

2025 届安徽省风阳县皖新中学高三最后一模数学试题

考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 某人造地球卫星的运行轨道是以地心为一个焦点的椭圆，其轨道的离心率为 e ，设地球半径为 R ，该卫星近地点离地面的距离为 r ，则该卫星远地点离地面的距离为（ ）

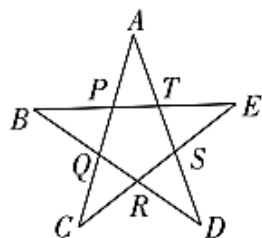
- A. $\frac{1+e}{1-e}r + \frac{2e}{1-e}R$ B. $\frac{1+e}{1-e}r + \frac{e}{1-e}R$
- C. $\frac{1-e}{1+e}r + \frac{2e}{1+e}R$ D. $\frac{1-e}{1+e}r + \frac{e}{1+e}R$

2. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 15$ 且 $3a_{n+1} = 3a_n - 2$ ，则使 $a_k \cdot a_{k+1} < 0$ 的 k 的值为（ ）

- A. 21 B. 22 C. 23 D. 24

3. 中国的国旗和国徽上都有五角星，正五角星与黄金分割有着密切的联系，在如图所示的正五角星中，以 A 、 B 、

C 、 D 、 E 为顶点的多边形为正五边形，且 $PT = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AP$ ，则 $\frac{PQ}{AT} - \frac{\sqrt{5}-1}{2} \frac{PQ}{ES} =$ （ ）



- A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2} \frac{PQ}{QR}$ B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2} \frac{PQ}{RQ}$ C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2} \frac{PQ}{RD}$ D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2} \frac{PQ}{RC}$

4. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 、 Q 分别为 AB 、 AD 的中点，过点 D 作平面 α 使 $B_1P \parallel$ 平面 α ， $A_1Q \parallel$ 平面 α 若直线 $B_1D_1 \cap$ 平面 $\alpha = M$ ，则 $\frac{MD_1}{MB_1}$ 的值为（ ）

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

5. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 和点 $D(2, 0)$ ，直线 $x = ty - 2$ 与抛物线 C 交于不同两点 A ， B ，直线 BD 与抛物线 C 交于另一点 E 。给出以下判断：

①以 BE 为直径的圆与抛物线准线相离；

③设过点 A, B, E 的圆的圆心坐标为 (a, b) , 半径为 r , 则 $a^2 - r^2 = 4$.

A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

```

graph TD
    Start([开始]) --> Input[/输入  $n, x$ /]
    Input --> Init[" $v = 2, m = 3$ "]
    Init --> Decision{" $n > 0$ "}
    Decision -- 是 --> Process[" $v = v \cdot x + m$ "]
    Process --> DecM[" $m = m - 1$ "]
    DecM --> DecN[" $n = n - 1$ "]
    DecN --> Decision
    Decision -- 否 --> Output[/输出  $v$ /]
    Output --> End([结束])

```

7. 我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化. 每一“重卦”由从下到上排列的 6 个爻组成, 爻分为阳爻“—”和阴爻“— —”. 如图就是一重卦. 在所有重卦中随机取一重卦, 则该重卦至少有 2 个阳爻的概率是 ()



A. $\frac{7}{64}$ B. $\frac{11}{32}$ C. $\frac{57}{64}$ D. $\frac{11}{16}$

8. 设 α, β 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两个不等实数根, 记 $a_n = \alpha^n + \beta^n$ ($n \in \mathbf{N}^*$). 下列两个命题 ()

①数列 $\{a_n\}$ 的任意一项都是正整数;

②数列 $\{a_n\}$ 存在某一项是 5 的倍数.

A. ①正确, ②错误

B. ①错误, ②正确

C. ①②都正确

D. ①②都错误

9. 已知三棱柱

$ABC - A_1B_1C_1$ 的 6 个顶点都在球 O 的球面上. 若 $AB = 3$, $AC = 4$, $AB \perp AC$, $AA_1 = 12$, 则球 O 的半径为 ()

A. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$

B. $2\sqrt{10}$

C. $\frac{13}{2}$

D. $3\sqrt{10}$

10. 一个频率分布表 (样本容量为 30) 不小心被损坏了一部分, 只记得样本中数据在 $[20, 60)$ 上的频率为 0.8, 则估计样本在 $[40, 50)$ 、 $[50, 60)$ 内的数据个数共有 ()

分组	$[10, 20)$	$[20, 30)$	$[30, 40)$	
频数	3	4	5	

A. 14

B. 15

C. 16

D. 17

11. 阅读名著, 品味人生, 是中华民族的优良传统. 学生李华计划在高一年级每周星期一至星期五的每天阅读半个小时中国四大名著:《红楼梦》、《三国演义》、《水浒传》及《西游记》, 其中每天阅读一种, 每种至少阅读一次, 则每周不同的阅读计划共有 ()

A. 120 种

B. 240 种

C. 480 种

D. 600 种

12. 已知复数 $z = (1-a) + (a^2-1)i$ (i 为虚数单位, $a > 1$), 则 z 在复平面内对应的点所在的象限为 ()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若 $ax\left(x - \frac{2}{x}\right)^5$ 展开式中的常数项为 240, 则实数 a 的值为_____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 4x - 1, & x \geq 0, \\ 2x^2 + bx + c, & x < 0 \end{cases}$ 是偶函数, 直线 $y = t$ 与函数 $y = f(x)$ 的图象自左向右依次交于四个不同点 A, B, C, D . 若 $AB = BC$, 则实数 t 的值为_____.

15. 已知 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$, $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的夹角为 30° , $(\vec{a} + 2\vec{b}) \perp (2\vec{a} + \lambda\vec{b})$, 则 $(\vec{a} + \lambda\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) =$ _____.

16. 已知平面向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, $\vec{a} = (\sqrt{3}, -1)$, $|\vec{b}| = 1$, 则 $|2\vec{a} - \vec{b}| =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 为公差不为零的等差数列， S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 a_1 、 a_2 、 a_5 成等比数列，

$S_7 = 49$. 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ，且满足 $\log_2(T_n + 2) = \sqrt{S_{n+1}}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 令 $c_n = \frac{a_n}{b_n} (n \in \mathbb{N}^*)$ ，证明： $c_1 + c_2 + \dots + c_n < 3$.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x - m \ln(x+1)$ ，其中 $m \in \mathbb{R}$.

(I) 若 $m > 0$ ，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(II) 设 $g(x) = f(x) + \frac{1}{e^x}$. 若 $g(x) > \frac{1}{x+1}$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立，求实数 m 的最大值.

19. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右准线方程为 $x=2$ ，且两焦点与短轴的一个顶点构成等腰直角三角形.

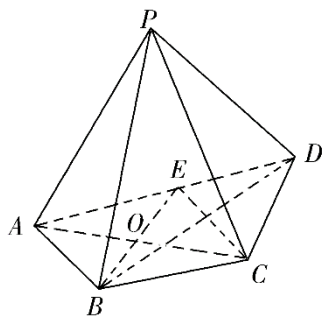
(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 假设直线 $l: y = kx + m$ 与椭圆 C 交于 A 、 B 两点. ①若 A 为椭圆的上顶点， M 为线段 AB 中点，连接 OM 并延长交椭圆 C 于 N ，并且 $\frac{OM}{ON} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ，求 OB 的长；②若原点 O 到直线 l 的距离为 1，并且 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \lambda$ ，当 $\frac{4}{5} \leq \lambda \leq \frac{5}{6}$ 时，

求 $\triangle OAB$ 的面积 S 的范围.

20. (12 分) 如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 PCD ，底面 $ABCD$ 满足 $AD \parallel BC$ ，

$AP = AB = BC = \frac{1}{2}AD = 2$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， E 为 AD 的中点， AC 与 BE 的交点为 O .



(1) 设 H 是线段 BE 上的动点，证明：三棱锥 $H-PCD$ 的体积是定值；

(2) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积；

(3) 求直线 BC 与平面 PBD 所成角的余弦值.

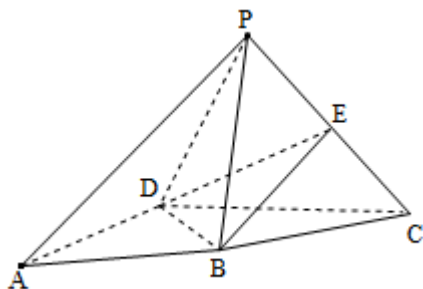
21. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 $C_1: \begin{cases} x = 2 \cos \alpha, \\ y = \sin \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数})$ ，以坐标原点 O 为极点， x

轴的正半轴为极轴且取相同的单位长度建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = -2\sin\theta$.

(1) 求曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的普通方程；

(2) 若 P, Q 分别为曲线 C_1, C_2 上的动点，求 $|PQ|$ 的最大值.

22. (10 分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为平行四边形， $BD \perp DC$ ， $\triangle PCD$ 为正三角形，平面 $PCD \perp$ 平面 $ABCD$ ， E 为 PC 的中点.



(1) 证明： $AP \parallel$ 平面 EBD ；

(2) 证明： $BE \perp PC$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

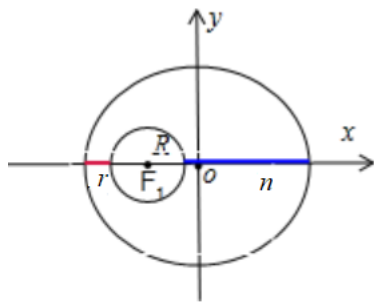
【解析】

由题意画出图形，结合椭圆的定义，结合椭圆的离心率，求出椭圆的长半轴 a ，半焦距 c ，即可确定该卫星远地点离地面的距离.

【详解】

椭圆的离心率： $e = \frac{c}{a} \in (0, 1)$ ，（ c 为半焦距； a 为长半轴），

设卫星近地点，远地点离地面距离分别为 r, n ，如图：



则 $n = a + c - R$, $r = a - c - R$

所以 $a = \frac{r+R}{1-e}$, $c = \frac{(r+R)e}{1-e}$,

$$n = a + c - R = \frac{r+R}{1-e} + \frac{e(r+R)}{1-e} - R = \frac{1+e}{1-e}r + \frac{2e}{1-e}R$$

故选: A

【点睛】

本题主要考查了椭圆的离心率的求法, 注意半焦距与长半轴的求法, 是解题的关键, 属于中档题.

2、C

【解析】

因为 $a_{n+1} - a_n = -\frac{2}{3}$, 所以 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且公差 $d = -\frac{2}{3}$, $a_1 = 15$, 则 $a_n = 15 - \frac{2}{3}(n-1) = -\frac{2}{3}n + \frac{47}{3}$, 所

以由题设 $a_k \cdot a_{k+1} < 0$ 可得 $(-\frac{2}{3}n + \frac{47}{3})(-\frac{2}{3}n + \frac{45}{3}) < 0 \Rightarrow \frac{45}{2} < n < \frac{47}{2}$, 则 $n = 23$, 应选答案 C.

3、A

【解析】

利用平面向量的概念、平面向量的加法、减法、数乘运算的几何意义, 便可解决问题.

【详解】

$$\text{解: } \overrightarrow{AT} - \frac{\sqrt{5}-1}{2}\overrightarrow{ES} = \overrightarrow{SD} - \overrightarrow{SR} = \overrightarrow{RD} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}\overrightarrow{QR}.$$

故选: A

【点睛】

本题以正五角星为载体, 考查平面向量的概念及运算法则等基础知识, 考查运算求解能力, 考查化归与转化思想, 属于基础题.

4、B

【解析】

作出图形, 设平面 α 分别交 A_1D_1 、 C_1D_1 于点 E 、 F , 连接 DE 、 DF 、 EF , 取 CD 的中点 G , 连接 PG 、 C_1G

【点睛】

本题考查线段长度比值的计算，涉及线面平行性质的应用，解答的关键就是找出平面 α 与正方体各棱的交点位置，考查推理能力与计算能力，属于中等题.

5、D

【解析】

对于①，利用抛物线的定义，利用 $d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{|BF| + |EF|}{2} > \frac{|BE|}{2} = R$ 可判断；

对于②，设直线 DE 的方程为 $x = my + 2$ ，与抛物线联立，用坐标表示直线 OB 与直线 OE 的斜率乘积，即可判断；

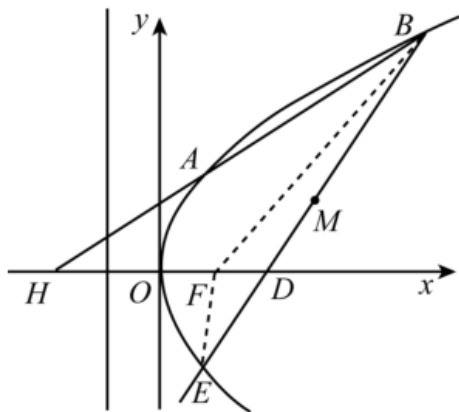
对于③，将 $x = ty - 2$ 代入抛物线 C 的方程可得， $y_A y_1 = 8$ ，从而， $y_A = -y_2$ ，利用韦达定理可得

$|BE|^2 = 16m^4 + 48m^2 + 32$ ，再由 $r^2 = |MN|^2 + \left(\frac{|BE|}{2}\right)^2$ ，可用 m 表示 r^2 ，线段 BE 的中垂线与 x 轴的交点（即圆心

N ）横坐标为 $2m^2 + 4$ ，可得 a ，即可判断.

【详解】

如图，设 F 为抛物线 C 的焦点，以线段 BE 为直径的圆为 M ，则圆心 M 为线段 BE 的中点.



设 B ， E 到准线的距离分别为 d_1 ， d_2 ， $\odot M$ 的半径为 R ，点 M 到准线的距离为 d ，

显然 B ， E ， F 三点不共线，

则 $d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{|BF| + |EF|}{2} > \frac{|BE|}{2} = R$. 所以①正确.

由题意可设直线 DE 的方程为 $x = my + 2$ ，

代入抛物线 C 的方程，有 $y^2 - 4my - 8 = 0$.

设点 B ， E 的坐标分别为 (x_1, y_1) ， (x_2, y_2) ，

则 $y_1 + y_2 = 4m$ ， $y_1 y_2 = -8$.

所以 $x_1x_2 = (my_1 + 2)(my_2 + 2) = m^2y_1y_2 + 2m(y_1 + y_2) + 4 = 4$.

则直线 OB 与直线 OE 的斜率乘积为 $\frac{y_1y_2}{x_1x_2} = -2$. 所以②正确.

将 $x = ty - 2$ 代入抛物线 C 的方程可得, $y_Ay_1 = 8$, 从而, $y_A = -y_2$. 根据抛物线的对称性可知,

A, E 两点关于 x 轴对称, 所以过点 A, B, E 的圆的圆心 N 在 x 轴上.

由上, 有 $y_1 + y_2 = 4m$, $x_1 + x_2 = 4m^2 + 4$,

则 $|BE|^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 + (y_1 + y_2)^2 - 4y_1y_2 = 16m^4 + 48m^2 + 32$.

所以, 线段 BE 的中垂线与 x 轴的交点 (即圆心 N) 横坐标为 $2m^2 + 4$, 所以 $a = 2m^2 + 4$.

于是, $r^2 = |MN|^2 + \left(\frac{|BE|}{2}\right)^2 = \left(2m^2 + 4 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{y_1 + y_2}{2}\right)^2 + 4m^4 + 12m^2 + 8$,

代入 $x_1 + x_2 = 4m^2 + 4$, $y_1 + y_2 = 4m$, 得 $r^2 = 4m^4 + 16m^2 + 12$,

所以 $a^2 - r^2 = (2m^2 + 4)^2 - (4m^4 + 16m^2 + 12) = 4$.

所以③正确.

故选: D

【点睛】

本题考查了抛物线的性质综合, 考查了学生综合分析, 转化划归, 数形结合, 数学运算的能力, 属于较难题.

6、B

【解析】

列出循环的每一步, 由此可得出输出的 v 值.

【详解】

由题意可得: 输入 $n = 3$, $x = 1$, $v = 2$, $m = 3$;

第一次循环, $v = 2 \times 1 + 3 = 5$, $m = 3 - 1 = 2$, $n = 3 - 1 = 2$, 继续循环;

第二次循环, $v = 5 \times 1 + 2 = 7$, $m = 2 - 1 = 1$, $n = 2 - 1 = 1$, 继续循环;

第三次循环, $v = 7 \times 1 + 1 = 8$, $m = 1 - 1 = 0$, $n = 1 - 1 = 0$, 跳出循环;

输出 $v = 8$.

故选: B.

【点睛】

本题考查根据算法框图计算输出值, 一般要列举出算法的每一步, 考查计算能力, 属于基础题.

7、C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/265033043122012122>