上海市青浦区2024-2025学年高三上学期期终学业质量调研

（一模）数学试卷

学校:_____姓名：_____班级：_____考号：_____

一、填空题

1．在复平面内，复数$z=1+\frac{1}{2}\mathrm{i}$（其中$\mathrm{i}$是虚数单位）的共轭复数对应的点位于第__象限.

2．已知集合$A=\{x|\ x=2k-1,k\in\mathbf{N}\},B=\{-1,0,1,2,3\}$，则$A\cap B=$__.

3．不等式$\frac{x-3}{x+1}\geq 2$的解集为__.

4．已知直线$l_1:x+(1+m)y+m-2=0$与直线$l_2:mx+2y+8=0$平行，则$m=$_____.

5．两条渐近线互相垂直的双曲线的离心率为__.

6．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=n(n+2)$，则$a_{66}=$_____.

7．在$\triangle ABC$中，已知$\angle ACB=120^\circ,AB=2\sqrt{7}$，若$BC=2AC$，则$\triangle ABC$的面积为__.

8．已知圆柱M的底面半径为3，高为$\sqrt{3}$，圆锥N的底面直径和母线长相等. 若圆柱M和圆锥N的体积相同，则圆锥N的底面半径为__.

9．$(x+y)(x-y)^6$的展开式中，x^4y^3项的系数为__.

10．已知函数$y=f(x)$的定义域为$\{-2,-1,1,2\}$，值域为$\{-2,2\}$，则满足条件的函数$y=f(x)$最多有__个.

11．若函数$y=\log_{\frac{1}{2}}(ax^2-8x+15)$在区间$(1,2)$上严格增，则实数$a$的取值范围_____.

12．已知 A,B,C 是单位圆上任意不同三点，则 $\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}$ 的取值范围是___.

二、单选题

13．已知 $x,y\in\mathbf{R}$ 且满足 $x>y$，则下列关系式恒成立的是（　）.

A．$\dfrac{1}{x^2+1}<\dfrac{1}{y^2+1}$　　B．$\ln\left(x^2+1\right)>\ln\left(y^2+1\right)$

C．$\sin x>\sin y$　　D．$x^3>y^3$

14．若点 $P(x,y,z)(xyz\neq 0)$ 关于 xOy 的对称点为 A，关于 z 轴的对称点为 B，则 A、B 两点的对称是（　）.

A．关于 xOz 平面对称　　B．关于 x 轴对称

C．关于 y 轴对称　　D．关于坐标原点对称

15．已知函数 $y=f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且当 $x>0$ 时，$f(x)=(x-1)(x-3)+0.01$，则关于函数 $y=f(x)$ 在 R 上的零点的说法正确的是（　）.

A．有 4 个零点，其中只有一个零点在区间 $(-3,-1)$ 上

B．有 4 个零点，其中两个零点在区间 $(-3,-1)$ 上，另外两个零点在区间 $(1,3)$ 上

C．有 5 个零点，两个正零点中一个在区间 $(0,1)$ 上，一个在区间 $(3,+\infty)$ 上

D．有 5 个零点，都不在 $(0,1)$ 上

16．对于数列 $\{a_n\}$，设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，给出下列两个命题:① 存在函数 $y=f(x)$，使得 $S_n=f(a_n)$；② 存在函数 $y=g(x)$，使得 $n=g(a_n)$．则①是②的（　）.

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

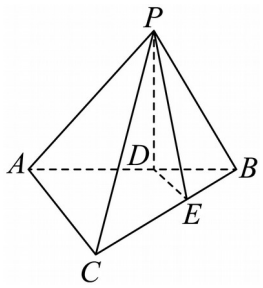
三、解答题

17．已知函数 $f(x)=(2\cos^2 x-1)\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 4x$

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小正周期及最大值；

（Ⅱ）若 $\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，且 $f(\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，求 α 的值.

18．如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，平面 $PAB\perp$ 平面 $ABC, AB=6, BC=2\sqrt{3}, AC=2\sqrt{6}, D$、$E$ 分别为线段 AB、BC 上的点，且 $AD=2DB, CE=2EB, PD\perp AC$.



(1)求证：$DE//$ 平面 PAC；

(2)求证：$PD\perp$ 平面 ABC；

19．第七届中国国际进口博览会于 2024 年 11 月 5 日至 10 日在上海举办，某公司生产的 A、B、C 三款产品在博览会上亮相，每一种产品均有普通装和精品装两种款式，该公司每天产量如下表:（单位:个）

	产品 A	产品 B	产品 C

普通装	n	180	400
精品装	300	420	600

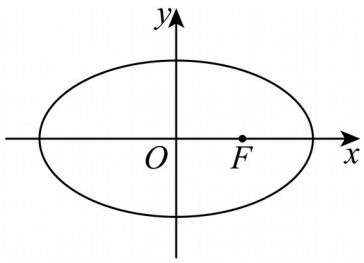
现采用分层抽样的方法在某一天生产的产品中抽取 100 个，其中 B 款产品有 30 个.

(1)求 n 的值；

(2)用分层抽样的方法在 C 款产品中抽取一个容量为 5 的样本，从样本中任取 2 个产品，求其中至少有一个精品装产品的概率;

(3)对抽取到的 B 款产品样本中某种指标进行统计，普通装产品的平均数为 10，方差为 2， 精品装产品的平均数为 12，方差为 1.8，试估计这天生产的 B 款产品的某种指标的总体方差 （精确到 0.01 ）.

20．已知椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1, F$ 为椭圆 C 的右焦点，过点 F 的直线 l 交椭圆 C 于 A 、 B 两点.



(1)若直线 l 垂直于 x 轴，求椭圆 C 的弦 AB 的长度；

(2)设点 $P(-3,0)$，当 $\angle PAB=90^{\circ}$ 时，求点 A 的坐标；

(3)设点 $M(3,0)$，记 MA 、 MB 的斜率分别为 k_1 和 k_2，求 k_1+k_2 的取值范围.

21．已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=e^{x-1}-2\ln x+x$ ·

(1)求函数$y=f\left(x\right)$的单调区间；

(2)设函数$g\left(x\right)=f\left(x\right)+2\ln x$，问:函数$y=g\left(x\right)$的图像上是否存在三点$A,B,C$，使得它们的横坐标成等差数列，且直线$AC$的斜率等于$y=g\left(x\right)$在点$B$处的切线的斜率? 若存在，求出所有满足条件的点$B$的坐标; 若不存在，说明理由;

(3)证明: 函数$y=f\left(x\right)$图像上任意一点都不落在函数$y=\left(x-2\right)^3-3\left(x-2\right)$图像的下方

参考答案：

题号	13	14	15	16						
答案	D	D	D	B						

1．四

【分析】求出复数的共轭复数即可得解.

【详解】因为$z=1+\frac{1}{2}\mathrm{i}$，

所以$\overline{z}=1-\frac{1}{2}\mathrm{i}$，

所以复数$\overline{z}$对应的点在第四象限.

故答案为：四

2．$\{-1,1,3\}$

【分析】利用交集的定义求解.

【详解】因为$A=\{x|\ x=2k-1,k\in\mathbf{N}\}=\{-1,1,3,5,\cdots\}$，

所以$A\cap B=\{-1,1,3\}$，

故答案为: $\{-1,1,3\}$.

3．$[-5,-1)$

【分析】化不等式一边为0，再转化成一元二次不等式求解即得.

【详解】不等式$\frac{x-3}{x+1}\geq 2$化为：$2-\frac{x-3}{x+1}\leq 0$，即$\frac{x+5}{x+1}\leq 0$，

则$\begin{cases}(x+5)(x+1)\leq 0\\ x+1\neq 0\end{cases}$，解得$-5\leq x<-1$，

所以不等式$\frac{x-3}{x+1}\geq 2$的解集为$[-5,-1)$.

故答案为：$[-5,-1)$

4．1

【分析】根据平行关系列出等式求解m的值并检验即可.

【详解】因为l_1与l_2平行，所以$1\times 2=m(1+m)$，解得$m=-2$或$m=1$.

当$m=1$时，直线$l_1:x+2y-1=0$，直线$l_2:x+2y+8=0$，两直线平行.

当$m=-2$时，直线$l_1:x-y-4=0$，直线$l_2:-2x+2y+8=0$，化简l_2为$x-y-4=0$，

此时两直线重合，不符合要求，舍去.

故答案为：1.

5．$\sqrt{2}$

【分析】求出两渐近线方程，得到$a=b$，从而得到离心率.

【详解】两条渐近线互相垂直，由对称性可知，两渐近线的倾斜角分别为$\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}$，

渐近线方程为$y=\pm x$，故$a=b$，

所以渐近线的离心率为$\frac{c}{a}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{2}$.

故答案为：$\sqrt{2}$

6．$\frac{133}{66}$

【分析】由所给等式得$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+(n-1)a_{n-1}=(n-1)(n+1)$，两式相减可求得$a_n$的

通项公式，$n=66$代入通项即可得解.

【详解】因为$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=n(n+2)$①，

当$n\geq 2$时，$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+(n-1)a_{n-1}=(n-1)(n+1)$②，

①－②得$na_n=2n+1$，所以$a_n=\dfrac{2n+1}{n}(n\geq 2)$，

所以$a_{66}=\dfrac{133}{66}$.

故答案为：$\dfrac{133}{66}$

7．$2\sqrt{3}$

【分析】根据给定条件，利用余弦定理求出AC，再利用三角形面积公式计算即得.

【详解】在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=120^\circ, AB=2\sqrt{7}$，$BC=2AC$，

由余弦定理得$28=AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cos 120^\circ=7AC^2$，

解得$AC^2=4$，

所以$\triangle ABC$的面积为$\dfrac{1}{2}AC\times BC\times\sin 120^\circ=AC^2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$.

故答案为：$2\sqrt{3}$

8．3

【分析】求出圆柱M的体积，设圆锥N的底面半径为r，求出圆锥的高为$\sqrt{3}r$，从而得到圆锥的体积，得到方程，求出答案.

【详解】圆柱M的体积为$\pi 3^2\times\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi$，

设圆锥 N 的底面半径为 r，则母线长为 $2r$，故圆锥的高为 $\sqrt{(2r)^2-r^2}=\sqrt{3}r$，

则 $\frac{1}{3}\pi\cdot\sqrt{3}r^2\cdot\sqrt{r}=\frac{\sqrt{3}}{3}r^3$，故 $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi\theta^3=3\pi\sqrt{}$，解得 $r=3$，

故圆锥 N 的底面半径为 3.

故答案为：3

9．-5

【分析】写出 $(x-y)^6$ 展开式的通项，利用通项求出 x^4y^3 项的系数.

【详解】$(x-y)^6$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_6^r x^{6-r}(-y)^r$，$r\in\{0,1,2,3,4,5,6\}$，

所以含 x^4y^3 的项为 $xC_6^3x^3(-y)^3+yC_6^2x^4(-y)^2=-5x^4y^3$，即 x^4y^3 项的系数为 -5.

故答案为：-5

10．14

【分析】由函数的概念及分类加法计数原理、组合数计算得解.

【详解】由函数定义，转化为给 $-2,2$ 安排对应的自变量，每一种对应方式，即为一个函数，

给 -2 取 3 个自变量，则 2 对应 1 个自变量，有 C_4^3 种，

给 -2 取 2 个自变量，则 2 对应 2 个自变量，有 C_4^2 种，

给 -2 取 1 个自变量，则 2 对应 3 个自变量，有 C_4^1 种，

所以由分类加法计数原理知，共有 $C_4^3+C_4^2+C_4^1=14$ 种不同的对应方式，

故答案为：14

11．$\left[\frac{1}{4},2\right]$

【分析】由复合函数的单调性和定义域，有函数$t=ax^2-8x+15$在区间$(1,2)$上严格减，

$ax^2-8x+15>0$在区间$(1,2)$上恒成立，利用导数和二次函数的性质求实数a的取值范围.

【详解】函数$y=\log_{\frac{1}{2}}\left(ax^2-8x+15\right)$，令$t=ax^2-8x+15$，则$y=\log_{\frac{1}{2}}t$，

函数$y=\log_{\frac{1}{2}}\left(ax^2-8x+15\right)$在区间$(1,2)$上严格增，

由函数$y=\log_{\frac{1}{2}}t$在定义域上严格减，则函数$t=ax^2-8x+15$在区间$(1,2)$上严格减，

有$t'=2ax-8\le 0$在区间$(1,2)$上恒成立，即$a\le\frac{4}{x}$在$(1,2)$上恒成立，得$a\le 2$，

又$ax^2-8x+15>0$在区间$(1,2)$上恒成立，则$a>\frac{8}{x}-\frac{15}{x^2}$在$(1,2)$上恒成立，

令$s=\frac{1}{x}$，则$a>8s-15s^2$在$\left(\frac{1}{2},1\right)$上恒成立，

由二次函数的性质可得$a\ge\frac{8}{2}-\frac{15}{4}=\frac{1}{4}$，

所以实数a的取值范围为$\left[\frac{1}{4},2\right]$.

故答案为：$\left[\frac{1}{4},2\right]$.

12．$(-1,2)$

【分析】由$\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}$等价于$\overrightarrow{AC}$在$\overrightarrow{AB}$上的投影，故可结合投影性质，得到当$\overrightarrow{OC}$与$\overrightarrow{AB}$反向

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/257166121126010012