

2020-2021 学年天津市河北区九年级（上）期中数学试卷

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. （3 分）下列图形中，是中心对称图形的是（ ）



2. （3 分）平面直角坐标系内，与点 $P(-3, 2)$ 关于原点对称的点的坐标是（ ）

- A. $(3, -2)$ B. $(2, 3)$ C. $(2, -3)$ D. $(-3, -2)$

3. （3 分）抛物线 $y = (x - 2)^2 + 2$ 的顶点坐标为（ ）

- A. $(-2, 2)$ B. $(2, -2)$ C. $(2, 2)$ D. $(-2, -2)$

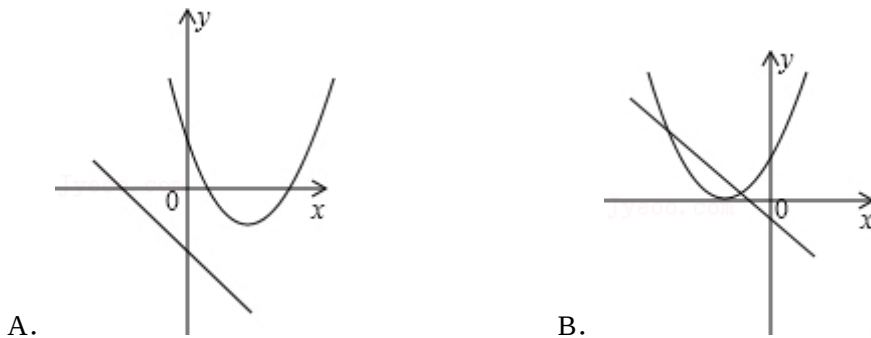
4. （3 分）将抛物线 $y = 2x^2$ 向左平移 4 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度得到的抛物线的解析式为（ ）

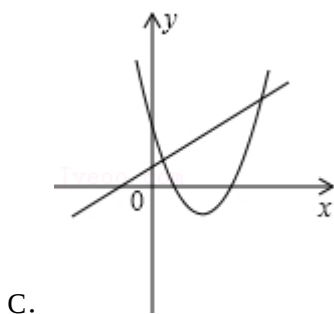
- A. $y = 2(x - 4)^2 - 1$ B. $y = 2(x + 4)^2 + 1$
C. $y = 2(x - 4)^2 + 1$ D. $y = 2(x + 4)^2 - 1$

5. （3 分）参加足球联赛的每两队之间都进行两场比赛，共要比赛 90 场，设共有 x 个队参加比赛，则下列方程符合题意的是（ ）

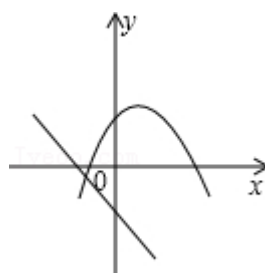
- A. $\frac{1}{2}x(x+1) = 90$ B. $x(x+1) = 90$
C. $\frac{1}{2}x(x-1) = 90$ D. $x(x-1) = 90$

6. （3 分）函数 $y = ax^2 - 2x + 1$ 和 $y = ax + a$ (a 是常数，且 $a \neq 0$) 在同一平面直角坐标系中的图象可能是（ ）



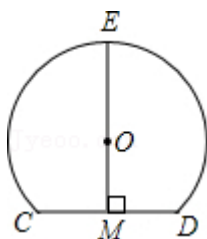


C.



D.

7. (3分) 如图, EM 经过圆心 O , $EM \perp CD$ 于 M , 若 $CD=4$, $EM=6$, 则弧 CED 所在圆的半径为 ()



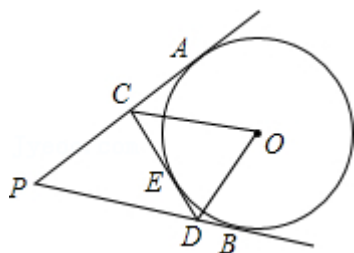
A. $\frac{10}{3}$

B. $\frac{8}{3}$

C. 3

D. 4

8. (3分) 如图, PA 、 PB 、 CD 是 $\odot O$ 的切线, 切点分别是 A 、 B 、 E , CD 分别交 PA 、 PB 于 C 、 D 两点, 若 $\angle APB=60^\circ$, 则 $\angle COD$ 的度数 ()



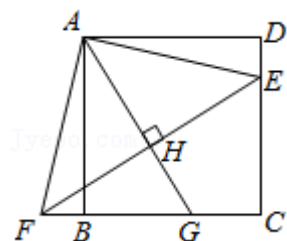
A. 50°

B. 60°

C. 70°

D. 75°

9. (3分) 如图, 点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 CD 上, 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 到 $\triangle ABF$ 的位置, 连接 EF , 过点 A 作 EF 的垂线, 垂足为点 H , 与 BC 交于点 G . 若 $BG=3$, $CG=2$, 则 CE 的长为 ()



A. $\frac{5}{4}$

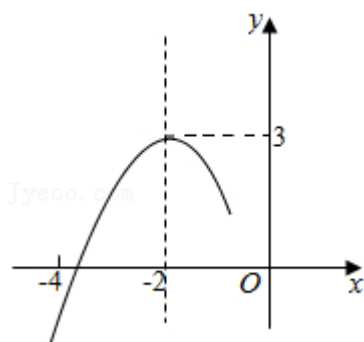
B. $\frac{15}{4}$

C. 4

D. $\frac{9}{2}$

10. (3分) 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴直线 $x=-2$. 抛物线与 x 轴的一个交点在点 $(-4, 0)$ 和点 $(-3, 0)$ 之间, 其部分图象如图所示, 下列结论中正确的个数有 ()

① $4a - b = 0$; ② $c \leq 3a$; ③关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 2$ 有两个不相等实数根; ④ $b^2 + 2b > 4ac$.



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

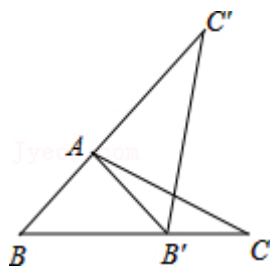
二、填空题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分.

11. (3 分) 若函数 $y = (m-3)x^{m^2-7}$ 是二次函数，则 m 的值为_____.

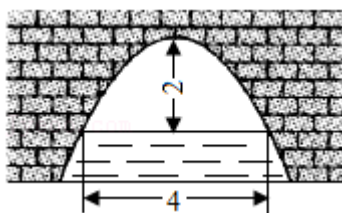
12. (3 分) 已知函数 $y = x^2 - 2x - 3$ ，当函数值 y 随 x 的增大而减小时， x 的取值范围是_____.

13. (3 分) 设 $A(-2, y_1)$ ， $B(1, y_2)$ ， $C(2, y_3)$ 是抛物线 $y = -(x+1)^2 + a$ 上的三点，则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为_____.

14. (3 分) 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle AB'C'$ ，若 B' 落到 BC 边上， $\angle B = 50^\circ$ ，则 $\angle CB'C'$ 的度数为_____.

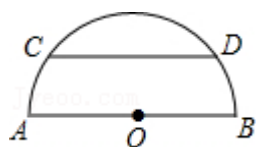


15. (3 分) 如图是一个横断面为抛物线形状的拱桥，当水面宽 4 米时，拱顶（拱桥洞的最高点）离水面 2 米，水面下降 1 米时，水面的宽度为_____米.

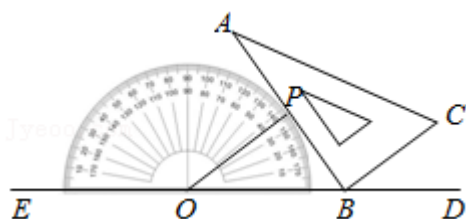


16. (3 分) 如图，已知 AB 是半圆 O 的直径，弦 $CD \parallel AB$ ， $CD = 8$ ， $AB = 10$ ，则 CD 与 AB

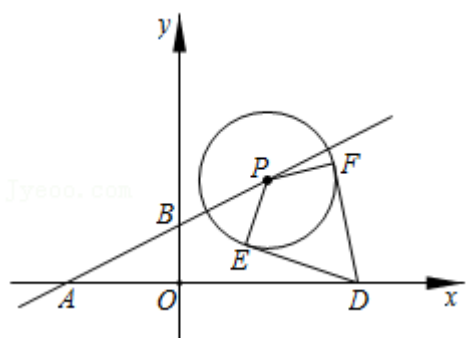
之间的距离是_____.



17. (3分) 以 O 为中心点的量角器与直角三角板 ABC 如图所示摆放, 直角顶点 B 在零刻度线所在直线 DE 上, 且量角器与三角板只有一个公共点 P . 若点 P 的读数为 135° , 则 $\angle CBD$ 的度数是_____.

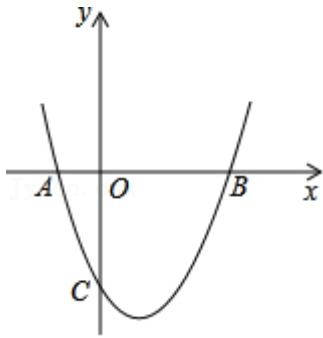


18. (3分) 如图, 直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B 两点, P 是该直线上的任一点, 过点 $D(3, 0)$ 向以 P 为圆心, $\frac{1}{2}AB$ 为半径的 $\odot P$ 作两条切线, 切点分别为 E 、 F . 则四边形 $PEDF$ 面积的最小值为_____.



三、解答题: 本大题共 6 个小题, 共 46 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

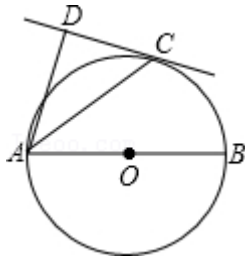
19. (5分) 解方程: $x^2 + 10x + 16 = 0$.
20. (6分) 如图, 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点.
- (1) 求抛物线的解析式和顶点坐标;
 - (2) 当 $0 < x < 3$ 时, 求 y 的取值范围.



21. (7分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, AD 和过点 C 的切线互相垂直, 垂足为 D .

(1) 求证: AC 平分 $\angle DAB$;

(2) 若 $CD=4$, $AD=8$, 试求 $\odot O$ 的半径.



22. (8分) 某超市销售一种牛奶, 进价为每箱 24 元, 规定售价不低于进价. 现在的售价为每箱 36 元, 每月可销售 60 箱. 市场调查发现: 若这种牛奶的售价每降价 1 元, 则每月的销量将增加 10 箱, 设每箱牛奶降价 x 元 (x 为正整数), 每月的销量为 y 箱.

(1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式和自变量 x 的取值范围;

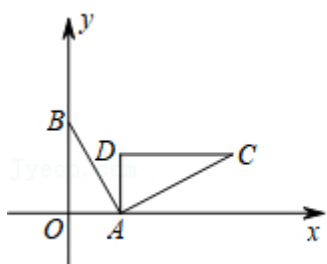
(2) 超市要使每月销售牛奶的利润不低于 800 元, 且获得尽可能大的销售量, 则每箱牛奶的定价应是多少钱?

23. (10分) 在平面直角坐标系中, 已知 O 为坐标原点, 点 $A(2, 0)$, $B(0, 4)$, 以点 A 为旋转中心, 把 $\triangle ABO$ 顺时针旋转, 得 $\triangle ACD$.

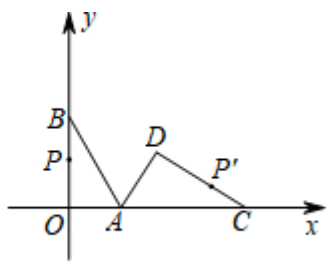
(I) 如图①, 当旋转后满足 $DC \parallel x$ 轴时, 求点 C 的坐标.

(II) 如图②, 当旋转后点 C 恰好落在 x 轴正半轴上时, 求点 D 的坐标.

(III) 在 (II) 的条件下, 边 OB 上的一点 P 旋转后的对应点为 P' , 当 $DP+AP'$ 取得最小值时, 求点 P 的坐标 (直接写出结果即可)



图①



图②

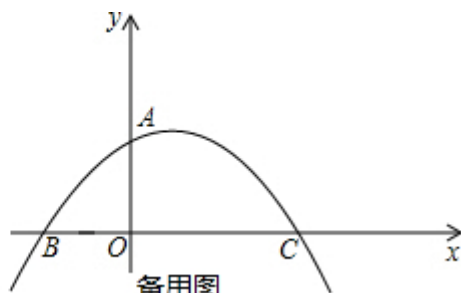
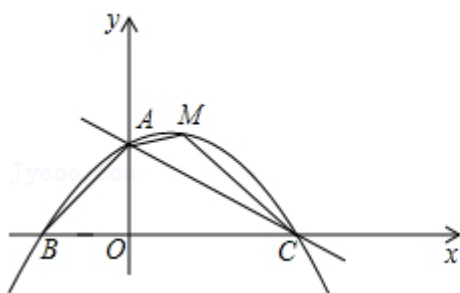
24. (10分)如图, 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 交 y 轴于点 A , 交 x 轴于点 C , 抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + c$

经过点 A , 点 C , 且交 x 轴于另一点 B .

(1) 直接写出点 A , 点 B , 点 C 的坐标及抛物线的解析式;

(2) 在直线 AC 上方的抛物线上有一点 M , 求四边形 $ABCM$ 面积的最大值及此时点 M 的坐标;

(3) 将线段 OA 绕 x 轴上的动点 $P(m, 0)$ 顺时针旋转 90° 得到线段 $O'A'$, 若线段 $O'A'$ 与抛物线只有一个公共点, 请结合函数图象, 求 m 的取值范围.



备用图

2020-2021 学年天津市河北区九年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. （3 分）下列图形中，是中心对称图形的是（ ）



【分析】根据中心对称图形的概念对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、不是中心对称图形，故本选项不合题意；

B、不是中心对称图形，故本选项不合题意；

C、是中心对称图形，故本选项符合题意；

D、不是中心对称图形，故本选项不合题意.

故选：C.

【点评】本题考查了中心对称图形的概念，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原来的图形重合.

2. （3 分）平面直角坐标系内，与点 $P(-3, 2)$ 关于原点对称的点的坐标是（ ）

A. $(3, -2)$ B. $(2, 3)$ C. $(2, -3)$ D. $(-3, -2)$

【分析】根据关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数，可得答案.

【解答】解：与点 $P(-3, 2)$ 关于原点对称的点的坐标是 $(3, -2)$ ，

故选：A.

【点评】本题考查了关于原点对称的点的坐标，解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律：关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数；关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数.

3. （3 分）抛物线 $y = (x - 2)^2 + 2$ 的顶点坐标为（ ）

A. $(-2, 2)$ B. $(2, -2)$ C. $(2, 2)$ D. $(-2, -2)$

【分析】根据二次函数的性质，由顶点式直接得出顶点坐标即可.

【解答】解： $\because$ 抛物线 $y = (x - 2)^2 + 2$ ，

$\therefore$ 抛物线 $y = (x - 2)^2 + 2$ 的顶点坐标为： $(2, 2)$ ，

故选：C.

【点评】此题主要考查了二次函数的性质，根据顶点式得出顶点坐标是考查重点同学们应熟练掌握.

4. (3分) 将抛物线 $y=2x^2$ 向左平移 4 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度得到的抛物线的解析式为 ()

A. $y=2(x-4)^2-1$

B. $y=2(x+4)^2+1$

C. $y=2(x-4)^2+1$

D. $y=2(x+4)^2-1$

【分析】把抛物线 $y=2x^2$ 的顶点 $(0, 0)$ 先向左平移 4 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度后得到点的坐标为 $(-4, 1)$ ，即得到平移后抛物线的顶点坐标，然后根据顶点式写出解析式即可.

【解答】解：抛物线 $y=2x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，

把点 $(0, 0)$ 先向左平移 4 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度得到 $(-4, 1)$

所以平移后所得的抛物线的解析式 $y=2(x+4)^2+1$ ，

故选：B.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换，关键是掌握二次函数的顶点式 $y=a(x-h)^2+k$.

5. (3分) 参加足球联赛的每两队之间都进行两场比赛，共要比赛 90 场，设共有 x 个队参加比赛，则下列方程符合题意的是 ()

A. $\frac{1}{2}x(x+1)=90$

B. $x(x+1)=90$

C. $\frac{1}{2}x(x-1)=90$

D. $x(x-1)=90$

【分析】设有 x 个队参赛，根据参加一次足球联赛的每两队之间都进行两场比赛，共要比赛 90 场，可列出方程.

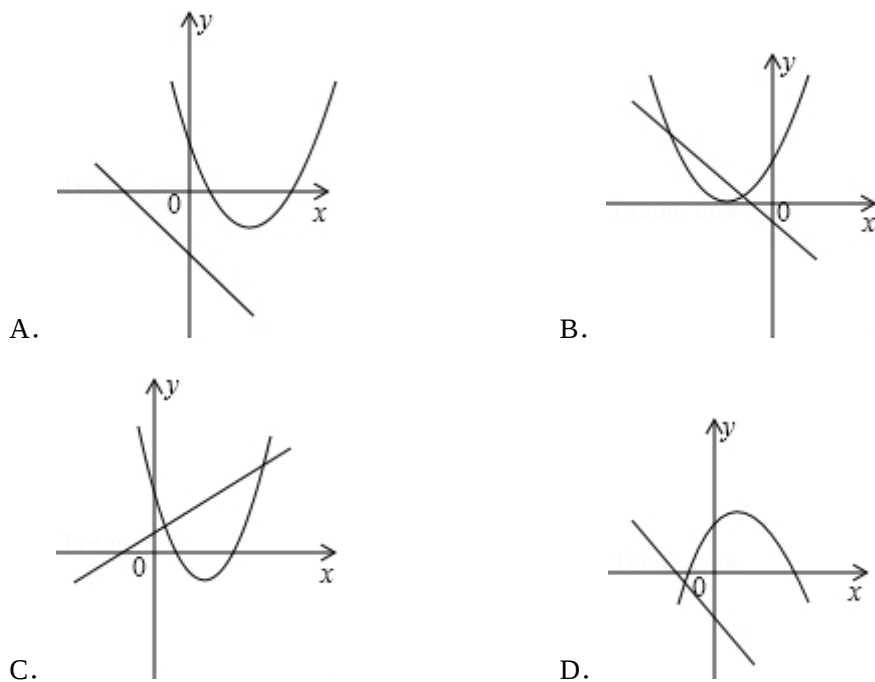
【解答】解：设有 x 个队参赛，则

$$x(x-1)=90.$$

故选：D.

【点评】本题考查由实际问题抽象出一元二次方程，关键是根据总比赛场数做为等量关系列方程求解.

6. (3分) 函数 $y=ax^2-2x+1$ 和 $y=ax+a$ (a 是常数，且 $a \neq 0$) 在同一平面直角坐标系中的图象可能是 ()



【分析】可先根据一次函数的图象判断 a 的符号，再判断二次函数图象与实际是否相符，判断正误.

【解答】解：A、由一次函数 $y=ax+a$ 的图象可得： $a<0$ ，此时二次函数 $y=ax^2-2x+1$ 的图象应该开口向下，故选项错误；

B、由一次函数 $y=ax+a$ 的图象可得： $a<0$ ，此时二次函数 $y=ax^2-2x+1$ 的图象应该开口向下，故选项错误；

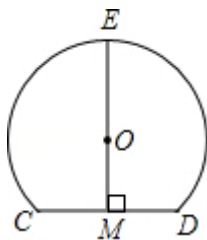
C、由一次函数 $y=ax+a$ 的图象可得： $a>0$ ，此时二次函数 $y=ax^2-2x+1$ 的图象应该开口向上，对称轴 $x=-\frac{-2}{2a}>0$ ，故选项正确；

D、由一次函数 $y=ax+a$ 的图象可得： $a<0$ ，此时二次函数 $y=ax^2-2x+1$ 的对称轴 $x=-\frac{-2}{2a}<0$ ，故选项错误.

故选：C.

【点评】应该熟记一次函数 $y=ax+a$ 在不同情况下所在的象限，以及熟练掌握二次函数的有关性质：开口方向、对称轴、顶点坐标等.

7. (3分) 如图， EM 经过圆心 O ， $EM \perp CD$ 于 M ，若 $CD=4$ ， $EM=6$ ，则弧 CED 所在圆的半径为 ()



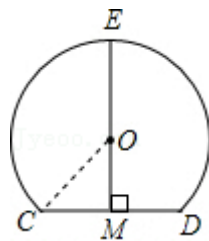
A. $\frac{10}{3}$

B. $\frac{8}{3}$

C. 3

D. 4

【分析】连接 OC ，设弧 CED 所在圆的半径为 R ，则 $OC=R$ ， $OM=6-R$ ，根据垂径定理求出 CM ，根据勾股定理得出方程，求出即可。



【解答】解：

连接 OC ，设弧 CED 所在圆的半径为 R ，则 $OC=R$ ， $OM=6-R$ ，

$\because EM$ 经过圆心 O ， $EM \perp CD$ 于 M ， $CD=4$ ，

$\therefore CM=DM=2$ ，

在 $Rt\triangle OMC$ 中，由勾股定理得： $OC^2=OM^2+CM^2$ ，

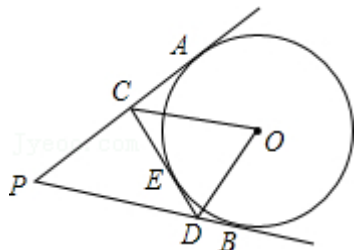
$$R^2 = (6-R)^2 + 2^2,$$

$$R = \frac{10}{3},$$

故选：A.

【点评】本题考查了勾股定理，垂径定理的应用，用了方程思想，题目比较典型，难度适中。

8. (3分) 如图， PA 、 PB 、 CD 是 $\odot O$ 的切线，切点分别是 A 、 B 、 E ， CD 分别交 PA 、 PB 于 C 、 D 两点，若 $\angle APB=60^\circ$ ，则 $\angle COD$ 的度数 ()



A. 50°

B. 60°

C. 70°

D. 75°

【分析】连接 AO ， BO ， OE 由切线的性质可得 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ ，结合已知条件和四边形的内角和为 360° 可求出 $\angle AOB$ 的度数，再由切线长定理即可求出 $\angle COD$ 的度数

【解答】解：

连接 AO ， BO ， OE ，

$\because PA$ 、 PB 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ ，

$\because \angle APB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle AOB = 360^\circ - 2 \times 90^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ，

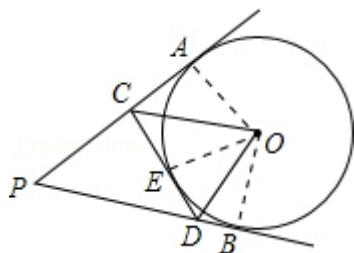
$\because PA$ 、 PB 、 CD 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle ACO = \angle ECO$ ， $\angle DBO = \angle DEO$ ，

$\therefore \angle AOC = \angle EOC$ ， $\angle EOD = \angle BOD$ ，

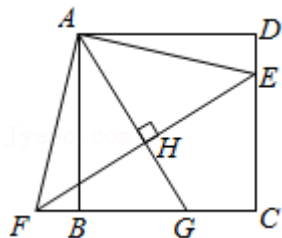
$\therefore \angle COD = \angle COE + \angle EOD = \frac{1}{2} \angle AOB = 60^\circ$ 。

故选：B。



【点评】本题考查了切线的性质及切线长定理，解答本题的关键是熟练掌握：从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，圆心和这一点的连线，平分两条切线的夹角。

9. (3分) 如图，点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 CD 上，将 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 到 $\triangle ABF$ 的位置，连接 EF ，过点 A 作 EF 的垂线，垂足为点 H ，与 BC 交于点 G 。若 $BG = 3$ ， $CG = 2$ ，则 CE 的长为 ()



A. $\frac{5}{4}$

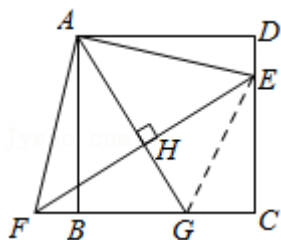
B. $\frac{15}{4}$

C. 4

D. $\frac{9}{2}$

【分析】连接 EG ，根据 AG 垂直平分 EF ，即可得出 $EG = FG$ ，设 $CE = x$ ，则 $DE = 5 - x = BF$ ， $FG = EG = 8 - x$ ，再根据 $\text{Rt}\triangle CEG$ 中， $CE^2 + CG^2 = EG^2$ ，即可得到 CE 的长。

【解答】解：如图所示，连接 EG ，



由旋转可得， $\triangle ADE \cong \triangle ABF$ ，

$$\therefore AE = AF, DE = BF,$$

又 $\because AG \perp EF$ ，

$\therefore H$ 为 EF 的中点，

$\therefore AG$ 垂直平分 EF ，

$$\therefore EG = FG,$$

设 $CE = x$ ，则 $DE = 5 - x = BF$ ， $FG = 8 - x$ ，

$$\therefore EG = 8 - x,$$

$\because \angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore \text{Rt}\triangle CEG \text{ 中, } CE^2 + CG^2 = EG^2, \text{ 即 } x^2 + 2^2 = (8 - x)^2,$$

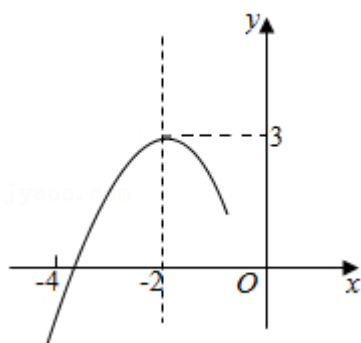
$$\text{解得 } x = \frac{15}{4},$$

$$\therefore CE \text{ 的长为 } \frac{15}{4},$$

故选：B.

【点评】 本题主要考查了正方形的性质以及旋转的性质，解题时注意：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等.

10. (3 分) 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴直线 $x = -2$. 抛物线与 x 轴的一个交点在点 $(-4, 0)$ 和点 $(-3, 0)$ 之间，其部分图象如图所示，下列结论中正确的个数有 ()
- ① $4a - b = 0$; ② $c \leq 3a$; ③ 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 2$ 有两个不相等实数根; ④ $b^2 + 2b > 4ac$.



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【分析】根据抛物线的对称轴可判断①；由抛物线与 x 轴的交点及抛物线的对称性以及由 $x = -1$ 时 $y > 0$ 可判断②，由抛物线与 x 轴有两个交点，且顶点为 $(-2, 3)$ ，即可判断③；利用抛物线的顶点的纵坐标为 3 得到 $\frac{4ac - b^2}{4a} = 3$ ，即可判断④.

【解答】解：∵ 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = -2$,

∴ $4a - b = 0$ ，所以①正确；

∵ 与 x 轴的一个交点在 $(-3, 0)$ 和 $(-4, 0)$ 之间，

∴ 由抛物线的对称性知，另一个交点在 $(-1, 0)$ 和 $(0, 0)$ 之间，

∴ $x = -1$ 时 $y > 0$ ，且 $b = 4a$ ，

即 $a - b + c = a - 4a + c = -3a + c > 0$ ，

∴ $c > 3a$ ，所以②错误；

∵ 抛物线与 x 轴有两个交点，且顶点为 $(-2, 3)$ ，

∴ 抛物线与直线 $y = 2$ 有两个交点，

∴ 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 2$ 有两个不相等实数根，所以③正确；

∵ 抛物线的顶点坐标为 $(-2, 3)$ ，

$$\therefore \frac{4ac - b^2}{4a} = 3,$$

$$\therefore b^2 + 12a = 4ac,$$

$$\therefore 4a - b = 0,$$

$$\therefore b = 4a,$$

$$\therefore b^2 + 3b = 4ac,$$

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore b=4a<0,$$

$$\therefore b^2+2b>4ac, \text{ 所以④正确;}$$

故选: C.

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系: 对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$), 二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小: 当 $a>0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a<0$ 时, 抛物线向下开口; 一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置: 当 a 与 b 同号时 (即 $ab>0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab<0$), 对称轴在 y 轴右; 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点位置: 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$; 抛物线与 x 轴交点个数由 Δ 决定: $\Delta=b^2-4ac>0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta=b^2-4ac=0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta=b^2-4ac<0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

二、填空题: 本大题共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分.

11. (3 分) 若函数 $y=(m-3)x^{m^2-7}$ 是二次函数, 则 m 的值为 -3.

【分析】 根据二次函数的定义得出 $m^2-7=2$, 再利用 $m-3\neq 0$, 求出 m 的值即可.

【解答】 解: 若 $y=(m-3)x^{m^2-7}$ 是二次函数,

$$\text{则 } m^2-7=2, \text{ 且 } m-3\neq 0,$$

$$\text{故 } (m-3)(m+3)=0, m\neq 3,$$

$$\text{解得: } m_1=3 \text{ (不合题意舍去)}, m_2=-3,$$

$$\therefore m=-3.$$

故答案为: -3.

【点评】 此题主要考查了二次函数的定义, 根据已知得出 $m^2-7=2$, 注意二次项系数不为 0 是解题关键.

12. (3 分) 已知函数 $y=x^2-2x-3$, 当函数值 y 随 x 的增大而减小时, x 的取值范围是 $x\leq 1$.

【分析】 根据二次函数的性质和题目中的函数解析式, 可以写出当 x 为何值时, y 随 x 的增大而减小.

$$\text{【解答】解: } \because \text{函数 } y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4,$$

$\therefore$ 该函数图象开口向上, 当 $x<1$ 时, y 随 x 的增大而减小, 当 $x>1$ 时, y 随 x 的增大而增大,

故答案为: $x<1$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/267100023110006164>