陕西省榆林市重点中学2023-2024学年下学期高三数学试题第6周测试题

请考生注意：

1．请用2B铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用0．5毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\left\{x\middle|x<1\right\}$，$B=\left\{x\middle|-1\le x\le 2\right\}$，则$\left(\complement_U A\right)\cap B=$（　　）

A．$\left\{x\middle|1<x\le 2\right\}$　　B．$\left\{x\middle|1\le x\le 2\right\}$　　C．$\left\{x\middle|-1\le x\le 1\right\}$　　D．$\left\{x\middle|x\ge -1\right\}$

2．过双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的左焦点作倾斜角为$30^\circ$的直线$l$，若$l$与$y$轴的交点坐标为$\left(0,b\right)$，则该双曲线的标准方程可能为（　　）

A．$\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$　　B．$\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$　　C．$\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$　　D．$\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{2}=1$

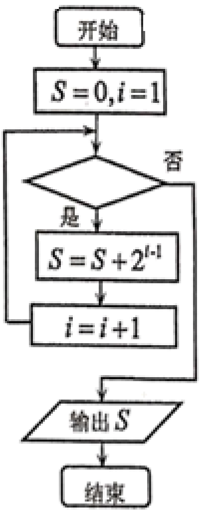
3．已知复数z满足$\left(1-i\right)z=4i$，则$\left|z\right|=$（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．2　　C．4　　D．3

4．设M是ΔABC边BC上任意一点，N为AM的中点，若$\overrightarrow{AN}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则$\lambda+\mu$的值为(　　)

A．1　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{1}{4}$

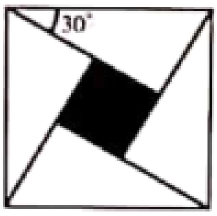
5．执行下面的程序框图，若输出的S的值为63，则判断框中可以填入的关于i的判断条件是（　　）



A．$i\le 5$　　B．$i\le 6$　　C．$i\le 7$　　D．$i\le 8$

6．

如图所示，三国时代数学家赵爽在《周髀算经》中利用弦图，给出了勾股定理的绝妙证明.图中包含四个全等的直角三角形及一个小正方形（阴影），设直角三角形有一内角为$30°$，若向弦图内随机抛掷**500**颗米粒（米粒大小忽略不计，取$\sqrt{3}\approx 1.732$），则落在小正方形（阴影）内的米粒数大约为（　　）



A．134　　**B．67**　　**C．182**　　**D．108**

7．函数$f(x)=2\cos^2 x+(\sin x+\cos x)^2-2$的一个单调递增区间是（　　）

A．$\left[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}\right]$　　**B．**$\left[-\dfrac{\pi}{8},\dfrac{3\pi}{8}\right]$　　**C．**$\left[\dfrac{\pi}{8},\dfrac{5\pi}{8}\right]$　　**D．**$\left[\dfrac{5\pi}{8},\dfrac{9\pi}{8}\right]$

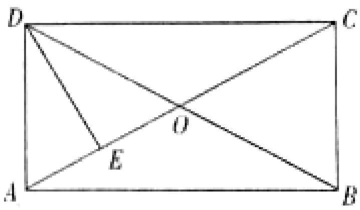
8．我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果，哥德巴赫猜想的内容是: 每个大于**2**的偶数都可以表示为两个素数的和，例如：$4=2+2$，$6=3+3$，$8=3+5$，那么在不超过**18**的素数中随机选取两个不同的数，其和等于**16**的概率为（　　）

A．$\dfrac{1}{21}$　　**B．**$\dfrac{2}{21}$　　**C．**$\dfrac{1}{15}$　　**D．**$\dfrac{2}{15}$

9．已知复数z满足：$zi=3+4i$（i为虚数单位)，则$\overline{z}=$（　　）

A．$4+3i$　　**B．**$4-3i$　　**C．**$-4+3i$　　**D．**$-4-3i$

10．如图所示，矩形$ABCD$的对角线相交于点O，E为AO的中点，若$\overrightarrow{DE}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}(\lambda,\mu\in R)$，则$\lambda+\mu$等于（　　).



A．$-\dfrac{1}{2}$　　**B．**$\dfrac{1}{2}$　　**C．**1　　**D．**-1

11．已知$a,b\in\mathbf{R}$，函数$f(x)=\begin{cases}x,x<0\\ \dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}(a+1)x^2+ax,x\ge 0\end{cases}$，若函数$y=f(x)-ax-b$恰有三个零点，则（　）

A．$a<-1,b<0$　　**B．**$a<-1,b>0$

C．$a>-1,b<0$　　**D．**$a>-1,b>0$

12．函数 $y=\cos 2x-\sqrt{3}\sin 2x\left(x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\right)$的单调递增区间是（　　）

A．$\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$　　　　B．$\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$　　　　C．$\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$　　　　D．$\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．某校为了解家长对学校食堂的满意情况，分别从高一、高二年级随机抽取了 **20** 位家长的满意度评分，其频数分布表如下：

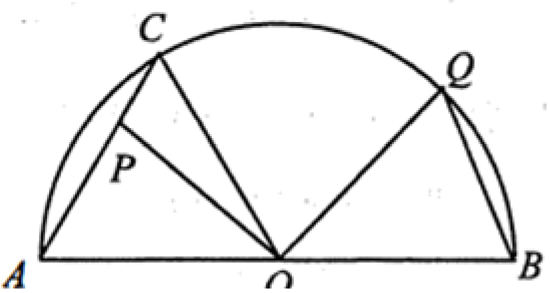
满意度评分分组	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100)$	合计
高一	**1**	**3**	**6**	**6**	**4**	**20**
高二	**2**	**6**	**5**	**5**	**2**	**20**

根据评分，将家长的满意度从低到高分为三个等级：

满意度评分	评分＜**70** 分	**70**≤评分＜**90**	评分≥**90** 分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

假设两个年级家长的评价结果相互独立，根据所给数据，以事件发生的频率作为相应事件发生的概率.现从高一、高二年级各随机抽取 **1** 名家长，记事件 A：“高一家长的满意度等级高于高二家长的满意度等级”，则事件 A 发生的概率为__________.

14．如图，已知半圆 O 的直径 $AB=8$，点 P 是弦 AC（包含端点 A，C）上的动点，点 Q 在弧 $\overset{\frown}{BC}$ 上．若 ΔOAC 是等边三角形，且满足 $\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{OP}=0$，则 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{BQ}$ 的最小值为__________.



15．在 $(x+a)^6$ 的展开式中的 x^3 系数为 160，则 $a=$_______.

16．已知实数 x、y 满足 $\begin{cases} y\geq 1 \\ y\leq 2x-1 \\ x+y\leq m \end{cases}$，且可行域表示的区域为三角形，则实数 m 的取值范围为______，若目标函数 $z=x-y$ 的最小值为**-1**，则实数 m 等于______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知在ΔABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，ΔABC的面积为$\dfrac{c^2}{2\cos C}$.

（1）求证：$\tan C=\sin A\sin B$；

（2）若$C=\dfrac{\pi}{6}$，求$\cos\left(A-B\right)$的值.

18．（12分）已知函数$f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$，$0<x<\pi$.

（1）求函数$f(x)$在$x=\dfrac{\pi}{2}$处的切线方程；

（2）当$0<m<\pi$时，证明：$f(x)<m\ln x+\dfrac{\pi}{x}$对任意$x\in(0,\pi)$恒成立.

19．（12分）已知数列$\{a_n\}$满足：$x_{n+1}={x_n}^2-6$，$n\in N^*$，且对任意的$n\in N^*$都有$x_n<\dfrac{\sqrt{21}-1}{2}$，

（Ⅰ）证明：对任意$n\in N^*$，都有$-3\le x_n\le\dfrac{1-\sqrt{21}}{2}$；

（Ⅱ）证明：对任意$n\in N^*$，都有$\left|x_{n+1}+2\right|\ge 2\left|x_n+2\right|$；

（Ⅲ）证明：$x_1=-2$.

20．（12分）在$\vee ABC$中，**a**，**b**，**c**分别是角**A**，**B**，**C**的对边，并且$b^2+c^2-a^2=bc$.

（1）已知________________，计算$\vee ABC$的面积；

请①$a=\sqrt{7}$，②$b=2$，③$\sin C=2\sin B$这三个条件中任选两个，将问题（1）补充完整，并作答.注意，只需选择其中的一种情况作答即可，如果选择多种情况作答，以第一种情况的解答计分.

（2）求$\cos B+\cos C$的最大值.

21．（12分）在$\Delta\mathrm{ABC}$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，$\left(\sin A+\sin B\right)\left(a-b\right)=c\left(\sin C-\sin B\right)$，$a=2\sqrt{7}$，且$\vee ABC$的面积为$6\sqrt{3}$.

(1)求A；

(2)求$\vee ABC$的周长．

22．（10分）已知椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1\left(-1,0\right)$、$F_2\left(1,0\right)$，点$P$在椭圆$E$上，$PF_2\perp F_1F_2$且$\left|PF_1\right|=3\left|PF_2\right|$.

（Ⅰ）求椭圆E的标准方程；

（Ⅱ）设直线$l:x=my+1\left(m\in R\right)$与椭圆$E$相交于$A$、$B$两点，与圆$x^2+y^2=a^2$相交于$C$、$D$两点，求$\left|AB\right|\cdot\left|CD\right|^2$

的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**B**

【解析】

直接利用集合的基本运算求解即可.

【详解】

解：全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x|x<1\}$，$B=\{x|-1\le x\le 2\}$，

$\therefore \complement_U A=\{x\mid x\ge 1\}$

则$(\complement_U A)\cap B=\{x\mid x\ge 1\}\cap\{x\mid -1\le x\le 2\}=\{x\mid 1\le x\le 2\}$，

故选：B.

【点睛】

本题考查集合的基本运算，属于基础题.

2、**A**

【解析】

直线l的方程为$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x+c)$，令$x=0$，得$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}c$，得到 ***a,b*** 的关系，结合选项求解即可

【详解】

直线l的方程为$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x+c)$，令$x=0$，得$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}c$.因为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}c=b$，所以$a^2=c^2-b^2=3b^2-b^2=2b^2$，只有选项$A$满足条件.

故选：**A**

【点睛】

本题考查直线与双曲线的位置关系以及双曲线的标准方程，考查运算求解能力.

3、**A**

【解析】

由复数除法求出z，再由模的定义计算出模.

【详解】

$z=\frac{4i}{1-i}=\frac{4i(1+i)}{(1-i)(1+i)}=-2+2i,\left|z\right|=2\sqrt{2}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查复数的除法法则，考查复数模的运算，属于基础题.

4、B

【解析】

设$\overrightarrow{BM}=t\overrightarrow{BC}$，通过$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$，再利用向量的加减运算可得$\overrightarrow{AN}=\frac{1-t}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{t}{2}\overrightarrow{AC}$，结合条件即可得解.

【详解】

设$\overrightarrow{BM}=t\overrightarrow{BC}$，

则有$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}t\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{t}{2}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{1-t}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{t}{2}\overrightarrow{AC}$.

又$\overrightarrow{AN}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，

所以$\begin{cases}\lambda=\frac{1-t}{2}\\ \mu=\frac{t}{2}\end{cases}$，有$\lambda+\mu=\frac{1-t}{2}+\frac{t}{2}=\frac{1}{2}$.

故选 B.

【点睛】

本题考查了向量共线及向量运算知识，利用向量共线及向量运算知识，用基底向量向量来表示所求向量，利用平面向量表示法唯一来解决问题.

5、B

【解析】

根据程序框图，逐步执行，直到S的值为 63，结束循环，即可得出判断条件.

【详解】

执行框图如下：

初始值：$S=0,i=1$，

第一步：$S=0+1=1,i=1+1=2$，此时不能输出，继续循环；

第二步：$S=1+2=3, i=2+1=3$，此时不能输出，继续循环；

第三步：$S=3+4=7, i=3+1=4$，此时不能输出，继续循环；

第四步：$S=7+8=15, i=4+1=5$，此时不能输出，继续循环；

第五步：$S=15+16=31, i=5+1=6$，此时不能输出，继续循环；

第六步：$S=31+32=63, i=6+1=7$，此时要输出，结束循环；

故，判断条件为$i\le 6$.

故选 **B**

【点睛】

本题主要考查完善程序框图，只需逐步执行框图，结合输出结果，即可确定判断条件，属于常考题型.

6、**B**

【解析】

根据几何概型的概率公式求出对应面积之比即可得到结论.

【详解】

解：设大正方形的边长为 **1**，则小直角三角形的边长为$\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$，

则小正方形的边长为$\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}$，小正方形的面积$S=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right)^2=1-\frac{\sqrt{3}}{2}$，

则落在小正方形（阴影）内的米粒数大约为

$$\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1\times 1}\times 500=\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\times 500\approx(1-0.866)\times 500=0.134\times 500=67,$$

故选：**B.**

【点睛】

本题主要考查几何概型的概率的应用，求出对应的面积之比是解决本题的关键.

7、**D**

【解析】

利用同角三角函数的基本关系式、二倍角公式和辅助角公式化简$f\left(x\right)$表达式，再根据三角函数单调区间的求法，求得$f\left(x\right)$的单调区间，由此确定正确选项.

【详解】

因为$f(x)=2\cos^2 x+(\sin x+\cos x)^2-2$

$=1+\cos 2x+1+\sin 2x-2=\sqrt{2}\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$，由$f(x)$单调递增，则$2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\le 2x+\dfrac{\pi}{4}\le 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}$（$k\in\mathbf{Z}$），解得

$k\pi-\dfrac{3\pi}{8}\le x\le k\pi+\dfrac{\pi}{8}$（$k\in\mathbf{Z}$），当$k=1$时，**D** 选项正确.**C** 选项是递减区间，**A**，**B** 选项中有部分增区间部分减区间.

故选：**D**

【点睛】

本小题考查三角函数的恒等变换，三角函数的图象与性质等基础知识；考查运算求解能力，推理论证能力，数形结合思想，应用意识.

8、**B**

【解析】

先求出从不超过 **18** 的素数中随机选取两个不同的数的所有可能结果，然后再求出其和等于 **16** 的结果，根据等可能事件的概率公式可求.

【详解】

解：不超过 **18** 的素数有 **2**，**3**，**5**，**7**，**11**，**13**，**17** 共 **7** 个，从中随机选取两个不同的数共有$C_7^2=21$，

其和等于 **16** 的结果$(3,13)$，$(5,11)$共 **2** 种等可能的结果，

故概率$P=\dfrac{2}{21}$.

故选：***B.***

【点睛】

古典概型要求能够列举出所有事件和发生事件的个数，本题不可以列举出所有事件但可以用分步计数得到，属于基础题.

9、**A**

【解析】

利用复数的乘法、除法运算求出z，再根据共轭复数的概念即可求解.

【详解】

由$zi=3+4i$，则$z=\dfrac{3+4i}{i}=\dfrac{3i-4}{-1}=4-3i$，

所以$\overline{z}=4+3i$.

故选：**A**

【点睛】

本题考查了复数的四则运算、共轭复数的概念，属于基础题.

10、**A**

【解析】

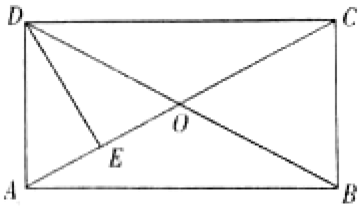
由平面向量基本定理，化简得$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$，所以$\lambda=\frac{1}{4}$，$\mu=-\frac{3}{4}$，即可求解，得到答案．

【详解】

由平面向量基本定理，化简$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{DA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AD}+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)$

$=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$，所以$\lambda=\frac{1}{4}$，$\mu=-\frac{3}{4}$，即$\lambda+\mu=-\frac{1}{2}$，

故选**A**．



【点睛】

本题主要考查了平面向量基本定理的应用，其中解答熟记平面向量的基本定理，化简得到$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$是解答的关键，着重考查了运算与求解能力，数基础题．

11、**C**

【解析】

当$x<0$时，$y=f(x)-ax-b=x-ax-b=(1-a)x-b$最多一个零点；当$x\geq 0$时，

$y=f(x)-ax-b=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(a+1)x^2+ax-ax-b=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(a+1)x^2-b$，利用导数研究函数的单调性，根据单调性画函数草图，根据草图可得．

【详解】

当$x<0$时，$y=f(x)-ax-b=x-ax-b=(1-a)x-b=0$，得$x=\frac{b}{1-a}$；$y=f(x)-ax-b$最多一个零点；

当$x\geq 0$时，$y=f(x)-ax-b=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(a+1)x^2+ax-ax-b=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(a+1)x^2-b$，

$y'=x^2-(a+1)x$，

当$a+1\leq 0$，即$a\leq -1$时，$y'\geq 0$，$y=f(x)-ax-b$在$[0，+\infty)$上递增，$y=f(x)-ax-b$最多一个零点．不合题意；

当$a+1>0$，即$a>-1$时，令$y'>0$得$x\in[a+1，+\infty)$，函数递增，令$y'<0$得$x\in[0，a+1)$，函数递减；函数最多有**2**个零点；

根据题意函数$y=f(x)-ax-b$恰有**3**个零点$\Leftrightarrow$函数$y=f(x)-ax-b$在$(-\infty,0)$上有一个零点，在$[0，+\infty)$

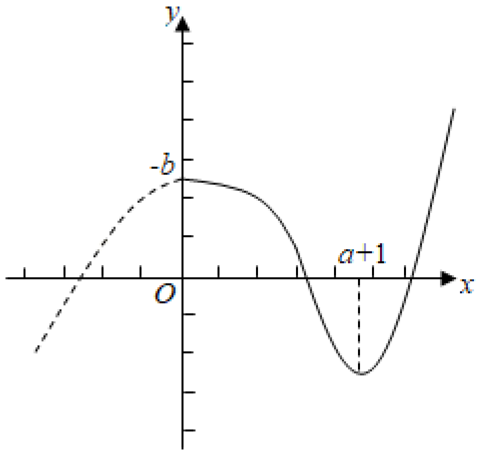
上有 **2** 个零点，

如图：

$\therefore \dfrac{b}{1-a}<0$ 且 $\begin{cases} -b>0 \\ \dfrac{1}{3}(a+1)^3-\dfrac{1}{2}(a+1)(a+1)^2-b<0 \end{cases}$，

解得 $b<0$，$1-a>0$，$0>b>-\dfrac{1}{6}(a+1)^3, \therefore a>-1$.

故选 C.



【点睛】

遇到此类问题，不少考生会一筹莫展.由于方程中涉及 a,b 两个参数，故按“一元化”想法，逐步分类讨论，这一过程中有可能分类不全面、不彻底.

12、**D**

【解析】

利用辅助角公式,化简函数的解析式,再根据正弦函数的单调性,并采用整体法,可得结果.

【详解】

因为 $y=\cos 2x-\sqrt{3}\sin 2x=2\sin(\dfrac{\pi}{6}-2x)=-2\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})$，由 $\dfrac{\pi}{2}+2k\pi \leqslant 2x-\dfrac{\pi}{6} \leqslant \dfrac{3\pi}{2}+2k\pi, k\in \mathbf{Z}$，解得 $\dfrac{\pi}{3}+k\pi \le x \le \dfrac{5\pi}{6}+k\pi, k\in Z$，即函数的增区间为 $[\dfrac{\pi}{3}+k\pi, \dfrac{5\pi}{6}+k\pi], k\in \mathbf{Z}$，所以当 $k=0$ 时，增区间的一个子集为 $[\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{2}]$.

故选 **D.**

【点睛】

本题考查了辅助角公式,考查正弦型函数的单调递增区间,重点在于把握正弦函数的单调性，同时对于整体法的应用,使问题化繁为简,难度较易.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。