

云南省普洱市墨江县二中 2024 届高三数学第一学期期末学业水平测试试题

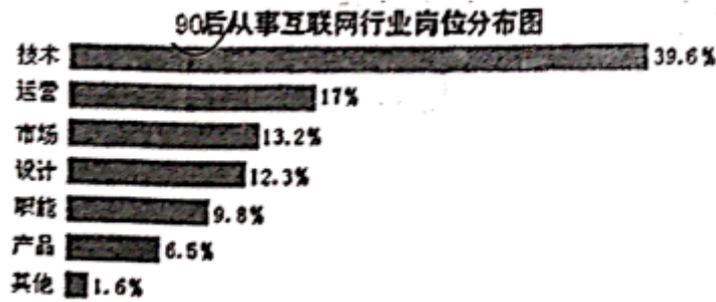
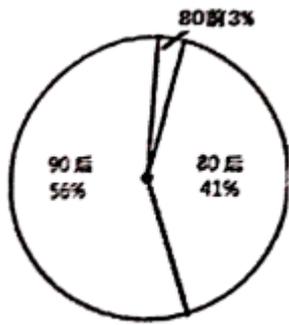
注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁, 不要折暴、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 $z_1 = 2 + i$, $z_2 = \cos \alpha + i \sin \alpha (\alpha \in \mathbf{R})$, 其中 i 是虚数单位, 则 $|z_1 - z_2|$ 的最大值为()
A. $\sqrt{5} - 1$ B. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ C. $\sqrt{5} + 1$ D. $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$
2. 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点 F , 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线交 C 于点 M (M 在 x 轴的上方), l 为 C 的准线, 点 N 在 l 上且 $MN \perp l$, 则 M 到直线 NF 的距离为 ()
A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{3}$
3. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $(2a - b) \cos C = c \cos B$, 则内角 $C =$ ()
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$
4. 设数列 $\{a_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 的各项均为正数, 前 n 项和为 S_n , $\log_2 a_{n+1} = 1 + \log_2 a_n$, 且 $a_3 = 4$, 则 $S_6 =$ ()
A. 128 B. 65 C. 64 D. 63
5. 设 a, b, c 为非零实数, 且 $a > c, b > c$, 则 ()
A. $a + b > c$ B. $ab > c^2$ C. $\frac{a+b}{2} > c$ D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{2}{c}$
6. 已知集合 $A = \{x | -1 < x, 2\}$, $B = \{x | 1, -x, 5\}$, 定义集合 $A * B = \{z | z = x + y, x \in A, y \in B\}$, 则 $B * (A * B)$ 等于 ()
A. $\{x | -6 < x, 1\}$ B. $\{x | 1 < x, 12\}$
C. $\{x | -11 < x, 0\}$ D. $\{x | -5 < x, 6\}$
7. 某调查机构对全国互联网行业进行调查统计, 得到整个互联网行业从业者年龄分布饼状图, 90 后从事互联网行业岗位分布条形图, 则下列结论中不正确的是 ()

注: 90 后指 1990 年及以后出生, 80 后指 1980-1989 年之间出生, 80 前指 1979 年及以前出生。



- A. 互联网行业从业人员中 90 后占一半以上
 B. 互联网行业中从事技术岗位的人数超过总人数的 20%
 C. 互联网行业中从事运营岗位的人数 90 后比 80 前多
 D. 互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后比 80 后多

8. 已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是函数 $f(x) = a\sqrt{x} + bx^2$ 的函数图像上的任意两点, 且 $y = f(x)$ 在点

$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\right)$ 处的切线与直线 AB 平行, 则()

- A. $a = 0$, b 为任意非零实数
 B. $b = 0$, a 为任意非零实数
 C. a, b 均为任意实数
 D. 不存在满足条件的实数 a, b

9. 函数 $y = f(x)$ ($x \in R$) 在 $(-\infty, 1]$ 上单调递减, 且 $f(x+1)$ 是偶函数, 若 $f(2x-2) > f(2)$, 则 x 的取值范围是

- ()
 A. $(2, +\infty)$
 B. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$
 C. $(1, 2)$
 D. $(-\infty, 1)$

10. 在直角坐标平面上, 点 $P(x, y)$ 的坐标满足方程 $x^2 - 2x + y^2 = 0$, 点 $Q(a, b)$ 的坐标满足方程

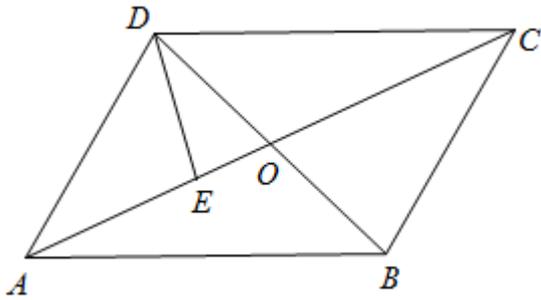
$a^2 + b^2 + 6a - 8b + 24 = 0$ 则 $\frac{y-b}{x-a}$ 的取值范围是 ()

- A. $[-2, 2]$
 B. $\left[\frac{-4-\sqrt{7}}{3}, \frac{-4+\sqrt{7}}{3}\right]$
 C. $\left[-3, -\frac{1}{3}\right]$
 D. $\left[\frac{6-\sqrt{7}}{3}, \frac{6+\sqrt{7}}{3}\right]$

11. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, 公差 $d \neq 0$, 且 a_1, a_2, a_5 成等比数列, 则 $d =$

- A. 1
 B. 2
 C. 3
 D. 4

12. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , 且 $\vec{AE} = 2\vec{EO}$, 则 $\vec{ED} =$ ()



A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

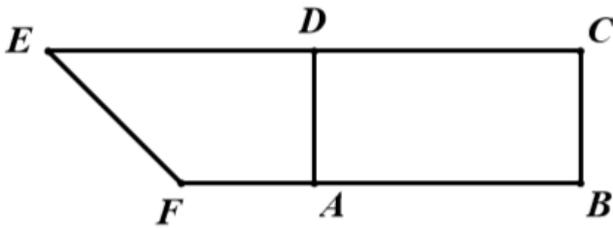
B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

C. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

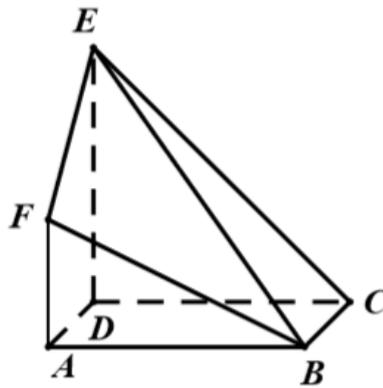
D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 如图所示，在直角梯形 $BCDF$ 中， $\angle CBF = \angle BCE = 90^\circ$ ， A 、 D 分别是 BF 、 CE 上的点， $AD \parallel BC$ ，且 $AB = DE = 2BC = 2AF$ （如图①）。将四边形 $ADEF$ 沿 AD 折起，连接 BE 、 BF 、 CE （如图②）。在折起的过程中，则下列表述：



图①



图②

- ① $AC \parallel$ 平面 BEF ；
- ② 四点 B 、 C 、 E 、 F 可能共面；
- ③ 若 $EF \perp CF$ ，则平面 $ADEF \perp$ 平面 $ABCD$ ；
- ④ 平面 BCE 与平面 BEF 可能垂直. 其中正确的是_____.

14. 电影《厉害了，我的国》于 2018 年 3 月正式登陆全国院线，网友纷纷表示，看完电影热血沸腾“我为我的国家骄傲，我为我是中国人骄傲！”《厉害了，我的国》正在召唤我们每一个人，不忘初心，用奋斗书写无悔人生，小明想约甲、乙、丙、丁四位好朋友一同去看《厉害了，我的国》，并把标识为 A, B, C, D 的四张电影票放在编号分别为 1, 2, 3, 4 的四个不同的盒子里，让四位好朋友进行猜测：

甲说：第 1 个盒子里放的是 B ，第 3 个盒子里放的是 C

乙说：第 2 个盒子里放的是 B ，第 3 个盒子里放的是 D

丙说：第4个盒子里放的是D，第2个盒子里放的是C

丁说：第4个盒子里放的是A，第3个盒子里放的是C

小明说：“四位朋友你们都只说对了一半”

可以预测，第4个盒子里放的电影票为_____

15. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，其导函数为 $f'(x)$ 。若 $x > 0$ 时， $f'(x) < 2x$ ，则不等式

$f(2x) - f(x-1) > 3x^2 + 2x - 1$ 的解集是_____。

16. 设函数 $f(x)(x \in R)$ 满足 $f(-x) = f(x), f(x) = f(2-x)$ ，且当 $x \in [0, 1]$ 时 $f(x) = x^3$ ，又函数

$g(x) = |x \cos(\pi x)|$ ，则函数 $h(x) = g(x) - f(x)$ 在 $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ 上的零点个数为_____。

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分) 已知直线 l 的参数方程： $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ (t 为参数) 和圆 C 的极坐标方程： $\rho = 2 \sin \theta$

(1) 将直线 l 的参数方程化为普通方程，圆 C 的极坐标方程化为直角坐标方程；

(2) 已知点 $M(1, 3)$ ，直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点，求 $|MA| + |MB|$ 的值。

18. (12分) 已知椭圆 $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ，上、下顶点分别是 A, B ，上、下焦点分别是 F_1, F_2 ，焦距为2，

点 $(\frac{3}{2}, 1)$ 在椭圆上。

(1) 求椭圆的方程；

(2) 若 Q 为椭圆上异于 A, B 的动点，过 A 作与 x 轴平行的直线 l ，直线 QB 与 l 交于点 S ，直线 F_2S 与直线 AQ 交于点 P ，判断 $\angle SPQ$ 是否为定值，说明理由。

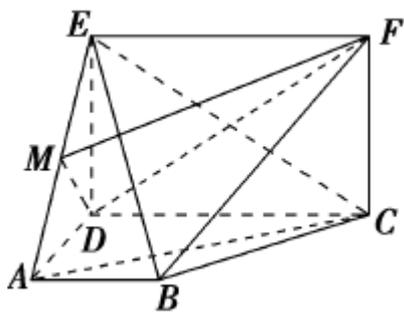
19. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $\sqrt{3}a = b(\sin C + \sqrt{3} \cos C)$ 。

(1) 求角 B 的大小；

(2) 若 $A = \frac{\pi}{3}$ ， D 为 $\triangle ABC$ 外一点， $DB = 2, CD = 1$ ，求四边形 $ABDC$ 面积的最大值。

20. (12分) 如图，矩形 $CDEF$ 和梯形 $ABCD$ 所在的平面互相垂直， $\angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$ ， $AB = AD = \frac{1}{2}CD$ ，

$BE \perp DF$ 。



(1) 若 M 为 EA 的中点, 求证: $AC \parallel$ 平面 MDF ;

(2) 若 $AB = 2$, 求四棱锥 $E - ABCD$ 的体积.

21. (12分) 车工刘师傅利用数控车床为某公司加工一种高科技易损零件, 对之前加工的 100 个零件的加工时间进行统计, 结果如下:

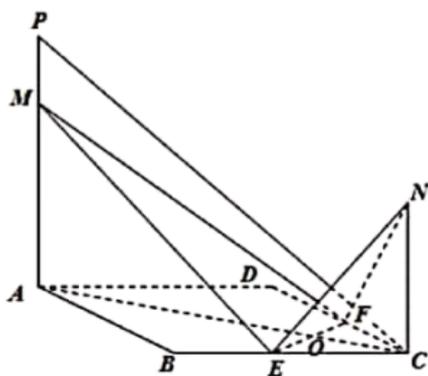
加工 1 个零件用时 X (分钟)	20	25	30	35
频数 (个)	15	30	40	15

以加工这 100 个零件用时的频率代替概率.

(1) 求 X 的分布列与数学期望 EX ;

(2) 刘师傅准备给几个徒弟做一个加工该零件的讲座, 用时 40 分钟, 另外他打算在讲座前、讲座后各加工 1 个该零件作示范. 求刘师傅讲座及加工 2 个零件作示范的总时间不超过 100 分钟的概率.

22. (10分) 如图, 已知 E, F 分别是正方形 $ABCD$ 边 BC, CD 的中点, EF 与 AC 交于点 O , PA, NC 都垂直于平面 $ABCD$, 且 $PA = AB = 4, NC = 2, M$ 是线段 PA 上一动点.



(1) 当 $MO \perp$ 平面 EFN , 求 $AM : MP$ 的值;

(2) 当 M 是 PA 中点时, 求四面体 $M - EFN$ 的体积.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

由复数的几何意义可得 $|z_1 - z_2|$ 表示复数 $z_1 = 2 + i$ ， $z_2 = \cos\alpha + i\sin\alpha$ 对应的两点间的距离，由两点间距离公式即可求解。

【详解】

由复数的几何意义可得，复数 $z_1 = 2 + i$ 对应的点为 $(2, 1)$ ，复数 $z_2 = \cos\alpha + i\sin\alpha$ 对应的点为 $(\cos\alpha, \sin\alpha)$ ，所以

$$|z_1 - z_2| = \sqrt{(2 - \cos\alpha)^2 + (1 - \sin\alpha)^2} = \sqrt{1 - 2\sin\alpha + 4 - 4\cos\alpha + 1} = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}\sin(\alpha + \varphi)} \leq \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} + 1, \text{ 其中 } \tan\varphi = 2,$$

故选 C

【点睛】

本题主要考查复数的几何意义，由复数的几何意义，将 $|z_1 - z_2|$ 转化为两复数所对应点的距离求值即可，属于基础题型。

2、C

【解析】

联立方程解得 $M(3, 2\sqrt{3})$ ，根据 $MN \perp l$ 得 $|MN| = |MF| = 4$ ，得到 $\triangle MNF$ 是边长为 4 的等边三角形，计算距离得到答案。

【详解】

依题意得 $F(1, 0)$ ，则直线 FM 的方程是 $y = \sqrt{3}(x - 1)$ 。由 $\begin{cases} y = \sqrt{3}x - 1 \\ y^2 = 4x \end{cases}$ 得 $x = \frac{1}{3}$ 或 $x = 3$ 。

由 M 在 x 轴的上方得 $M(3, 2\sqrt{3})$ ，由 $MN \perp l$ 得 $|MN| = |MF| = 3 + 1 = 4$

又 $\angle NMF$ 等于直线 FM 的倾斜角，即 $\angle NMF = 60^\circ$ ，因此 $\triangle MNF$ 是边长为 4 的等边三角形

点 M 到直线 NF 的距离为 $4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

故选：C。

【点睛】

本题考查了直线和抛物线的位置关系，意在考查学生的计算能力和转化能力。

3、C

【解析】

由正弦定理化边为角，由三角函数恒等变换可得.

【详解】

$\therefore (2a-b)\cos C = c\cos B$ ，由正弦定理可得 $(2\sin A - \sin B)\cos C = \sin C\cos B$ ，

$\therefore 2\sin A\cos C = \sin B\cos C + \sin C\cos B = \sin(B+C) = \sin A$ ，

三角形中 $\sin A \neq 0$ ， $\therefore \cos C = \frac{1}{2}$ ， $\therefore C = \frac{\pi}{3}$ 。

故选：C。

【点睛】

本题考查正弦定理，考查两角和的正弦公式和诱导公式，掌握正弦定理的边角互化是解题关键。

4、D

【解析】

根据 $\log_2 a_{n+1} = 1 + \log_2 a_n$ ，得到 $\log_2 a_{n+1} = \log_2 2a_n$ ，即 $a_{n+1} = 2a_n$ ，由等比数列的定义知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，然后再利用前 n 项和公式求 S_6 。

【详解】

因为 $\log_2 a_{n+1} = 1 + \log_2 a_n$ ，

所以 $\log_2 a_{n+1} = \log_2 2a_n$ ，

所以 $a_{n+1} = 2a_n$ ，

所以数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，

又因为 $a_3 = 4$ ，

所以 $a_1 = \frac{a_3}{q^2} = \frac{4}{4} = 1$ ，

$S_6 = \frac{a_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{1 \times (1-2^6)}{1-2} = 63$ 。

故选：D

【点睛】

本题主要考查等比数列的定义及等比数列的前 n 项和公式，还考查了运算求解的能力，属于中档题。

5、C

【解析】

取 $a = -1, b = -1, c = -2$ ，计算知 ABD 错误，根据不等式性质知 C 正确，得到答案。

【详解】

$a > c, b > c$ ，故 $a + b > 2c$ ， $\frac{a+b}{2} > c$ ，故 C 正确；

取 $a = -1, b = -1, c = -2$ ，计算知 ABD 错误；

故选：C.

【点睛】

本题考查了不等式性质，意在考查学生对于不等式性质的灵活运用.

6、C

【解析】

根据 $A * B$ 定义，求出 $A * B$ ，即可求出结论.

【详解】

因为集合 $B = \{x \mid 1, -x, 5\}$ ，所以 $B = \{x \mid -5, x, -1\}$ ，

则 $A * B = \{x \mid -6 < x, 1\}$ ，所以 $B * (A * B) = \{x \mid -11 < x, 0\}$.

故选:C.

【点睛】

本题考查集合的新定义运算，理解新定义是解题的关键，属于基础题.

7、D

【解析】

根据两个图形的数据进行观察比较，即可判断各选项的真假.

【详解】

在 A 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图得到互联网行业从业人员中 90 后占 56%，所以是正确的；

在 B 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图，90 后从事互联网行业岗位分布条形图得到：

$56\% \times 39.6\% = 22.176\% > 20\%$ ，互联网行业从业技术岗位的人数超过总人数的 20%，所以是正确的；

在 C 中，由整个互联网行业从业者年龄分别饼状图，90 后从事互联网行业岗位分别条形图得到：

$13.7\% \times 39.6\% = 9.52\% > 3\%$ ，互联网行业从事运营岗位的人数 90 后比 80 后多，所以是正确的；

在 D 中，互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后所占比例为 $56\% \times 39.6\% = 22.176\% < 41\%$ ，所以不能判断互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后比 80 后多.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了命题的真假判定，以及统计图表中饼状图和条形图的性质等基础知识的应用，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

8、A

【解析】

求得 $f(x)$ 的导函数，结合两点斜率公式和两直线平行的条件：斜率相等，化简可得 $a=0$ ， b 为任意非零实数.

【详解】

依题意 $f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{x}} + 2bx$ ， $y = f(x)$ 在点 $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\right)$ 处的切线与直线 AB 平行，即有

$$\frac{\frac{a}{2\sqrt{\frac{x_1+x_2}{2}}} + b(x_1+x_2)}{2\sqrt{\frac{x_1+x_2}{2}}} = \frac{a\sqrt{x_2} + bx_2^2 - a\sqrt{x_1} - bx_1^2}{x_2 - x_1}$$
$$= \frac{a(\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1})}{x_2 - x_1} + b(x_1+x_2), \text{ 所以 } \frac{a}{\sqrt{2(x_1+x_2)}} = \frac{a}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}, \text{ 由于对任意 } x_1, x_2 \text{ 上式都成立, 可得 } a=0, b \text{ 为非}$$

零实数.

故选: A

【点睛】

本题考查导数的运用，求切线的斜率，考查两点的斜率公式，以及化简运算能力，属于中档题.

9、B

【解析】

根据题意分析 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称，即可得到 $f(x)$ 的单调区间，利用对称性以及单调性即可得到 x 的取值范围.

【详解】

根据题意，函数 $y = f(x)$ 满足 $f(x+1)$ 是偶函数，则函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称，

若函数 $y = f(x)$ 在 $(-\infty, 1]$ 上单调递减，则 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上递增，

所以要使 $f(2x-2) > f(2)$ ，则有 $|2x-2-1| > 1$ ，变形可得 $|2x-3| > 1$ ，

解可得： $x > 2$ 或 $x < 1$ ，即 x 的取值范围为 $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ ；

故选: B.

【点睛】

本题考查偶函数的性质，以及函数单调性的应用，有一定综合性，属于中档题.

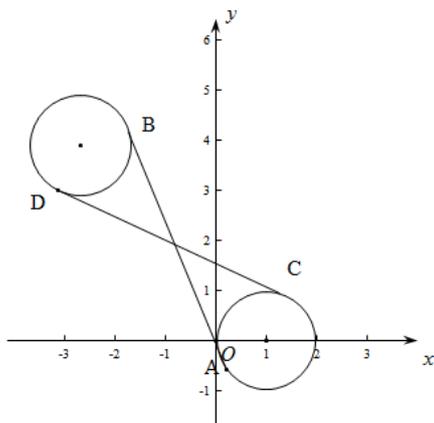
10、B

【解析】

由点 $P(x, y)$ 的坐标满足方程 $x^2 - 2x + y^2 = 0$ ，可得 P 在圆 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 上，由 $Q(a, b)$ 坐标满足方程

$a^2 + b^2 + 6a - 8b + 24 = 0$ ，可得 Q 在圆 $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 1$ 上，则 $\frac{y-b}{x-a} = k_{PQ}$ 求出两圆内公切线的斜率，利用数形结合可得结果.

【详解】



Q 点 $P(x, y)$ 的坐标满足方程 $x^2 - 2x + y^2 = 0$,

$\therefore P$ 在圆 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 上,

$Q(a, b)$ 在坐标满足方程 $a^2 + b^2 + 6a - 8b + 24 = 0$,

$\therefore Q$ 在圆 $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 1$ 上,

则 $\frac{y-b}{x-a} = k_{PQ}$ 作出两圆的图象如图,

设两圆内公切线为 AB 与 CD ,

由图可知 $k_{AB} \leq k_{PQ} \leq k_{CD}$,

设两圆内公切线方程为 $y = kx + m$,

$$\text{则} \begin{cases} \frac{|k+m|}{\sqrt{1+k^2}} = 1 \\ \frac{|-3k+m-4|}{\sqrt{1+k^2}} = 1 \end{cases} \Rightarrow |k+m| = |-3k+m-4|,$$

Q 圆心在内公切线两侧, $\therefore k+m = -(-3k+m-4)$,

$$\text{可得 } m = k + 2, \therefore \frac{|k+m|}{\sqrt{1+k^2}} = \frac{|2k+2|}{\sqrt{1+k^2}} = 1,$$

$$\text{化为 } 3k^2 + 8k + 3 = 0, k = \frac{-4 \pm \sqrt{7}}{3},$$

$$\text{即 } k_{AB} = \frac{-4 - \sqrt{7}}{3}, k_{CD} = \frac{-4 + \sqrt{7}}{3},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/265201200112011131>