辽宁省鞍山市立山区2023-2024学年九年级上学期12月月考

数学试题

学校:_____姓名：_____班级：_____考号：_____

一、单选题

1．下列方程是一元二次方程的是（　）

A．$2x-1=0$　　B．$\frac{1}{x^2}-1=0$　　C．$x^2-x=0$　　D．$2x-y=0$

2．我国传统文化中的“福禄寿喜”图（如图）由四个图案构成这四个图案中是中心对称图形的是（　　）

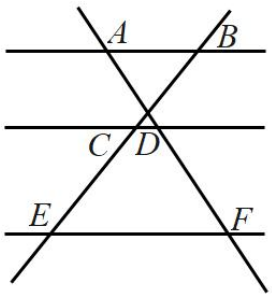
A．　　B．

C．　　D．

3．抛物线$y=x^2+2x-1$与y轴的交点为（　）

A．$(0,-1)$　　B．$(0,1)$　　C．$(-1,0)$　　D．$(1,0)$

4．如图，已知$AB\parallel CD\parallel EF$，　$BC:CE=3:4$，　$AF=21$，那么DF的长为（　）

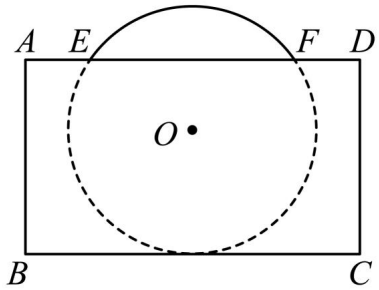


A．9　　B．12　　C．15　　D．18

5．已知抛物线$y=x^2+bx+4$经过$(-1,n)$，$(3,n)$两点，则该抛物线的解析式为(　)

A．$y=x^2+2x+4$　B．$y=x^2-2x+4$　　C．$y=x^2+x+4$　　D．$y=x^2-x+4$

6. 把球放在长方体纸盒内，球的一部分露出盒外，其截面如图所示，已知$EF=CD=6$ cm，则球的半径为（　　）



A．3cm　　B．$\frac{13}{4}$cm　　C．$\frac{15}{4}$cm　　D．$\frac{17}{4}$cm

7．关于 x 的一元二次方程$kx^2-2x-1=0$有两个实数根，则 k 的取值范围（　）

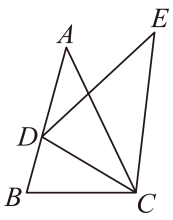
A．$k\geq -1$　　B．$k\leq -1$　　C．$k>-1$且$k\neq 0$　　D．$k\geqslant -1$且$k\neq 0$

8．电影《长津湖》上映以来，全国票房连创佳绩．据不完全统计，某市第一天票房约 2 亿元，以后每天票房按相同的增长率增长，三天后累计票房收入达 18 亿元，将增长率记作 x，则方程可以列为（　）

A．$2+2x+2x^2=18$　　B．$2(1+x)^2=18$

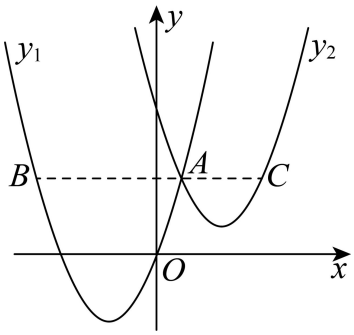
C．$(1+x)^2=18$　　D．$2+2(1+x)+2(1+x)^2=18$

9．如图，将$\triangle ABC$绕点C顺时针旋转到$\triangle EDC$处，此时点D刚好落在AB边上，若$\angle B=70°$，则旋转角的度数为(　)



A．50°　　B．40°　　C．55°　　D．45°

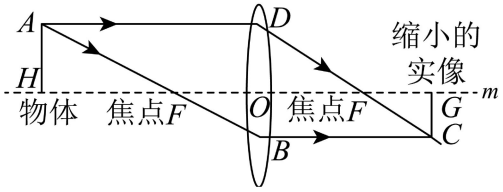
10．如图，抛物线$y_1=a(x+2)^2-3$与$y_2=\frac{1}{2}(x-3)^2+1$相交于点$A(1,3)$，过点A 作x轴的平行线，分别交两条抛物线于点B，C，则$AB:AC$的值为（　）



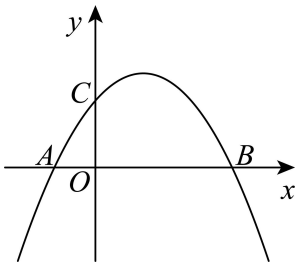
A．6：5　　B．5：4　　C．3：2　　D．4：3

二、填空题

11．凸透镜成像的原理如图所示，$AD \parallel m \parallel BC$．若物体到焦点的距离与焦点到凸透镜中心线$DB$的距离之比为5：4，则物体被缩小到原来的_____.

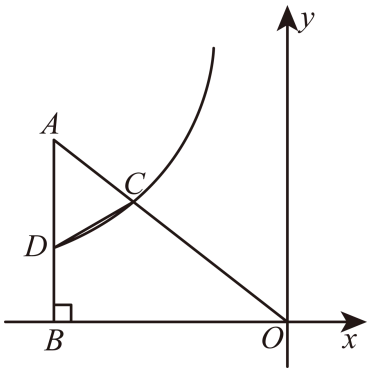


12．如图，抛物线$y=-\frac{1}{4}x^2+x+3$与x轴交于A，B两点，与y轴交于点C，将抛物线向右平移m个单位$(m>0)$，点C平移到点D，点A平移到点E，连接DE，CE，若$\angle DEC=90°$，则$m=$_____.

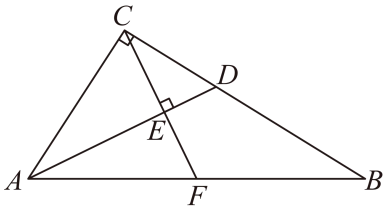


13．用一个圆心角为150°，半径为12的扇形作一个圆锥的侧面，则这个圆锥的底面半径为 _____.

14．如图，Rt△AOB的一条直角边OB在x轴上，双曲线$y=\frac{k}{x}(x<0)$经过斜边OA上点C，与另一直角边AB交于点D，连接CD，若$OC=2AC$，$S_{\triangle ACD}=\frac{5}{2}$，则$k$的值为_____.



15．如图，在Rt△ABC中，$\angle ACB=90°$，点D为射线BC上的动点（点D不与B，C重合），直线$CE \perp AD$于点E，交直线AB于点F．若$\frac{AC}{BC}=\frac{DC}{DB}=\frac{2}{3}$，则$\frac{AF}{FB}=$_____.



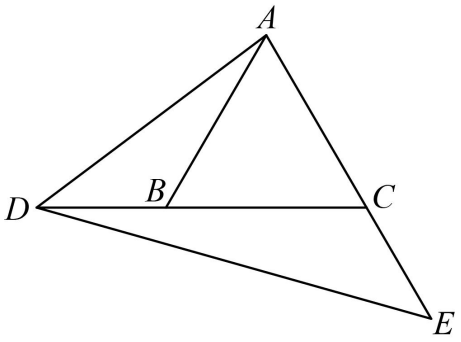
三、解答题

16．解方程

(1) $x(x-1)+3(1-x)=0$；

(2) $2x^2+4x-1=0$．

17．如图，$\triangle ABC$ 是等边三角形，点 D，E 分别在 CB，AC 的延长线上，连接 AD，DE，$\angle ADE=60°$．求证：$AC\cdot CE=DC\cdot BD$．

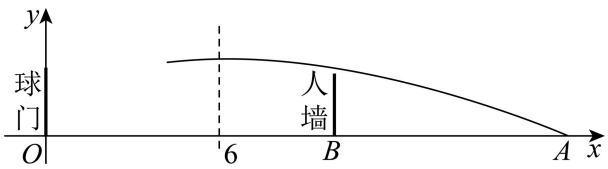


18．2023年杭州亚运会吉祥物一开售，就深受大家的喜爱．某旅游商场以每件50元的价格购进某款亚运会吉祥物，以每件80元的价格出售，每日可售出200件．从7月份起，商场决定采用降价促销的方式回馈顾客，经调查，发现该吉祥物每降价1元，日销售量就会增加20件．设定价为 x 元．

(1)为了让顾客得到更大的实惠，当该吉祥物定价为多少元时，日销售利润达7500元？

(2)该商场如何定价，才能使日销售利润最大？最大利润是多少元？

19．任意球直接得分是足球比赛的重要得分手段之一，已知足球球门的高度是2.43m，某足球队员在球门正前方18m的 A 处练习踢任意球，防守队员组成的人墙站在离球门10m的 B 处，人墙的最大防守高度可以达2m．把运行中的足球看作点，建立如图所示平面直角坐标系，发现运行过程中足球离地面的高度 y（单位：m）与足球离球门的水平距离 x（单位：m）满足函数关系式 $y=a\left(x-6\right)^2+h$．



(1)若该队员踢出的任意球在运行过程中达到最大的高度为3m，

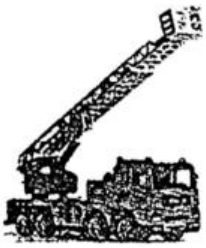
①求 y 与 x 的函数关系式；

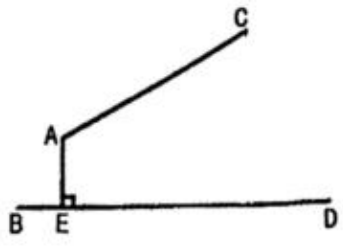
②足球能否越过人墙的防守最高点直接射进球门内？请说明理由；

(2)若要确保踢出的任意球能直接射进球门内，请直接写出 h 的取值范围．

20．图①是一辆登高云梯消防车的实物图，图②是其工作示意图，起重臂 AC 是可伸缩的($10\text{m}\le AC\le 24\text{m}$)，且起重臂 AC 可绕点A在一定范围内转动，张角为

$\angle CAE(90° \le \angle CAE \le 150°)$，转动点A距离地面$BD$的高度$AE$为4m．



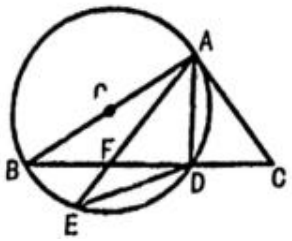


图①　　图②

(1)当起重臂AC长度为12m，张角$\angle CAE$为120°时，求云梯消防车最高点C距离地面BD的高度；

(2)某日，一居民家突发险情，该居民家窗台距离地面的高度为23m，请问该消防车能否实施有效救援？请说明理由．(参考数据：$\sqrt{2} \approx 1.4, \sqrt{3} \approx 1.7$)

21．如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle BAC = 90°$，以AB为直径作$\odot O$，交BC边于点D，点E在$\overset{\frown}{BD}$上，连接AD，AE，AE交BD于点F，$DE = DA$．

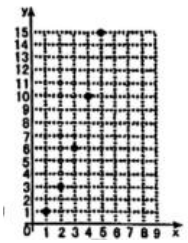


(1)求证：$FD = DC$；

(2)若$CF = 6$，$\sin B = \dfrac{3}{5}$，求$\odot O$的半径．

22．“杨辉三角”，是二项式系数在三角形中的一种几何排列，在中国南宋数学家杨辉1261年所著的《详解九章算法》一书中出现．法国数学家帕斯卡在1654年发现了此三角形，他的发现比杨辉要迟393年，“杨辉三角”是中国数学史上的一个伟大成就．下图1是杨辉三角形的一部分：





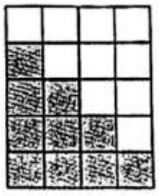


图1　　图2　　图3

【发现问题】

某学习小组对杨辉三角形观察、研究之后，发现它蕴含着很多重要的规律：

比如第一斜列（即每行的第一个数）：1，1，1，1，1…，第x个数y与x之间的关系，

我们可以用 $y=1$ 来描述，每相邻两个数的差（后数减前数）均为 0；

第二斜列（即每行的第二个数）：1，2，3，4，5…，第 x 个数 y 与 x 之间的关系，我们可以用 $y=x$ 来描述，每相邻两个数的差（后数减前数）均为 1；

第三斜列（即每行的第三个数）：1，3，6，10，15…，每相邻两个数的差（后数减前数）依次为 2，3，4，5…，差值匀速增加；

……

【提出问题】

第三斜列的第 x 个数 y 与 x 之间有怎样的函数关系？

【分析问题】

该学习小组把观察得到的数据制成表格：

第 x 个	1	2	3	4	5	…
第 x 个数 y	1	3	6	10	15	…

然后在平面直角坐标系中，描出上面表格中各对数值所对应的点，得到图 2，学习小组根据图 2 中点的分布情况，猜想其图象是二次函数图象的一部分.

为了验证自己的猜想，学习小组从“形”的角度出发，将第 x 个数 y 用黑色正方形总数表示（如图 3），再借助“补”的思想，补充相同数量的白色正方形，使每层正方形的数量相同，进而求出 y 与 x 的关系式.

【解决问题】

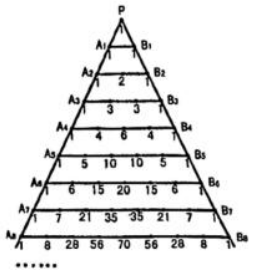




图 4　　备用图

(1)直接写出 y 与 x 的关系式；

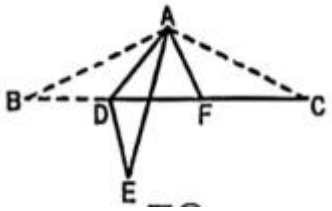
(2)在杨辉三角形中，如图 1，若从上至下依次设为第一行，第二行，第三行，…，求第 24 行的第三个数；

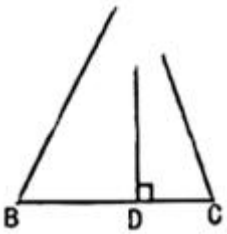
(3)若杨辉三角形中每个数所在的位置是一个点，如图 4 所示，将这些点连接起来，得到一组等腰三角形 $\triangle PA_1B_1, \triangle PA_2B_2, \triangle PA_3B_3$，……，若两腰上任意相邻两个点之间的距离为 1.3（$PA_1 = A_1A_2 = \cdots\cdots = 1.3$），底边上任意相邻两个点之间的距离为 1（$A_1B_1 = 1, A_2B_2 = 2\cdots\cdots$），当同一行上第三斜列的数是第二斜列的数的 10 倍时，求此

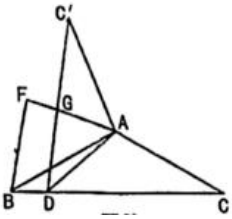
时以这行为底边的等腰三角形的面积.

23.【问题初探】

在数学活动课上，如图①有一块等腰三角形纸片 ABC， $AB=AC$， D 为 BC 边上一点，连接 AD，小明将 $\triangle ABD$ 沿 AD 折叠，得到 $\triangle AED$，再将边 AC 翻折，使 AC 与 AE 重合，得到折痕 AF .







图①　　图②　　图③

(1)直接写出 $\angle DAF$ 和 $\angle BAC$ 的数量关系；

【类比分析】

(2)折叠(翻折)是一种全等变换，折叠前后的两个图形，关于折痕成轴对称，两个图形全等；利用折叠这种操作方法，能很好的解决某些图形中的边、角关系，请你解答.

如图②， AD 是 $\triangle ABC$ 的高， $\angle BAC=45°$， $BD=3$， $CD=2$，求 $\triangle ABC$ 的面积；

【学以致用】

(3)如图③，等腰三角形 ABC 中，$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，D 是 BC 边上一点，连接 AD，将 $\triangle ACD$ 沿 AD 翻折得到 $\triangle AC'D$，再将 AC' 翻折，使 AC' 与 AB 重合，折痕为 AG，延长 AG 到点 F，使 $AF=AD$，连接 BF，若 $BC=12$， $BD=2$，求 BF 的长.

参考答案：

1．C

【分析】本题考查了一元二次方程的定义，根据一元二次方程的定义：只含有一个未知数，未知数的最高次数为 2 的整式方程是一元二次方程；即可进行解答.

【详解】解：A、$2x-1=0$，是一元一次方程，故 A 不符合题意；

B、$\frac{1}{x^2}-1=0$，是分式方程，故 B 不符合题意；

C、$x^2-x=0$，是一元二次方程，故 C 符合题意；

D、$2x-y=0$，是二元一次方程，故 D 不符合题意；

故选：C.

2．B

【分析】根据中心对称图形的概念逐一判断即可.

【详解】解： A 选项：不是中心对称图形，故不符合题意；

B 选项：是中心对称图形, 符合题意；

C 选项：不是中心对称图形，故不符合题意；

D 选项：不是中心对称图形，故不符合题意.

故选：B.

【点睛】本题考查的是中心对称图形的概念，解题的关键在于熟练掌握中心对称图形的概念．一个图形绕着某固定点旋转 180 度后能够与原来的图形重合，则称这个图形是中心对称图形.

3．A

【分析】令$x=0$代入求得y，即可得到抛物线与y轴的交点坐标.

【详解】当$x=0$时，$y=-1$，所以抛物线与y轴的交点坐标为：$(0,-1)$.

故选：A.

【点睛】本题考查二次函数图象与坐标轴的交点坐标，令$x=0$，求得y是解题的关键.

4．B

【分析】根据平行线分线段成比例求解即可.

【详解】解：$\because AB\parallel CD\parallel EF$，

$\therefore \frac{BC}{CE}=\frac{AD}{DF}$，

$\because BC:CE=3:4$，$AF=21$，

$\therefore \frac{3}{4}=\frac{21-DF}{DF}$，

解得 $DF=12$，

故选：B．

【点睛】本题考查平行线分线段成比例定理，熟练掌握平行线分线段成比例定理中的对应线段是解答的关键．

5．B

【分析】本题考查了二次函数的性质，根据已知条件得出对称轴为直线 $x=1$，求得 $b=-2$，即可求解．

【详解】解：∵抛物线 $y=x^2+bx+4$ 经过 $(-1,n)$，$(3,n)$ 两点，

∴抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{-1+3}{2}=1$，

又 $x=-\frac{b}{2}=1$

∴ $b=-2$，

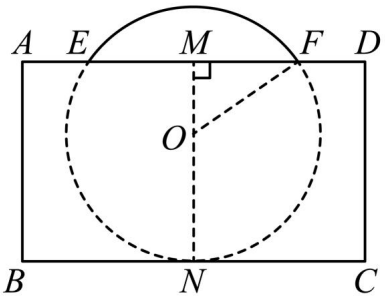
∴解析式为 $y=x^2-2x+4$，

故选：B．

6．C

【分析】取 EF 的中点 M，作 $MN\perp AD$ 于点 M，取 MN 上的球心 O，连接 OF，设 $OF=x$cm，则 $OM=(6-x)$cm，$MF=3$cm，然后在 $Rt\triangle MOF$ 中利用勾股定理求得 OF 的长即可．

【详解】解： EF 的中点 M，作 $MN\perp AD$ 于点 M，取 MN 上的球心 O，连接 OF，



∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$\angle C=\angle D=90°$，

∴四边形 $CDMN$ 是矩形，

∴$MN=CD=6$cm，

设 $OF=x$，则 $ON=OF$，

∴$OM=MN-ON=(6-x)$cm，$MF=3$cm，

在直角三角形 OMF 中，$OM^2+MF^2=OF^2$

即：$(6-x)^2+3^2=x^2$

解得：$x=\frac{15}{4}$

即球的半径为$\frac{15}{4}$cm

故选：C.

【点睛】本题主考查垂径定理及勾股定理的知识，正确作出辅助线构造直角三角形是解题的关键.

7．D

【分析】由原方程有两个实数根可得出△≥0 且二次项系数非 0，由此即可得出关于 k 的一元一次不等式组，解不等式组即可得出结论.

【详解】解：∵关于 x 的一元二次方程 $kx^2-2x-1=0$ 有两个实数根，

∴$\begin{cases}\Delta\geq 0\\ k\neq 0\end{cases}$，即$\begin{cases}4+4k\geq 0\\ k\neq 0\end{cases}$，

解得：$k\geq -1$且$k\neq 0$；

故选：D.

【点睛】本题考查了根的判别式以及解一元一次不等式组，解题的关键是依照题意得出关于 k 的一元一次不等式组．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据根的个数结合根的判别式得出方程（不等式或不等式组）是关键.

8．D

【分析】本题考查从实际问题中抽象出一元二次方程，解题的关键在于能够表示出第二玩耍和第三天的票房，设增长率为x，则第二天的票房为$2(1+x)$，第三天的票房为$2(1+x)^2$，然后根据三天后累计票房收入达达 18 亿元列出方程即可.

【详解】解：设增长率为x，则第二天的票房为$2(1+x)$，第三天的票房为$2(1+x)^2$，由题可得：

$2+2(1+x)+2(1+x)^2=18$，

故选：D.

9．B

【分析】此题主要考查了旋转的性质，等腰三角形的性质；首先利用旋转的性质和等腰三角形的性质得到$\angle B=\angle CDB$，然后利用已知条件可以求出$\angle BCD$，即可求解.

【详解】解：∵将$\triangle ABC$绕点C顺时针旋转到$\triangle EDC$处，$\angle B=70°$，

$\therefore \angle B=\angle CDE$，$CB=CD$，

$\therefore \angle BCD=180°-2\angle B=40°$，

即旋转角的度数为$40°$

故选：B.

10．C

【分析】本题考查了二次函数图象与系数的关系和二次函数的性质，利用抛物线的对称性计算出AB和AC，即可求解.

【详解】解：∵抛物线$y_1=a(x+2)^2-3$的对称轴为直线$x=-2$，抛物线$y_2=\frac{1}{2}(x-3)^2+1$的对称轴为直线$x=3$，

又$A(1,3)$

$\therefore AB=2\times(1+2)=6$，$AC=2\times(3-1)=4$，

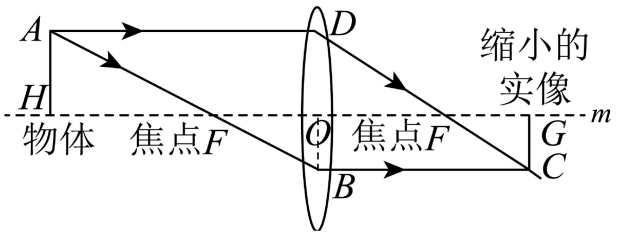
$\therefore AB:AC=3:2$，

故选：C.

11．$\frac{4}{5}/0.8$

【分析】本题考查了相似三角形的应用，根据题意可得四边形$OBCG$为矩形，得到$OB=CG$，再根据$\mathbb{V}AHF_1\backsim\mathbb{V}BOF_1$，求出$\frac{AH}{CG}$，从而得到物体被缩小到原来的几分之几.

【详解】解：依题意，四边形$OBCG$为矩形，设左边交点为F_1



$\therefore OB=CG$，

∵$AH\perp HO$，$BO\perp HO$，

$\therefore \mathbb{V}AHF_1\backsim\mathbb{V}BOF_1$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/266035153121010041