重庆市第十一中学校教育集团2024-2025学年高三上学期第三次质量检测数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知集合 $A=\{1,2,3,4,\},B=\left\{x\middle|\ x^2-x-6<0\right\}$，则 $A\cap B=$（　）

A．$\{2\}$　　B．$\{1,2\}$　　C．$\{2,3\}$　　D．$\{1,2,3\}$

2．若 $(z+1)\mathrm{i}=z$，则 $z^2+\mathrm{i}=$（　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　D．$\frac{1}{2}\mathrm{i}$

3．已知向量 $\vec{a}=(1,\lambda)$，$\vec{b}=(2,-1)$．若 $(\vec{a}+2\vec{b})\perp\vec{b}$，则 $\lambda=$（　）

A．1　　B．-1　　C．12　　D．-12

4．已知 $\cos(\alpha+\beta)=\frac{2}{3}$，$\tan\alpha\tan\beta=-\frac{1}{3}$，则 $\cos(\alpha-\beta)$ 的值为（　）

A．$-\frac{2}{3}$　　B．$-\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{2}{3}$

5．已知圆锥 PO 的底面半径为 $\sqrt{3}$，轴截面的面积为 $3\sqrt{2}$，则该圆锥的体积为（　）

A．π　　B．$\sqrt{6}\pi$　　C．3π　　D．$3\sqrt{6}\pi$

6．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_a x, x\geq 1\\ -x^2+2(a-1)x+a-6, x<1\end{cases}$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）在定义域内是增函数，则 a 的取值范围是（　）

A．$(2,3)$　　B．$(2,+\infty)$　　C．$[2,3]$　　D．$(1,4)$

7．已知函数 $f(x)=\cos\omega x(\omega>0)$，若 $f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$ 为偶函数；且 $f(x)$ 在区间 $(0,\pi)$ 内仅有两个零点，则 ω 的值是（　）

A．2　　B．3　　C．5　　D．8

8．$f(x)$ 是定义在 R 上的函数，$f(0)=2$，且对任意 $x\in\mathrm{R}$，满足 $f(x+2)-f(x)\leq 2$，$f(x+6)-f(x)\geq 6$，则 $f(2016)=$

A．2015　　B．2016　　C．2017　　D．2018

二、多选题

9．设函数 $f\left(x\right)=\left(x+2\right)^2\left(x-1\right)$，则（　）

A．$f\left(x\right)$有三个零点　　　　B．$x=0$是$f\left(x\right)$的极小值点

C．$f\left(x\right)$的图象关于点$\left(1,2\right)$对称　　　　D．当$0<x<1$时，$f\left(x\right)>f\left(x^2\right)$

10．李明每天 7：00 从家里出发去学校，有时坐公交车，有时骑自行车．他各记录了 50 次坐公交车和骑自行车所花的时间，经数据分析得到：坐公交车平均用时 30 分钟，样本方差为 36；自行车平均用时 34 分钟，样本方差为 4．假设坐公交车用时 X 和骑自行车用时 Y 都服从正态分布，则（　）

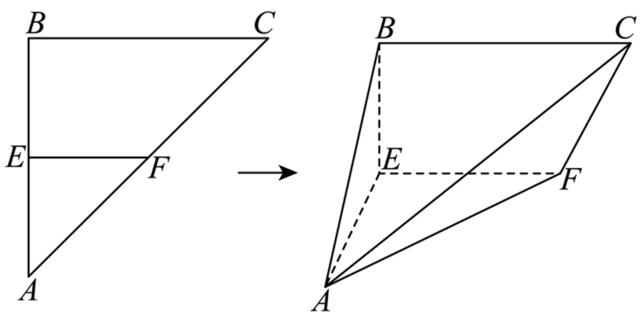
A．$P(X>32)>P(Y>32)$

B．$P(X\le 36)=P(Y\le 36)$

C．李明计划 7：34 前到校，应选择坐公交车

D．李明计划 7：40 前到校，应选择骑自行车

11．已知$\triangle ABC$中，$AB\perp BC$，$AB=BC=2$，E，F 分别在线段 BA，CA 上，且 $\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{CF}=\lambda\overrightarrow{CA}$ $(\lambda\in(0,1))$．现将$\triangle AEF$ 沿 EF 折起，使二面角 $A-EF-C$ 的大小为 $\alpha(\alpha\in(0,\pi))$．以下命题正确的是（　）



A．若$\lambda=\frac{1}{2}$，$\alpha=\frac{\pi}{3}$，则点F 到平面 ABC 的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}$

B．存在λ使得四棱锥 $A-BCFE$ 有外接球

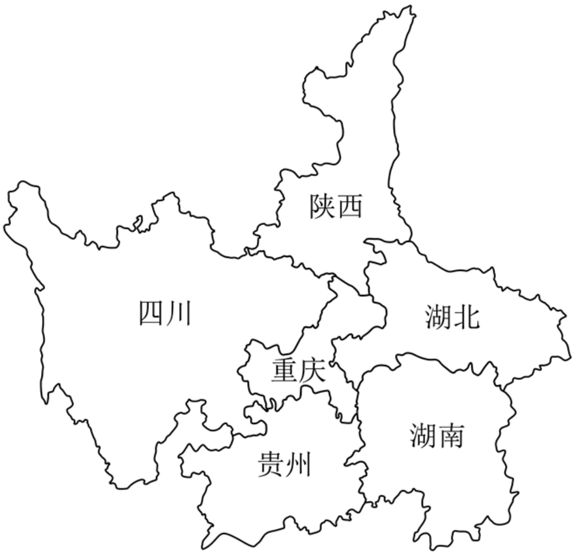
C．若$\lambda=\frac{1}{3}$，则棱锥 $F-AEB$ 体积的最大值为$\frac{16}{81}$

D．若$\alpha=\frac{\pi}{2}$，三棱锥 $A-BEF$ 的外接球的半径取得最小值时，$\lambda=\frac{2}{3}$

三、填空题

12．已知等差数列$\left\{a_n\right\}$的前 n 项和为S_n，若$a_5+a_9=14$，$a_2=-3$，则$S_8=$_____．

13．如下图，用 4 种不同颜色标注地图中的 6 个区域，相邻省颜色不同，有______种不同的涂色方式.



14．已知正数 x,y 满足 $\sqrt{9x^2-1}+\sqrt{9y^2-1}=9xy$，则 $4x^2+y^2$ 的最小值为_____.

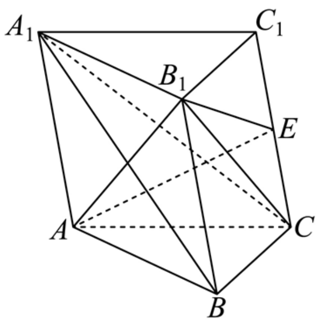
四、解答题

15．已知函数 $f\left(x\right)=\ln x-ax\left(a\in\mathbf{R}\right)$.

(1)求函数 $f\left(x\right)$ 的单调区间；

(2)若函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[1,e^2\right]$ 上有且仅有 2 个零点，求 a 的取值范围.

16．如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\triangle AB_1C$ 为正三角形，四边形 AA_1B_1B 为菱形.



(1)求证：$AB_1\perp$ 平面 A_1BC；

(2)若 $AC=BC=4$，且 $AC\perp BC,E$ 为 CC_1 的中点，求平面 AB_1E 与平面 ABC 的夹角的余弦值.

17．在 $\vee ABC$ 中，角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，满足 $b\sin A=a\sin\left(B+\frac{\pi}{3}\right)$

(1)设$a=3$，$c=2$，过B作BD垂直AC于点D，点E为线段BD的中点，求$\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{EA}$的值；

(2)若$\triangle ABC$为锐角三角形，$c=2$，求$\triangle ABC$面积的取值范围.

18．已知M为圆$x^2+y^2=9$上一个动点，MN垂直x轴，垂足为N，O为坐标原点，$\triangle OMN$的重心为G.

(1)求点G的轨迹方程；

(2)记（1）中的轨迹为曲线C，直线l与曲线C相交于A、B两点，点$Q(0,1)$，若点$H\left(\sqrt{3},0\right)$恰好是$\triangle ABQ$的垂心，求直线l的方程.

19．龙泉游泳馆为给顾客更好的体验，推出了A和B两个套餐服务，顾客可选择A和B两个套餐之一，并在App平台上推出了优惠券活动，下表是该游泳馆在App平台10天销售优惠券情况.

日期t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
销售量y(千张)	1.9	1.98	2.2	2.36	2.43	2.59	2.68	2.76	2.7	0.4

经计算可得：$\overline{y}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}y_i=2.2,\sum_{i=1}^{10}t_iy_i=118.73,\sum_{i=1}^{10}t_i^2=385$.

(1)因为优惠券购买火爆，App平台在第10天时系统出现异常，导致当天顾客购买优惠券数量大幅减少，已知销售量y和日期t呈线性关系，现剔除第10天数据，求y关于t的经验回归方程（结果中的数值用分数表示）；

(2)若购买优惠券的顾客选择A套餐的概率为$\frac{1}{4}$，选择B套餐的概率为$\frac{3}{4}$，并且A套餐可以用一张优惠券，B套餐可以用两张优惠券，记App平台累计销售优惠券为n张的概率为P_n，求P_n；

(3)记（2）中所得概率P_n的值构成数列$\{P_n\}\left(n\in\mathrm{N}^*\right)$.

①求P_n的最值；

②数列收敛的定义：已知数列$\{a_n\}$，若对于任意给定的正数ε，总存在正整数N_0，使得当$n>N_0$时，$|a_n-a|<\varepsilon$，（a是一个确定的实数），则称数列$\{a_n\}$收敛于a.根据数列收敛的定义证明数列$\{P_n\}$收敛.

参考公式：$\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}{x_i}^2-n\overline{x}^2},\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	D	C	C	B	C	A	D	BD	BCD
题号	11									
答案	ACD									

1．B

【分析】解一元二次不等式得集合B，再由交集定义求解．

【详解】$\because B=\left\{x\mid x^2-x-6<0\right\}=\{x|-2<x<3\}$，$\therefore A\cap B=\{1,2\}$．

故选：B．

【点睛】本题考查集合的交集运算，掌握一元二次不等式的解法是解题关键．本题属于基础题．

2．D

【分析】根据给定条件，利用复数运算求出z，再利用复数乘方计算作答．

【详解】由$\left(z+1\right)\mathrm{i}=z$得：$(1-\mathrm{i})z=\mathrm{i}$，即$z=\frac{\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\frac{\mathrm{i}\cdot(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=\frac{-1+\mathrm{i}}{2}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$，

所以$z^2+\mathrm{i}=(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i})^2+\mathrm{i}=-\frac{1}{2}\mathrm{i}+\mathrm{i}=\frac{1}{2}\mathrm{i}$．

故选：D

3．C

【分析】（方法一）由$\vec{a},\vec{b}$的坐标，求得$\vec{a}+2\vec{b}$的坐标，利用向量垂直的坐标表示式列出方程求解即得；（方法二）先由$\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)\perp\vec{b}$化简，再代入$\vec{a},\vec{b}$得坐标计算即得．

【详解】（方法一）由$\vec{a}=\left(1,\lambda\right)$，$\vec{b}=\left(2,-1\right)$，得$\vec{a}+2\vec{b}=\left(5,\lambda-2\right)$．

由$\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)\perp\vec{b}$，得$\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)\cdot\vec{b}=0$，即$5\times2+\left(\lambda-2\right)\times\left(-1\right)=0$，解得$\lambda=12$．

故选：C．

（方法二）由$\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)\perp\vec{b}$，得$\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)\cdot\vec{b}=0$，即$\vec{a}\cdot\vec{b}+2\vec{b}^2=0$，

将$\vec{a}=\left(1,\lambda\right),\vec{b}=\left(2,-1\right)$代入得，$1\times2+\lambda\times\left(-1\right)+2\times\left[2^2+\left(-1\right)^2\right]=0$，解得$\lambda=12$．

故选：C．

4．C

【分析】由已知条件列方程组可求出$\cos\alpha\cos\beta$和$\sin\alpha\sin\beta$

，再利用两角差的余弦公式可求得结果.

【详解】因为$\cos\left(\alpha+\beta\right)=\frac{2}{3}$，$\tan\alpha\tan\beta=-\frac{1}{3}$，

所以$\begin{cases}\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\frac{2}{3}\\ \frac{\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}=-\frac{1}{3}\end{cases}$，解得$\begin{cases}\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\\ \sin\alpha\sin\beta=-\frac{1}{6}\end{cases}$，

所以$\cos\left(\alpha-\beta\right)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{3}$，

故选：C

5．B

【分析】根据轴截面面积和底面半径得到圆锥的高，进而得到圆锥的体积.

【详解】轴截面为等腰三角形，底边长为$2\sqrt{3}$，设圆锥的高为h，

则$\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}h=3\sqrt{2}$，解得$h=\sqrt{6}$，

故圆锥的体积为$\frac{1}{3}\pi\cdot\sqrt{3}^2h=\sqrt{6}\pi$.

故选：B

6．C

【分析】根据题意，利用分段函数单调性的判定方法，列出不等式组，即可求解.

【详解】由函数$f\left(x\right)=\begin{cases}\log_a x,x\geq1\\ -x^2+2\left(a-1\right)x+a-6,x<1\end{cases}$，

因为函数$f\left(x\right)$在定义域内是增函数，则满足$\begin{cases}a>1\\ a-1\geq1\\ -1+2\left(a-1\right)+a-6\leq\log_a 1\end{cases}$，

解得$2\leq a\leq3$，即实数a的取值范围为$\left[2,3\right]$.

故选：C.

7．A

【分析】根据偶函数的性质，以及根据余弦函数的零点，列式求ω的值.

【详解】$f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(\omega x+\omega\cdot\frac{\pi}{2}\right)$，为偶函数，

所以$\omega\cdot\frac{\pi}{2}=k\pi$，$k\in Z$，$\omega=2k$，$k\in Z$，

当$x\in(0,\pi)$，$\omega x\in\left(0,\omega\pi\right)$，因为$f\left(x\right)$在区间$(0,\pi)$内仅有两个零点，

所以 $\frac{3\pi}{2}<\omega\pi\le\frac{5\pi}{2}$，得 $\frac{3}{2}<\omega\le\frac{5}{2}$，则 $\omega=2$.

故选：A

8．D

【分析】根据递推式可得 $f(x+6)-f(x)=6$，再由 $f(2016)=$

$[f(2016)-f(2010)]+[f(2010)-f(2004)]+......+[f(6)-f(0)]+f(0)$ 即可得答案.

【详解】解：$\because f(x+2)-f(x)\le 2,$

$\therefore f(x+4)-f(x+2)\le 2,$

$\therefore f(x+6)-f(x+4)\le 2$

三是相加得：$f(x+6)-f(x)\le 6$，

又 $f(x+6)-f(x)\ge 6$，

则 $f(x+6)-f(x)=6$，当且仅当 $f(x+2)-f(x)=2$ 时等号成立，

$f(2016)=\ [f(2016)-f(2010)]+[f(2010)-f(2004)]+......+[f(6)-f(0)]+f(0)$

$=6\times 336+2=2018$，

故选：D.

9．BD

【分析】根据 $f(x)=0$ 的根的个数，判断零点的个数，利用函数的导数，判断函数的单调性，极值，判断 BD，再根据公式 $f(x)+f(2-x)$ 是否等于 4，即可判断 C.

【详解】A. $f(x)=(x+2)^2(x-1)=0$，得 $x=-2$ 和 1，所以函数 $f(x)$ 有 2 个零点，故 A 错误；

B. $f'(x)=2(x+2)(x-1)+(x+2)^2=3x(x+2)=0$，得 $x=-2$ 和 $x=0$，

当 $x<-2$ 或 $x>0$ 时，$f'(x)>0$，当 $-2<x<0$ 时，$f'(x)<0$，

所以函数的单调递增区间是 $(-\infty,-2)$ 和 $(0,+\infty)$，单调递减区间是 $(-2,0)$，所以 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值，故 B 正确；

C.，$f(x)+f(2-x)=(x+2)^2(x-1)+x^2(1-x)=4x^2-4$ 不恒等于 4，故 C 错误；

D.当 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)$ 单调递增，$x>x^2$，所以 $f(x)>f(x^2)$，故 D 正确.

故选：BD

10．BCD

【分析】首先利用正态分布，确定μ和σ，再结合正态分布的对称性，和3σ的原则，即可求解.

【详解】A.由条件可知X：$N\left(30,6^{2}\right)$，$Y \sim N\left(34,2^{2}\right)$，根据对称性可知

$P\left(Y>32\right)>0.5>P\left(X>32\right)$，故A错误；

B.$P\left(X \leq 36\right)=P\left(X \leq \mu+\sigma\right)$，$P\left(Y \leq 36\right)=P\left(Y \leq \mu+\sigma\right)$，所以$P\left(X \leq 36\right)=P\left(Y \leq 36\right)$，故B正确；

C. $P\left(X \leq 34\right)>0.5=P\left(Y \leq 34\right)$，所以$P\left(X \leq 34\right)>P\left(Y \leq 34\right)$，故C正确；

D. $P\left(X \leq 40\right)<P\left(X<42\right)=P\left(X<\mu+2\sigma\right)$，$P\left(Y \leq 40\right)=P\left(Y \leq \mu+3\sigma\right)$，所以

$P\left(X \leq 40\right)<P\left(Y \leq 40\right)$，故D正确.

故选：BCD

11．ACD

【分析】对于A，由线面平行将点F到平面ABC的距离转化成点E到平面ABC的距离即可求解，对于B,通过四边形$BCFE$没有外接圆即可判断，对于C，确定AE,BE,EF的长度，结合体积公式及基本不等式即可判断,对于D，补全长方体即可判断.

【详解】$\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{CF}=\lambda\overrightarrow{CA}(\lambda \in(0,1))$，易知$EF \parallel BC$，$EF \not\subset$平面$ABC, BC \subset$平面$ABC$，

易知EF // 面ABC

故点F到平面ABC的距离为即为点E到平面ABC的距离，

因为$AB \perp BC$，所以$AB \perp EF$，所以$EF \perp BE, EF \perp AE$，

所以$\angle BEA$为二面角$A-EF-C$的平面角，

又AE,BE为平面ABE内两条相交直线，

所以$EF \perp$平面ABE，

所以$BC \perp$平面ABE，又BC在平面ABC内，

所以平面$ABC \perp$平面ABE，

所以E到平面ABC的距离即为E到AB，

A选项：$\lambda=\frac{1}{2}$，$\alpha=\frac{\pi}{3}$，即$BE=AE=1, \angle BEA=\frac{\pi}{3}$，三角形$ABE$等边三角形，

可得：E到AB的距离为$1 \times \sin 60^{\circ}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故A正确；

B选项：由于直角梯形$EFCB$不可能共圆，所以四棱锥$A-BCFE$无外接球，所以B错误；