备战 2024 中考数学一轮复习

第二章方程(组)与不等式(组)

第 1 讲一次方程(组)

№考向解读

❶考点精析

❷真题精讲

❸题型突破

❹专题精练

第 1 讲一次方程(组)

→❶考点精析←



→❷真题精讲←

考向一　一元一次方程的定义

考向二　解一元一次方程

考向三　阅读理解、定义、规律问题

考向三　一元一次方程的应用

考向四　二元一次方程（组）的定义

考向五　解二元一次方程组

考向六　二元一次方程组的应用

第 1 讲一次方程(组)

本板块内容以考查解一元一次方程和二元一次方程组、及一元一次方程与二元一次方程的应用为主,既有单独考查,也有在一次函数、二次函数的应用中解一元一次方程、二元一次方程组的工具性的考查,年年考查,是广大考生的得分点,分值为 15 分左右。预计 2024 年各地中考还将继续考查各种方程（组）的解法和应用题,为避免丢分,学生应扎实掌握.

→❶考点精析←

一、方程和方程的解的概念

1．等式的性质

（1）等式两边都加上（或减去）同一个数或同一个整式，所得的结果仍是等式.

（2）等式两边都乘以（或除以）同一个不等于零的数，所得的结果仍是等式.

2．方程:含有未知数的等式叫做方程.

3．方程的解:使方程左右两边相等的未知数的值叫做方程的解；求方程的解的过程叫做解方程.

二、一元一次方程及其解法

1．一元一次方程:只含有一个未知数，并且未知数的次数为 1，这样的整式方程叫做一元一次方程．它的一般形式为 $ax+b=0(a\neq 0)$．　注意：x 前面的系数不为 0.

2．一元一次方程的解：使一元一次方程左右两边相等的未知数的值叫做一元一次方程的解.

3．一元一次方程 $ax+b=0(a\neq 0)$ 的求解步骤

变形名称	具体做法
去分母	在方程两边都乘以各分母的最小公倍数
去括号	先去小括号，再去中括号，最后去大括号
移项	把含有未知数的项都移到方程的一边，其他项都移到方程的另一边
合并同类项	把方程化成 $ax=-b$ 的形式
系数化成 1	在方程两边都除以未知数的系数 a，得到方程的解为 $x=-\frac{b}{a}$

注意：解方程时移项容易忘记改变符号而出错，要注意解方程的依据是等式的性质，在等式两边同时加上或减去一个代数式时，等式仍然成立，这也是“移项”的依据．移项本质上就

是在方程两边同时减去这一项，此时该项在方程一边是 0，而另一边是它改变符号后的项，所以移项必须变号.

三、二元一次方程（组）及解的概念

1．二元一次方程：含有 2 个未知数，并且含有未知数的项的次数都是 1 的整式方程叫做二元一次方程.

2．二元一次方程的解:使二元一次方程左右两边相等的未知数的值叫做二元一次方程的解.

3．二元一次方程组:由两个二元一次方程组成的方程组叫二元一次方程组．方程组中同一个字母代表同一个量，其一般形式为 $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$.

4．解二元一次方程组的基本思想

解二元一次方程组的基本思想是消元，即将二元一次方程组转化为一元一次方程.

5．二元一次方程组的解法

（1）代入消元法：将方程中的一个未知数用含有另一个未知数的代数式表示出来，并代入另一个方程中，消去一个未知数，化二元一次方程组为一元一次方程.

（2）加减消元法：将方程组中两个方程通过适当变形后相加（或相减）消去其中一个未知数，化二元一次方程组为一元一次方程.

四、一次方程（组）的应用

1．列方程（组）解应用题的一般步骤

（1）审题；（2）设出未知数；（3）列出含未知数的等式——方程；（4）解方程（组）；（5）检验结果；（6）作答（不要忽略未知数的单位名称）.

2．一次方程（组）常见的应用题型

（1）销售打折问题：利润＝售价−成本价；利润率=$\frac{\text{利润}}{\text{成本}}$×100%；售价=标价×折扣；销售额=售价×数量.

（2）储蓄利息问题：利息=本金×利率×期数；本息和=本金+利息=本金×(1+利率×期数)；贷款利息=贷款额×利率×期数.

（3）工程问题：工作量=工作效率×工作时间.

（4）行程问题：路程=速度×时间.

（5）相遇问题：全路程=甲走的路程+乙走的路程.

（6）追及问题（同地不同时出发）：前者走的路程=追者走的路程.

（7）追及问题（同时不同地出发）：前者走的路程+两地间距离=追者走的路程.

（8）水中航行问题：顺水速度=静水速度+水流速度；逆水速度=静水速度−水流速度.

→❷真题精讲←

考向一　一元一次方程的定义

只含有一个未知数（元），并且未知数的指数是 1（次）的方程叫做一元一次方程．它的一般形式是 $ax+b=0$（a,b 是常数且 $a\neq 0$）．

1.（2019·内蒙古呼和浩特·中考真题）关于 x 的方程 $mx^{2m-1}+(m-1)x-2=0$ 如果是一元一次方程，则其解为_____.

【答案】$x=2$ 或 $x=-2$ 或 $x=-3$.

【分析】利用一元一次方程的定义判断即可.

【解析】解：∵关于 x 的方程 $mx^{2m-1}+(m-1)x-2=0$ 如果是一元一次方程，

$\therefore 2m-1=1$，即 $m=1$ 或 $m=0$，方程为 $x-2=0$ 或 $-x-2=0$，

解得：$x=2$ 或 $x=-2$，当 $2m-1=0$，即 $m=\frac{1}{2}$ 时，方程为 $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x-2=0$ 解得：$x=-3$，

故答案为 $x=2$ 或 $x=-2$ 或 $x=-3$.

【点睛】此题考查了一元一次方程的定义，熟练掌握一元一次方程的定义是解本题的关键.

考向二　解一元一次方程

解一元一次方程的主要步骤：去分母、去括号、移项、合并同类项、未知数的系数化为 1.

2.（2020·浙江杭州·中考真题）以下是圆圆解方程 $\frac{x+1}{2}-\frac{x-3}{3}=1$ 的解答过程.

解：去分母，得 $3(x+1)-2(x-3)=1$.

去括号，得 $3x+1-2x+3=1$.

移项，合并同类项，得 $x=-3$.

圆圆的解答过程是否有错误？如果有错误，写出正确的解答过程.

【答案】圆圆的解答过程有错误，正确的解答过程见解析

【分析】直接利用一元一次方程的解法进而分析得出答案.

【解析】解：圆圆的解答过程有错误，

正确的解答过程如下：$3(x+1)-2(x-3)=6$．去括号，得 $3x+3-2x+6=6$.

移项，合并同类项，得 $x=-3$.

【点睛】此题主要考查一元一次方程的求解，解题的关键是熟知一元一次方程的求解方法.

3.（2020·湖北恩施·中考真题）在实数范围内定义运算“☆”：$a☆b=a+b-1$，例如：$2☆3=2+3-1=4$．如果$2☆x=1$，则x的值是（　　）.

A．-1　　B．1　　C．0　　D．2

【答案】C

【分析】根据题目中给出的新定义运算规则进行运算即可求解.

【解析】解：由题意知：$2☆x=2+x-1=1+x$，又$2☆x=1$，$\therefore 1+x=1$，$\therefore x=0$．故选：C.

【点睛】本题考查了实数的计算，一元一次方程的解法，本题的关键是能看明白题目意思，根据新定义的运算规则求解即可.

4.（2020·广西玉林·中考真题）观察下列按一定规律排列的 n 个数：2，4，6，8，10,12，…；若最后三个数之和是 3000，则 n 等于（　　）

A．499　　B．500　　C．501　　D．1002

【答案】C

【分析】根据题意列出方程求出最后一个数,除去一半即为 n 的值.

【解析】设最后三位数为 $x-4,x-2,x$．由题意得: $x-4+x-2+x=3000$,

解得 $x=1002$．$n=1002\div 2=501$．故选 C.

【点睛】本题考查找规律的题型,关键在于列出方程简化步骤.

考向三　新定义、阅读理解、规律问题

5.（2020·西藏中考真题）观察下列两行数：

1，3，5，7，9，11，13，15，17，…

1，4，7，10，13，16，19，22，25，…

探究发现：第 1 个相同的数是 1，第 2 个相同的数是 7，…，若第 n 个相同的数是 103，则 n 等于（　　）

A．18　　B．19　　C．20　　D．21

【答案】A

【分析】根据探究发现：第 1 个相同的数是 1，第 2 个相同的数是 7，…，第n个相同的数是$6(n-1)+1=6n-5$，进而可得n的值.

【解析】解：第 1 个相同的数是$1=0\times6+1$，第 2 个相同的数是$7=1\times6+1$，

第 3 个相同的数是$13=2\times6+1$，第 4 个相同的数是$19=3\times6+1$，…，

第n个相同的数是$6(n-1)+1=6n-5$，所以$6n-5=103$，解得$n=18$．

答：第n个相同的数是 103，则n等于 18．故选：A．

【点睛】此题主要考查了数字变化规律，确定出相同数的差值，从而得出相同数的通式是解题的关键．

6.（2018·湖南常德·中考真题）阅读理解：a，b，c，d是实数，我们把符号$\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}$称为$2\times2$阶行列式，并且规定：$\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=a\times d-b\times c$，例如：$\begin{vmatrix}3 & 2\\ -1 & -2\end{vmatrix}=3\times(-2)-2\times(-1)=-6+2=-4$．二元一次方程组$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\ a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$的解可以利用$2\times2$阶行列式表示为：$\begin{cases}x=\dfrac{D_x}{D}\\ y=\dfrac{D_y}{D}\end{cases}$；其中$D=\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}$，$D_x=\begin{vmatrix}c_1 & b_1\\ c_2 & b_2\end{vmatrix}$，$D_y=\begin{vmatrix}a_1 & c_1\\ a_2 & c_2\end{vmatrix}$．

问题：对于用上面的方法解二元一次方程组$\begin{cases}2x+y=1\\ 3x-2y=12\end{cases}$时，下面说法错误的是（　）

A．$D=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{vmatrix}=-7$　　B．$D_x=-14$

C．$D_y=27$　　D．方程组的解为$\begin{cases}x=2\\ y=-3\end{cases}$

【答案】C

【分析】根据阅读材料中提供的方法逐项进行计算即可得．

【解析】A、$D=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{vmatrix}$=2×（-2）-3×1=－7，故 A 选项正确，不符合题意；

B、$D_x=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 12 & -2\end{vmatrix}$=－2－1×12=－14，故 B 选项正确，不符合题意；

C、$D_y=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 3 & 12\end{vmatrix}$=2×12－1×3=21，故 C 选项不正确，符合题意；

D、方程组的解：x=$\frac{D_x}{D}=\frac{-14}{-7}$=2，y=$\frac{D_y}{D}=\frac{21}{-7}$=－3，故 D 选项正确，不符合题意，故选 C.

【点睛】本题考查了阅读理解型问题，考查了 2×2 阶行列式和方程组的解的关系，读懂题意，根据材料中提供的方法进行解答是关键.

7.（2020·湖北中考真题）对于实数 m,n，定义运算 $m*n=(m+2)^2-2n$．若 $2*a=4*(-3)$，则 $a=$_____.

【答案】-13

【分析】根据给出的新定义分别求出 $2*a$ 与 $4*(-3)$ 的值，根据 $2*a=4*(-3)$ 得出关于 a 的一元一次方程，求解即可.

【解析】解：∵ $m*n=(m+2)^2-2n$，

∴ $2*a=(2+2)^2-2a=16-2a$，$4*(-3)=(4+2)^2-2\times(-3)=42$，

∵ $2*a=4*(-3)$，∴ $16-2a=42$，解得 $a=-13$，故答案为：-13.

【点睛】本题考查解一元一次方程、新定义下实数的运算等内容，理解题干中给出的新定义是解题的关键.

考向四　一元一次方程的应用

列方程解实际应用题的一般步骤：

（1）审：审清题意，分清题中的已知量、未知量；（2）设：恰当设出关键未知数；

（3）列：找出适当等量关系，列方程；（4）解：解方程；

（5）验：检验所解值是否正确或是否符合实际意义；（6）答：规范作答，注意单位名称.

8.（2023·浙江温州·统考中考真题）一瓶牛奶的营养成分中，碳水化合物含量是蛋白质的 1.5 倍，碳水化合物、蛋白质与脂肪的含量共 30g．设蛋白质、脂肪的含量分别为 $x(\mathrm{g})$，$y(\mathrm{g})$，可列出方程为（　）

A．$\frac{5}{2}x+y=30$　　B．$x+\frac{5}{2}y=30$　　C．$\frac{3}{2}x+y=30$　　D．$x+\frac{3}{2}y=30$

【答案】A

【分析】根据碳水化合物、蛋白质与脂肪的含量共 30g 列方程.

【详解】解：设蛋白质、脂肪的含量分别为 $x\mathrm{g}$，$y\mathrm{g}$，则碳水化合物含量为 $(1.5x)\mathrm{g}$，

则：$x+1.5x+y=30$，即$\frac{5}{2}x+y=30$，

故选：A.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，解答本题的关键是读懂题意，找出合适的等量关系，列方程.

9.（2023·黑龙江齐齐哈尔·统考中考真题）为提高学生学习兴趣，增强动手实践能力，某校为物理兴趣小组的同学购买了一根长度为150cm的导线，将其全部截成10cm和20cm两种长度的导线用于实验操作（每种长度的导线至少一根），则截取方案共有（　）

A．5种　　B．6种　　C．7种　　D．8种

【答案】C

【分析】设10cm和20cm两种长度的导线分别为x,y根，根据题意，得出$y=\frac{15-x}{2}$，进而根据x,y为正整数，即可求解.

【详解】解：设10cm和20cm两种长度的导线分别为x,y根，根据题意得，

$10x+20y=150$，

即$y=\frac{15-x}{2}$，

∵x,y为正整数，

∴$x=1,3,5,7,9,11,13$

则$y=7,6,5,4,3,2,1$，

故有7种方案，

故选：C.

【点睛】本题考查了二元一次方程的应用，根据题意列出方程求整数解是解题的关键.

10.（2019·贵州黔东南·中考真题）某品牌旗舰店平日将某商品按进价提高40%后标价，在某次电商购物节中，为促销该商品，按标价8折销售，售价为2240元，则这种商品的进价是_____元.

【答案】2000，

【分析】设这种商品的进价是x元，根据提价之后打八折，售价为2240元，列方程解答即可.

【解析】设这种商品的进价是x元，由题意得，(1+40%)x×0.8=2240，

解得：x=2000，故答案为2000.

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用——销售问题，弄清题意，熟练掌握标价、折扣、

实际售价间的关系是解题的关键.

考向五　二元一次方程（组）的定义

（1）二元一次方程应满足：①含有 2 个未知数；②含有未知数的项的次数都是 1；③是整式方程.

（2）由两个二元一次方程组成的方程组叫二元一次方程组.

11.(2020.湖北省中考模拟)下列方程中，是二元一次方程组的是

A. $\begin{cases}x+y=4\\2x+3y=7\end{cases}$　　B. $\begin{cases}2a-3b=22\\5x-4c=12\end{cases}$　　C. $\begin{cases}x^2=4\\x+y=5\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x+y=7\\xy=5\end{cases}$

【答案】A

【解析】根据定义可以判断：

A、$\begin{cases}x+y=4\\2x+3y=7\end{cases}$，满足要求；B、$\begin{cases}2a-3b=22\\5x-4c=12\end{cases}$中含有 a，b，c，是三元方程；

C、$\begin{cases}x^2=4\\x+y=5\end{cases}$中含有 x^2，是二次方程；D、$\begin{cases}x+y=7\\x^2-y=5\end{cases}$中含 xy，是二次方程．故选 A.

【点评】二元一次方程组的三个必需条件：（1）含有两个未知数；（2）每个含未知数的项次数为 1；（3）每个方程都是整式方程.

12.（2020•浙江绍兴•中考真题）若关于 x，y 的二元一次方程组$\begin{cases}x+y=2\\A=0\end{cases}$的解为$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$，则多项式 A 可以是_____（写出一个即可）.

【答案】答案不唯一，如 $x-y$.

【分析】根据方程组的解的定义，$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$应该满足所写方程组的每一个方程．因此，可以围绕$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$列一组算式，然后用 x，y 代换即可.

【解析】∵关于 x，y 的二元一次方程组$\begin{cases}x+y=2\\A=0\end{cases}$的解为$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$，而 1－1＝0，

∴多项式 A 可以是答案不唯一，如 $x-y$．故答案为：答案不唯一，如 $x-y$.

【点睛】此题考查二元一次方程组的定义，二元一次方程组的解，正确理解方程组的解与每

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/258045041134006075