第27章　圆

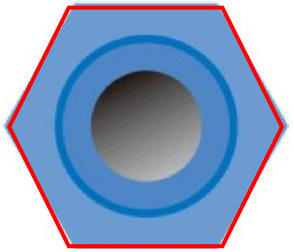
27.4　正多边形与圆

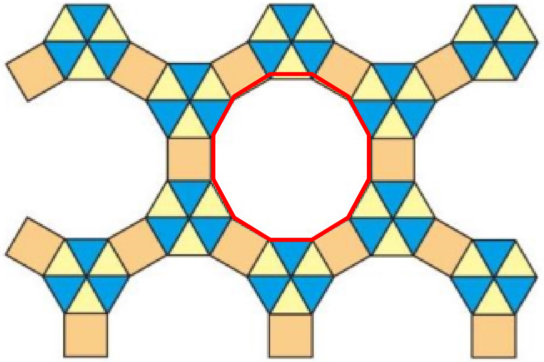
1. 了解正多边形和圆的有关概念

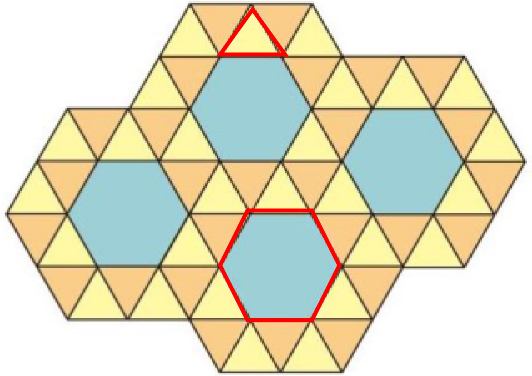
2. 理解并掌握正多边形半径、中心角、边心距、边长之间的关系

3. 会应用正多边形和圆的有关知识解决实际问题

观察这些图片，你看到了哪些正多边形?







复习回顾：

问题1　什么叫做正多边形？

各边相等，各角也相等的多边形叫做正多边形.

问题2　正多边形是轴对称图形吗？是中心对称图形吗？

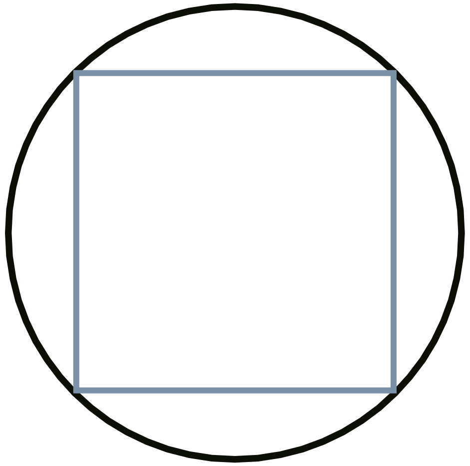
正多边形是轴对称图形；

当边数为偶数时，正多边形也是中心对称图形.

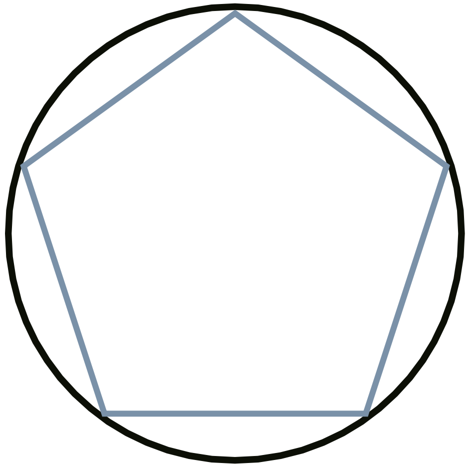
圆既是轴对称图形又是旋转对称图形.

探究一 正多边形与圆的有关概念

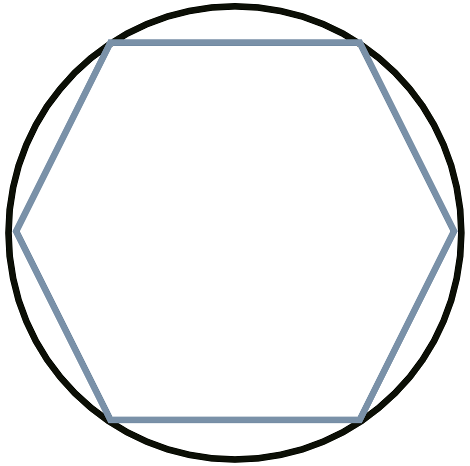
正多边形和圆的关系十分密切，只要把一个圆分成相等的一些弧，就可以作出这个圆的内接正多边形，这个圆就是这个正多边形的外接圆.



正方形

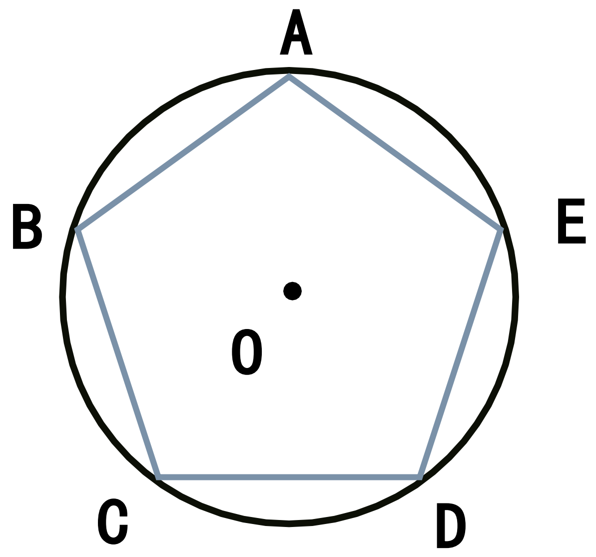


正五边形



正六边形

以圆的内接正五边形为例证明.如图，把⊙O分成相等的5段弧，依次连接各分点得到五边形ABCDE.



正五边形

$\because \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EA}$

$\therefore AB=BC=CD=DE=EA$

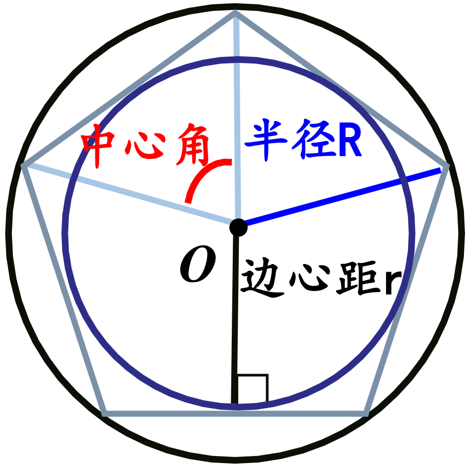
$\overset{\frown}{BCE}=3\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CDA}$

$\therefore \angle A=\angle B$

$\because \angle B=\angle C=\angle D=\angle E$ 又五边形ABCDE的顶点都在圆上，

∴五边形ABCDE是⊙O的内接五边形，

⊙O是五边形ABCDE的外接圆.



正五边形

定义：我们把一个正多边形的外接圆和内切圆的公共圆心，叫作正多边形的中心.

外接圆的半径叫作正多边形的半径.

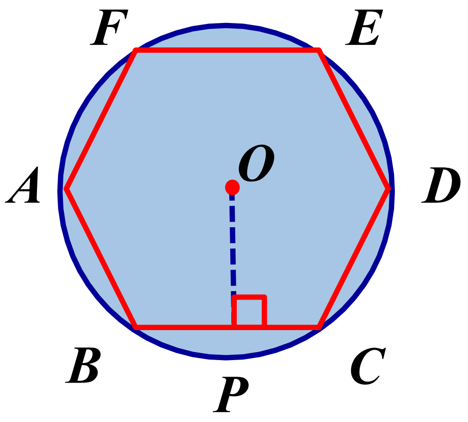
内切圆的半径叫作正多边形的边心距.

正多边形每一条边所对的圆心角，叫做正多边形的中心角.

正多边形的每个中心角都等于 

例1： 有一个亭子，它的地基是边长为4 m的正六边形，求地基的**周长和面积**（精确到0.1 m^2）.

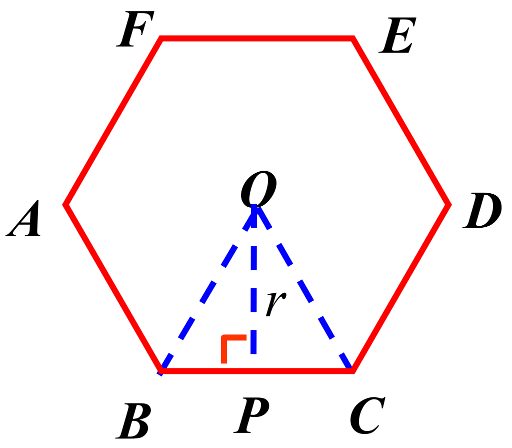
抽象成



解：如图所示．连接OB，OC，

∵六边形ABCDEF是正六边形，

∴它的中心角等于360°÷6=60°，△OBC是等边三角形，而正六边形的边长等于它的半径.



因此亭子地基的周长l=6×4=24（m）

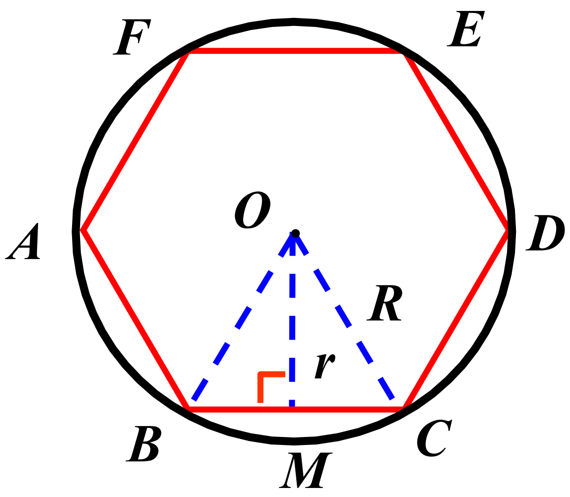
过点O作OP⊥BC于P.

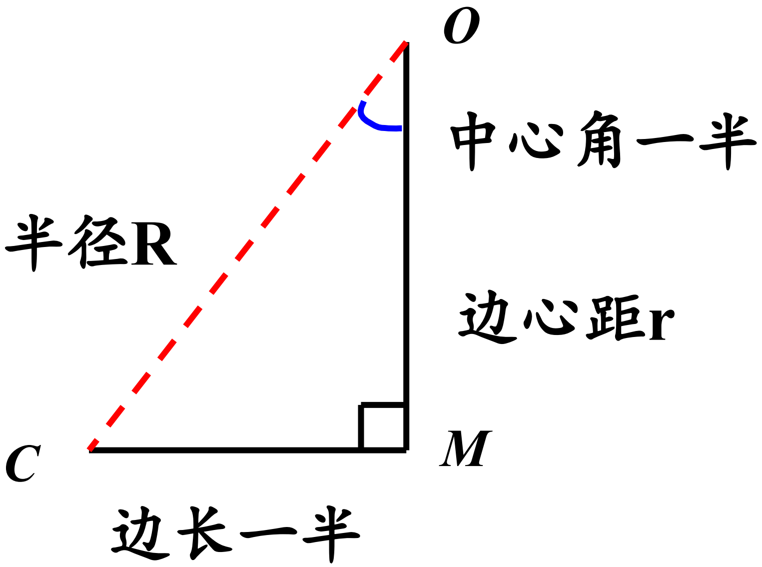
在Rt△OPC中，OC＝4m，PC＝2m 利用勾股定理，可得边心距

亭子地基的面积

方法归纳

圆内接正多边形的辅助线





1. 连半径，得中心角；

2. 作边心距，构造直角三角形.

探究二 正多边形与圆的关系

问题：如图，把⊙O进行5等分,依次连接各等分点得到五边形ABCDE .分别过点A，B，C，D，E作⊙O的切线，切线交于点P，Q，R，S，T，依次连接各交点，得到五边形PQRST.五边形ABCDE及五边形PQRST是正多边形吗?