

第1节 函数的概念及其表示

优化备考策略

考情分析:

1.函数模块是高考考查的核心内容之一,主要以基本初等函数或者基本初等函数组成的复合函数为载体,考查定义域、值域、性质、图象、零点等相关知识,近几年高考对抽象函数考查的频率明显增加,重点考查函数的奇偶性、周期性与单调性等,常与导数、不等式、方程等交汇命题,考查数形结合、分类讨论、函数与方程等数学思想,以客观题的形式出现,难度中等,分值5~10分.

2.高考对函数知识的考查,重在交汇融合,还多有隐性考查,渗透在整卷的考查中.

复习策略:

1.明晰重要概念,熟练掌握常见基本初等函数的图象与性质:定义域、值域、最值、奇偶性、周期性、单调性、零点等概念是解决函数问题的基础,应明确;二次函数、幂指对函数的图象与性质贯穿在解决函数问题的全过程,应熟练掌握.

2.强化数学思想方法的训练:数形结合、函数与方程、分类讨论等数学思想方法在解决函数问题中具有重要应用,应强化应用意识.

3.注重数学运算能力的提升:解决函数问题的过程中,代数推理、变形化简、数值计算等贯穿其中,是影响解题成败的关键因素,因此在复习中应重视运算能力的训练与提升.

4.善于运用函数性质的二级结论快速、简洁地解决相关问题.

5.涉及抽象函数问题,注意寻找函数原型帮助分析和解决问题.

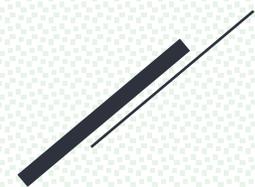
课标解读

- 1.了解构成函数的要素,能求简单函数的定义域.
- 2.理解函数的三种表示方法:图象法、列表法、解析法.会根据不同的需要选择恰当的方法.
- 3.通过具体实例,了解简单的分段函数,并能简单应用.

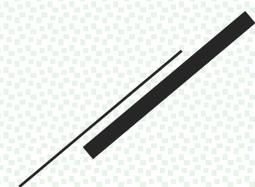
目录索引

1 强基础 固本增分

2 研考点 精准突破



1 强基础 固本增分



知识梳理

1. 函数的概念

概念	一般地,我们有:设A,B是两个 <u>非空的实数集</u> ,如果按照某种确定的对应关系 f ,对于集合A中的 <u>任何一个数x</u> ,在集合B中都有 <u>唯一的数y</u> 和它对应,那么称这样的对应 $f:A \rightarrow B$ 为定义于A取值于B的函数	
三要素	对应关系	$y=f(x)(x \in A, y \in B)$
	定义域	自变量 <u>x</u> 的取值范围A
	值域	与 $x \in A$ 对应的数 y 叫作函数值,记作 $f(x)$. 所有函数值组成的集合 $\{f(x) x \in A\}$ 叫作函数的值域. 值域是集合B的 <u>子集</u>
同一个函数	两个函数 $f(x)$ 和 $g(x)$,当且仅当 <u>有相同</u> 的定义域U且对每个 $x \in U$ 都有 <u>$f(x)=g(x)$</u> 时,叫作相等	

微思考定义域与值域相同的两个函数一定是同一个函数吗?值域与对应关系相同的两个函数一定相等吗?

提示 不一定是同一个函数.如函数 $y=3x$ 和 $y=2x-1$,二者的定义域均为 \mathbf{R} ,值域也均为 \mathbf{R} ,但两个函数不同.值域与对应关系相同的两个函数也不一定相等.如函数 $y=x^2, x \in [0,2)$ 和函数 $y=x^2, x \in (-1,2)$,两函数解析式相同,值域也相同,但定义域不同,所以不是相等函数.

2.函数的表示方法

表示函数的常用方法有解析法、图象法、列表法.

微思考直线 $x=a$ (a 为常数)与函数 $f(x)$ 的图象的交点个数是多少?

提示 直线 $x=a$ (a 为常数)与函数 $f(x)$ 的图象的交点个数是1或0.若设 $f(x)$ 的定义域为 D ,则当 $a \in D$ 时,有1个交点,当 $a \notin D$ 时,有0个交点.

3.分段函数

一般地,如果自变量在定义域的不同取值范围内时,函数由不同的解析式给出,这种函数叫作分段函数.

微点拨1.分段函数只是在定义域的不同区间上解析式不同,但它表示的是同一个函数.

2.分段函数的定义域是各段区间的并集,值域是各段值域的并集.

3.分段函数定义域的各段区间的交集一定是空集.

4.解析式中含有绝对值的函数一般都可以化为分段函数.

5.分段函数的图象中,横坐标相同的地方不能有两个或两个以上的点.

常用结论

常见函数的定义域如下:

(1)分式中分母不能等于0;

(2)偶次根式的被开方数大于或等于0;

(3)零次幂的底数不能为0;

(4)一次函数、二次函数、指数函数 $y=a^x(a>0,a\neq 1)$ 、正弦函数 $y=\sin x$ 、余弦函数 $y=\cos x$ 的定义域均为 \mathbb{R} ;

(5)对数函数 $y=\log_a x(a>0,a\neq 1)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$;

(6)正切函数 $y=\tan x$ 的定义域为 $\{x \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$.

自主诊断

题组一思考辨析(判断下列结论是否正确,正确的画“√”,错误的画“×”)

1.对于函数 $f:A\rightarrow B$,其值域是集合 B .(×)

2. $f(x)=x-3+2-x$ 能表示一个函数.(×)

3.函数 $y=x$ 与 $y=\frac{x^2}{x}$ 不是同一个函数.(√)

4.若 $f(x)=\begin{cases} 2x-1, & x > 1, \\ x^2+4x, & x < -1, \end{cases}$ 则 $f(-x)=\begin{cases} -2x-1, & x > 1, \\ x^2-4x, & x < -1. \end{cases}$ (×)

题组二回源教材

5.(湘教版必修第一册习题3.1第12题改编)已知函数 $f(x)$ 对任意 $t \in \mathbb{R}$ 满足等式 $f(1-t)=1+t^2$,求 $f(4), f(x)$.

解 令 $1-t=4$,则 $t=-3, f(4)=1+(-3)^2=10$.

令 $1-t=x$,则 $t=1-x, f(x)=1+(1-x)^2=x^2-2x+2$.

6.(人教A版必修第一册74页习题3.1第17题)探究是否存在函数 $f(x),g(x)$ 满足条件:

(1)定义域相同,值域相同,但对应关系不同;

(2)值域相同,对应关系相同,但定义域不同.

解 (1)存在,例如 $f(x)=2x+1$ 与 $g(x)=3x-1$ 的定义域和值域均为 \mathbf{R} ,但对应关系不同.

(2)存在,例如 $f(x)=x^2, x \in \mathbf{R}$ 与 $g(x)=x^2, x \in [0, +\infty)$ 的值域和对应关系相同,但定义域不同.

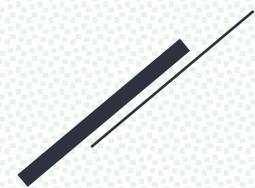
题组三连线高考

7.(2022·北京,11)函数 $f(x)=\frac{1}{x} + \sqrt{1-x}$ 的定义域是 $(-\infty,0) \cup (0,1]$.

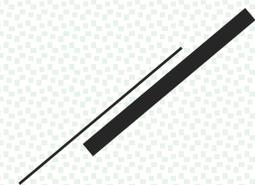
解析 函数的定义域满足 $\begin{cases} x \neq 0, \\ 1-x \geq 0, \end{cases}$ 即 $x \in (-\infty,0) \cup (0,1]$.

8.(2023·上海,5)已知 $f(x)=\begin{cases} 2^x, & x > 0, \\ 1, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 的值域为 $[1,+\infty)$.

解析 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 1$, 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = 1$, 所以 $f(x)$ 的值域为 $[1,+\infty)$.



2 研考点 精准突破



考点一 函数的概念及应用

例1(1)下列各组函数中,表示同一个函数的是(D)

A. $y=x-1$ 和 $y=\frac{x^2-1}{x+1}$

B. $y=x^0$ 和 $y=1$

C. $y=x^2$ 和 $y=(x+1)^2$

D. $y=\frac{(\sqrt{x})^2}{x}$ 和 $y=\frac{x}{(\sqrt{x})^2}$

解析 当且仅当定义域相同且对应关系完全一致,两个函数相等.选项A,B中两个函数的定义域不同;选项C中两个函数的定义域和值域相同,但对应关系不同;选项D中, $y=\frac{(\sqrt{x})^2}{x}=1(x>0)$ 和 $y=\frac{x}{(\sqrt{x})^2}=1(x>0)$ 是同一函数.

(2)(多选题)(2024·浙江衢州模拟)已知函数 $f(x)$ 与 $g(x)$,若存在 $f(x)$ 使得 $f(g(x))=x^2$,则 $g(x)$ 不可能为(AB)

A. $x^2-2023x$

B. $\sin x$

C. $2x-1$

D. $|x|$

解析 对于A选项,若 $g(x)=x^2-2023x$,当 $x=0$ 时, $f(0)=0$,当 $x=2023$ 时, $f(0)=2023^2$,相当于1个 x 值对应两个 y 值,不符合函数定义,即A错误;对于B选项,取 $x=0$ 和 $x=\pi$,有 $f(g(0))=f(0)=0$, $f(g(\pi))=f(0)=\pi^2$,不符合函数定义,所以B错误;对于C选项,若 $f(2x-1)=x^2$,令 $t=2x-1$,得 $x=\frac{t+1}{2}$,则 $f(t)=\left(\frac{t+1}{2}\right)^2$,即 $f(x)=\left(\frac{x+1}{2}\right)^2$,存在 $f(x)$ 满足条件,所以C正确;对于D选项,若 $f(|x|)=x^2$,可得出 $f(x)=x^2$,存在 $f(x)$ 满足条件,所以D正确,故选AB.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/258104074054006127>