾斜角为 β ，直线 PF_2 的倾斜角为 α ，

则 $\angle F_1PF_2 = \alpha - \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ， $\tan \alpha = \frac{t}{\sqrt{2}}$ ， $\tan \beta = \frac{t}{3\sqrt{2}}$ ，

于是 $\tan \angle F_1PF_2 = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$

$$= \frac{\frac{t}{\sqrt{2}} - \frac{t}{3\sqrt{2}}}{1 + \frac{t}{\sqrt{2}} \times \frac{t}{3\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2}t}{6 + t^2} \leq \frac{2\sqrt{2}t}{2\sqrt{6}t} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

当且仅当 $t = \sqrt{6}$ 时等号成立，

因为 $y = \tan x$ 在 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增，

所以 $\angle F_1PF_2$ 的最大值是 $\frac{\pi}{6}$.

故选:A.

11. C

【分析】复利计息问题，逐年分析寻找规律，根据等比数列的求和公式即可求解.

【详解】由题意，2023 年存的 2 万元共存了 10 年，本息和为 $2(1+0.02)^{10}$ 万元，

2024 年存的 2 万元共存了 9 年，本息和为 $2(1+0.02)^9$ 万元，

.....

2032 年存的 2 万元共存了 1 年，本息和为 $2(1+0.02)$ 万元，

所以到 2033 年 1 月 1 日将之前所有存款及利息全部取回，

他可取回的钱数约为 $2(1+0.02)^{10} + 2(1+0.02)^9 + \cdots + 2(1+0.02) = 2 \times \frac{1.02 \cdot (1.02^{10} - 1)}{1.02 - 1}$

$$\approx \frac{2.04 \times (1.219 - 1)}{0.02} \approx 223 \text{ 万元},$$

故选: C.

12. A

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/257161026043006034>