常州市联盟学校 2023—2024 学年度第一学期学情调研

高三年级数学试卷

2023.12

出卷老师　　审卷老师　　考试时间 120 分钟

本试卷共 22 大题　　满分 150 分

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合$A=\{x\mid x-2<0\}$，集合$B=\{x\mid 2^x>1\}$，则$A\cap B=$（　　）

A. $(2,+\infty)$　　B. $(0,2)$　　C. $(-\infty,2)$　　D. R

2. 已知复数z.$(1-2i)$在复平面内对应点的坐标为（3,1），则$z=$（　　）

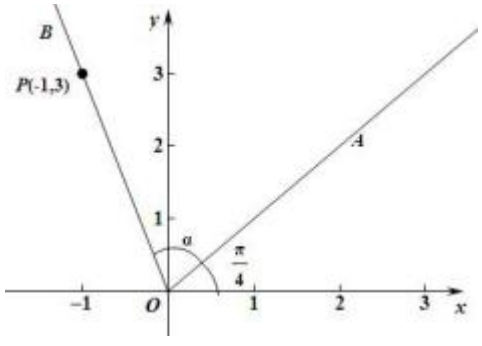
A. $\frac{1}{5}+\frac{7}{5}i$　　B. $\frac{1}{5}+i$　　C. $\frac{1}{5}-i$　　D. $\frac{1}{5}-\frac{7}{5}i$

3. 已知$\vec{a}=(m,-2)$，$\vec{b}=(3,4)$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$\left|\vec{a}-\frac{3}{2}\vec{b}\right|$=(　　)

A 20　　B. 15　　C. 10　　D. 5

.

4. 如图所示，X 为射线OA，OB的夹角，经$AOx=\frac{\pi}{4}$，点$P(-1,3)$在射线OB上，则$\frac{\sin(X+\frac{\pi}{3})}{\cos x}$



A. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$.

B. 2

2

$\sqrt{3}$

C. $\frac{2\sqrt{3}+1}{2}$

D. $-2+\sqrt{3}$

2

（　　）=

5. 下列函数中，既是偶函数又在$(0,2)$上单调递减的是（　　）

A. $y=2^{|x|}$　　B. $y=-x^3$

C. $y = \cos\frac{x}{2}$　　D. $y = \ln\frac{2-x}{2+x}$

6. 设 O 为坐标原点，F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的焦点，点 P 在 C 上，$|OP| = \sqrt{3}$，则 $\cos\angle F_1PF_2 =$（　　）

A. $-\frac{1}{3}$　　B. 0　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

7. 净水机通过分级过滤的方式使自来水逐步达到纯净水的标准，其工作原理中有多次的 PP 棉滤芯过滤，其中第一级过滤一般由孔径为 5 微米的 PP 棉滤芯（聚丙烯熔喷滤芯）构成，其结构是多层式，主要用于去除铁锈、泥沙、悬浮物等各种大颗粒杂质，假设每一层 PP 棉滤芯可以过滤掉三分之一的大颗粒杂质，若过滤前水中大颗粒杂质含量为 80mg/L，现要满足过滤后水中大颗粒杂质含量不超过 2mg/L，则 PP 棉滤芯的层数最少为（参考数据：$\lg 2 \sim 0.30$，$\lg 3 \sim 0.48$）（　　）

A. 9　　B. 8　　C. 7　　D. 6

8. 设函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + a\ln x$，若函数 $y = f(x)$ 存在两个极值点 x_1, x_2，且不等式 $f(x_1) + f(x_2) \geq x_1 + x_2 + t$ 恒成立，则 t 的取值范围为（　　）

A. $(-\infty, -1]$　　B. $(-\infty, -16 - 8\ln 2]$　　C. $(-\infty, \frac{e^2}{2} - 4e]$　　D. $(-\infty, -13]$

二、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

9. 下列命题正确的是（　　）

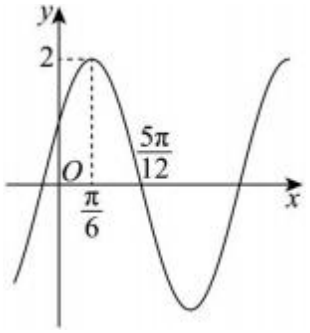
A. 若样本数据 $x_1, x_2, \ldots, x_6$ 的方差为 2，则数据 $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \ldots, 2x_6 - 1$ 的方差为 7

B. 若 $P(A) = 0.6, P(B) = 0.8, P(A \mid B) = 0.5$，则 $P(B \mid A) = \frac{2}{3}$．

C. 在一组样本数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$，（$n \geq 2$，$x_1, x_2, \ldots, x_n$，不全相等）的散点图中，若所有样本点 $(x_i, y_i)(i = 1, 2, \ldots, n)$ 都在直线 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 上，则这组样本数据的线性相关系数为 $-\frac{1}{2}$

D. 以模型 $y = ce^{kx}$ 去拟合一组数据时，为了求出经验回归方程，设 $z = \ln y$，求得线性回归方程为 $\hat{z} = 4x + 0.3$，则 c, k 的值分别是 $e^{0.3}$ 和 4

10. 已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(|$ ($A>0,\omega>0,\varphi<|\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示．则(　　)



A. $f(x)$ 的图象关于$\left(\left(-\frac{\pi}{12},0\right)\right.$ 中心对称

B. $f(x)$ 在区间$\left[\frac{5\pi}{3},2\pi\right]$上单调递增

C. 函数$f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度可以得到函数$g(x)=2\sin 2x$的图象

D. 将函数$f(x)$的图象所有点的横坐标缩小为原来的$\frac{1}{2}$，得到函数$h(x)=2\sin(4x+\frac{\pi}{6})$的图象

11. 已知圆O：$x^2+y^2=4$与圆$C:x^2+y^2-2x+4y+4=0$相交于A，B两点，直线$l:x-2y+5=0$，点P为直线l上一动点，过P作圆O的切线PM，PN，（M，N为切点），则说法正确的是（　　）

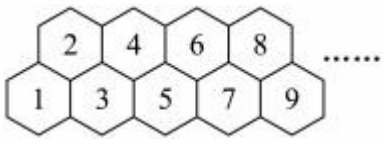
A. 直线AB的方程为$x-2y+4=0$

B. 线段AB的长为$\frac{4\sqrt{5}}{5}$

C. 直线MN过定点$\left|\begin{matrix}(-4 & 8)\\(5 & ,5)\end{matrix}\right|$

D. $|PM|$的最小值是1.

12. 如图，从1开始出发，一次移动是指：从某一格开始只能移动到邻近的一格，并且总是向右或右上或右下移动，而一条移动路线由若干次移动构成，如从1移动到9，1→3→4→5→6→7→8→9就是一条移动路线，（　　）



A. 从1移动到9，一共有34条不同的移动路线

B. 从1移动到9过程中，恰好漏掉两个数字的移动路线有15条.

C. 若每次移动都是随机的，则移动过程中恰好跳过4的概率为$\frac{3}{8}$

D. 若每次移动都是随机的，记$P(i)$为经过i的概率，则$P(7)>P(8)>P(9)$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. $(x^3+1)(x-2)^4$ 展开式中x^3项的系数为_____ .

14. $\triangle ABC$中，$A(7,8),B(10,4),C(2,-4)$，则$S_{\triangle ABC}$为_____.

15. 甲、乙两个圆锥的母线长相等，侧面展开图的圆心角之和为$\frac{3\pi}{2}$，侧面积分别为$S_{甲}$和$S_{乙}$，体积分别为$V_{甲}$和$V_{乙}$.若$\frac{S_{甲}}{S_{乙}}=2$，则$\frac{V_{甲}}{V_{乙}}=$_____.

16. 在数列求和中，裂项相消法是很常用的方法．例如在计算$S_n=1+2+3+.....+n$的过程中，可以选择将通项作如下处理：$a_n=n=-\frac{1}{2}[(n-1)n-n(n+1)]$，从而求出

$S_n=-\frac{1}{2}[0根1-1根2+1根2-2根3+...+(n-1)n-n(n+1)]=\frac{n(n+1)}{2}$，类比上述方法，计算

$S_n=1根2+2根3+...+n(n+1)=$_____，并由此结果推导出自然数的平方和公式

$1^2+2^2+3^2+...+n^2=$_____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 设数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=\begin{cases}a & ,n<6\\ n-2 & ,n之7\end{cases}$，$n\in N^*$且$a_2+a_9=0$.

3an

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式a_n；

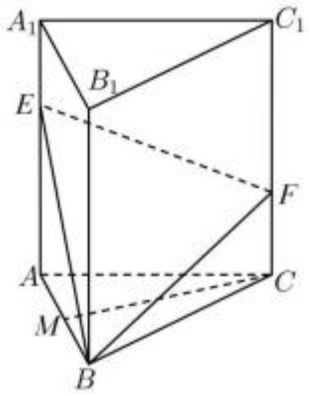
（2）求数列$\{a_n\}$的前n项和公式S_n.

18. 在$\triangle ABC$中，$a=\sqrt{19}$，且$\frac{\sin B+\sin C}{\cos B+\cos A}=\frac{\cos B-\cos A}{\sin C}$

（1）求角 A；

（2）若点D为BC边上一点，$\frac{BD}{DC}=\frac{3}{4}$且$AD\perp AC$，求$\triangle ABC$的面积.

19. 如图，直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$\triangle ABC$为等腰直角三角形，$CA=CB$，E，F分别是棱AA_1,CC_1上的点，平面$BEF\perp$平面ABB_1A_1，M是AB的中点.


A_1
C_1
B_1
E
F
A
C
M
B

（1）证明：$CM//$ 平面 BEF；

（2）若 $AC = AE = 2$，求平面 BEF 与平面 ABC 所成锐二面角的余弦值.

20. 椭圆$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ 的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，且经过点 $C(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$

（1）求椭圆方程

（2）点 A 为椭圆的上顶点，过点 $B(-1, 0)$ 的直线 l 交椭圆于 P，Q 两点，直线 AP，AQ 分别交 x 轴于点 M，N，若 $|MN| = 4\sqrt{7}$，求直线 l 的方程

21. 设函数$f(x) = \ln x, g(x) = x^2 + a$

（1）若函数$y = f(x)$ 与$y = g(x)$ 的图象存在公切线，求 a 的取值范围

（2）若函数$F(x) = f(x) - g(x)$ 有两个零点$x_1, x_2 (x_1 < x_2)$，求证：$x_1 + x_2 > \sqrt{2}$.

22. 甲乙两人进行投篮比赛，两人各投一次为一轮比赛，约定如下规则：如果在一轮比赛中一人投进，另一人没投进，则投进者得 1 分，没进者得-1 分，如果一轮比赛中两人都投进或都没投进，则都得 0 分，当两人各自累计总分相差 4 分时比赛结束，得分高者获胜．在每次投球中甲投进的概率为 0.5，乙投进的概率为 0.6，每次投球都是相互独立的.

（1）若两人起始分都为 0 分，求恰好经过 4 轮比赛，甲获胜的概率.

（2）若规定两人起始分都为 2 分，记$P(i)$（$i = 0, 1, 2, 3, 4$）为甲累计总分为 i 时，甲最终获胜的概率，则 $P(0) = 0, P(4) = 1$

①求证 $\{P(i+1) - P(i)\}$（$i = 0, 1, 2, 3$）为等比数列

②求$P(2)$ 的值.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/265032142121011133