华大新高考联盟 2025 届高三 11 月教学质量测评

数学

命题：华中师范大学考试研究院

本试题卷共 4 页，共 19 题.满分 150 分，考试用时 120 分钟

注意事项：

1.答题前，考生务必将自己的学校、班级、姓名、准考证号填写在答题卷指定位置，认真核对与准考证号条形码上的信息是否一致，并将准考证号条形码粘贴在答题卷上的指定位置.

2.选择题的作答：选出答案后，用 2B 铅笔把答题卷上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.答在试题卷上无效.

3.非选择题的作答：用黑色墨水的签字笔直接答在答题卷上的每题所对应的答题区域内.答在试题卷上或答题卷指定区域外无效.

4.考试结束，监考人员将答题卷收回，考生自己保管好试题卷，评讲时带来.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\left\{x\left|8<2^x<500\right.\right\}$，$B=\{1,3,5,8,10\}$，则 $A\cap B$ 的真子集个数为（　）

A. 1　　　B. 3　　　C. 7　　　D. 15

【答案】B

【解析】

【分析】解集合 A 中的不等式，求出 $A\cap B$，由元素个数判断 $A\cap B$ 的真子集个数.

【详解】集合 $A=\left\{x\left|8<2^x<500\right.\right\}=\left\{x\left|3<x<\log_2 500\right.\right\}$，$8<\log_2 500<9$，

故 $A\cap B=\{5,8\}$，则 $A\cap B$ 有 3 个真子集.

故选：B.

2. 已知 $4-3\mathrm{i}$（其中 i 为虚数单位）是关于 x 的方程 $x^2-ax+b=0\left(a,b\in\mathbf{R}\right)$ 的一个根，则在复平面内，$z=a+b\mathrm{i}$ 所对应的点位于（　）

A. 第一象限　　　B. 第二象限　　　C. 第三象限　　　D. 第四象限

【答案】A

【解析】

【分析】方法一：代入 $4-3\mathrm{i}$，得到方程组，求出 $\begin{cases}a=8\\b=25\end{cases}$，得到 $z=8+25\mathrm{i}$，求出所在象限；

方法二：求出 $x^2-ax+b=0$ 的解，从而得到 $\frac{a-\sqrt{4b-a^2}\mathrm{i}}{2}=4-3\mathrm{i}$，求出 $\begin{cases}a=8\\b=25\end{cases}$，得到 $z=8+25\mathrm{i}$，求出所在象限.

【详解】方法一：依题意，$(4-3\mathrm{i})^2-a(4-3\mathrm{i})+b=(7-4a+b)+(3a-24)\mathrm{i}=0$，

故 $\begin{cases}7-4a+b=0,\\3a-24=0,\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=8\\b=25\end{cases}$，

则 $z=8+25\mathrm{i}$ 在复平面内对应的点为 $(8,25)$，位于第一象限；

方法二：易知方程 $x^2-ax+b=0$ 的解为 $\frac{a\pm\sqrt{4b-a^2}\mathrm{i}}{2}$，则 $\frac{a-\sqrt{4b-a^2}\mathrm{i}}{2}=4-3\mathrm{i}$，

即 $\begin{cases}\frac{a}{2}=4,\\\frac{\sqrt{4b-a^2}}{2}=3,\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=8\\b=25\end{cases}$，

则 $z=8+25\mathrm{i}$ 在复平面内对应的点为 $(8,25)$，位于第一象限.

故选：A.

3. 已知向量 $\vec{a}=(2,5)$，$\vec{b}=(x,-2)$，若 $\vec{a}\perp(\vec{a}+2\vec{b})$，则 $|\vec{b}|=$（　）

A. 2　　B. 3　　C. $\frac{\sqrt{155}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{145}}{4}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据向量垂直得到等式求得 x 的值，利用模的坐标公式即可求得结果.

【详解】依题意，$\vec{a}+2\vec{b}=(2,5)+(2x,-4)=(2+2x,1)$，

因为 $\vec{a}\perp(\vec{a}+2\vec{b})$，所以 $\vec{a}\cdot(\vec{a}+2\vec{b})=2(2+2x)+5=0$，解得 $x=-\frac{9}{4}$，

故 $|\vec{b}|=\sqrt{\left(-\frac{9}{4}\right)^2+(-2)^2}=\frac{\sqrt{145}}{4}$.

故选：D.

4. 小明新买的储蓄罐有 5 位密码，他决定在“斐波那契数列”的前 6 项中随机抽取 5 个数字设置为储蓄罐的密码，且密码的第 3 位是偶数，已知“斐波那契数列”的前 6 项依次为“1、1、2、3、5、8”，则可以设置的不同密码个数为（　）A. 144　　B. 120　　C. 84　　D. 116

【答案】B

【解析】

【分析】分选取的数字只有一个 1 和有两个 1 两种情况讨论，即可得解.

【详解】若选的数字只有一个 1，此时有两个偶数，则不同的排列方法有 $C_2^1A_4^4=48$ 种；

若选的数字有两个 1，则不同的排列方法有 $2\times A_4^2+2\times 2\times A_4^2=72$ 种.

故共有 $48+72=120$ 种不同的设置方法.

故选：B.

5. 已知抛物线 C：$x^2=2py\left(p>0\right)$ 的焦点 F 到准线 l 的距离为 2，第一象限的点 A 在抛物线 C 上，过点 A 作 l 的垂线，垂足为点 B，若 $\overrightarrow{FB}=2\overrightarrow{FD}$，且点 $\left(0,-3\right)$ 在直线 AD 上，则直线 AD 的倾斜角为（　）

A. $30°$　　B. $40°$　　C. $60°$　　D. $75°$

【答案】C

【解析】

【分析】由抛物线 C：$x^2=2py\left(p>0\right)$ 中 p 的几何意义知 $p=2$，得到焦点 F，设 $A\left(2t,t^2\right)\left(t>0\right)$，由题意得点 B、D 坐标，再根据点 $\left(0,-3\right)$ 在直线 AD 上，由斜率公式求出 t，得到直线 AD 的斜率，进而得倾斜角.

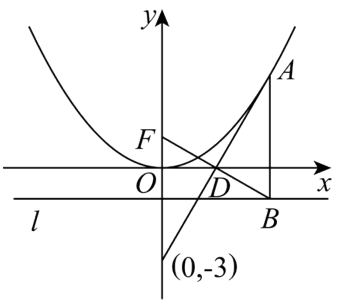
【详解】依题意，得 $p=2$，$\therefore F(0,1)$，

设 $A\left(2t,t^2\right)\left(t>0\right)$，则 $B\left(2t,-1\right)$，

$\because \overrightarrow{FB}=2\overrightarrow{FD}$，故 $D\left(t,0\right)$，

则 $k_{AD}=\dfrac{t^2-0}{2t-t}=\dfrac{3}{t}$，解得 $t=\sqrt{3}$，$\therefore k_{AD}=\sqrt{3}$，

故直线 AD 的倾斜角为 $60°$.



故选：C.6. 已知在锐角 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $2S_{\triangle ABC}=b^2+c^2-a^2$，则 $\dfrac{c}{b}$ 的取值可能为（　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. 1　　C. 3　　D. 5

【答案】B

【解析】

【分析】由三角形面积公式建立等式，解得 $\tan A$，由正弦定理得出 $\frac{c}{b}$ 表达式，由 B 角取值范围得出 $\frac{c}{b}$ 取值范围即可得到可能的取值.

【详解】依题意，得 $2S_{\triangle ABC}=bc\sin A=b^2+c^2-a^2$，故 $\sin A=2\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=2\cos A$，则 $\tan A=2$，

因为A为锐角，所以 $\sin A=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

依题意，$\frac{c}{b}=\frac{\sin C}{\sin B}=\frac{\sin(A+B)}{\sin B}=\frac{2\sqrt{5}}{5\tan B}+\frac{\sqrt{5}}{5}$，

而 $\begin{cases}0<B<\frac{\pi}{2},\\ 0<C=\pi-A-B<\frac{\pi}{2},\end{cases}$ 故 $\frac{\pi}{2}-A<B<\frac{\pi}{2}$，故 $\tan B>\tan\left(\frac{\pi}{2}-A\right)=\frac{1}{2}$，

则 $\frac{c}{b}=\frac{2\sqrt{5}}{5\tan B}+\frac{\sqrt{5}}{5}\in\left(\frac{\sqrt{5}}{5},\sqrt{5}\right)$，

故选：B.

7. 若函数 $f(x)=\frac{2025}{2025^x}-x^3+3x^2-3x-\frac{2025^x}{2025}+2026$，则 $f(2x-3)+f(x-2)<4050$ 的解集为（　）

A. $\left(\frac{7}{3},+\infty\right)$　　B. $\left(-\infty,\frac{7}{3}\right)$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $(-\infty,1)$

【答案】A

【解析】

【分析】由题意可知 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减且 $f(x)$ 的图象关于 $(1,2025)$ 中心对称，所以 $g(x)=f(x+1)-2025$ 为奇函数且单调递减，由此可将 $f(2x-3)+f(x-2)<4050$ 转化为 $g(2x-4)<g(3-x)$，再由 $g(x)$ 的单调性得到 $2x-4>3-x$，解不等式即可得出答案.

【详解】依题意，$f(x)=\left(\frac{1}{2025}\right)^{x-1}-(x-1)^3-2025^{x-1}+2025$，易知 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减，

且 $f(2-x)+f(x)=4050$，故 $f(x)$ 的图象关于 $(1,2025)$ 中心对称，

则 $g(x)=f(x+1)-2025$ 为奇函数且单调递减，

故 $f(2x-3)+f(x-2)<4050 \Leftrightarrow f(2x-4+1)+f(x-3+1)<4050 \Leftrightarrow g(2x-4)+g(x-3)<0$

$\Leftrightarrow g(2x-4)<-g(x-3) \Leftrightarrow g(2x-4)<g(3-x) \Leftrightarrow 2x-4>3-x \Leftrightarrow x>\dfrac{7}{3}$，

故选：A.

8. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的表面积与体积之比为 6，若 $\overrightarrow{D_1E}=\lambda\overrightarrow{D_1C_1}\,(0\le\lambda<1)$，$\overrightarrow{B_1F}=\mu\overrightarrow{B_1C}\,(0<\mu\le1)$，则四面体 $AEFD$ 的体积的最大值为（　）

A. $\dfrac{1}{12}$　　B. $\dfrac{1}{8}$　　C. $\dfrac{1}{6}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】由题意求出 $AA_1=1$，过点 F 作 $GH//BC$，过点 E 作 $EM\perp DG$，$EN\perp CD$，且 EM 与 DG 交于点 O，设 $CG=t$，$ED_1=s$，则 $t,s\in[0,1)$，由 t,s 表示出四面体 $AEFD$ 的体积，即可得出答案.

【详解】依题意，$\dfrac{6|AA_1|^2}{|A_1A_2|^3}=6$，解得 $AA_1=1$.如图所示，过点 F 作 $GH//BC$，

过点 E 作 $EM\perp DG$，$EN\perp CD$，且 EM 与 DG 交于点 O，

设 $CG=t$，$ED_1=s$，则 $t,s\in[0,1)$，

$S_{\triangle ADF}=\dfrac{1}{2}\cdot AD\cdot DG=\dfrac{1}{2}\sqrt{1+t^2}$，

因为 $EM\perp DG$，在四边形 $OMCG$ 中，$\angle OMC+\angle OGC=\pi$，

又因为 $\angle OMC+\angle OMN=\pi$，所以 $\angle OGC=\angle OMN$，

而在 $\triangle DGC$ 中，$\tan\angle OGC=\dfrac{DC}{GC}$，

在 $\triangle ENM$ 中，$\tan\angle OMN=\dfrac{EN}{NM}$，因为 $DC=EN$，所以 $GC=NM=t$，

所以 $EM=DG=\sqrt{1+t^2}$，

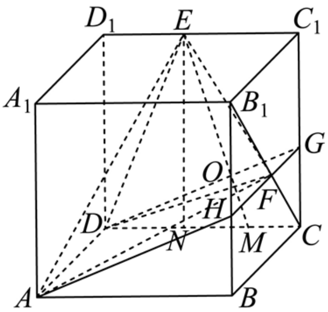
$OM=DM\sin\angle CDG=(t+s)\dfrac{t}{\sqrt{1+t^2}}$，

$OE=\sqrt{1+t^2}-(t+s)\dfrac{t}{\sqrt{1+t^2}}=\dfrac{1-st}{\sqrt{1+t^2}}$，

故$V=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\sqrt{1+t^2}\cdot\dfrac{1-st}{\sqrt{1+t^2}}=\dfrac{1}{6}(1-st)\le\dfrac{1}{6}$，

当且仅当$st=0$时，V取到最大值$\dfrac{1}{6}$，

故选：C.

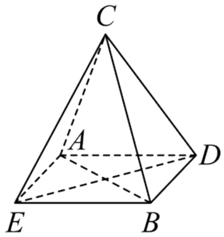


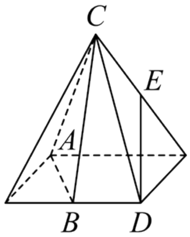
【点睛】关键点点睛：本题的关键点是设$CG=t$，$ED_1=s$，由t,s先表示出$S_{\triangle ADF}$，再求出

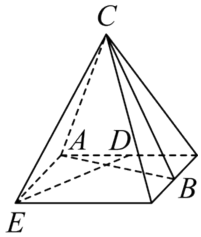
$OE=\dfrac{1-st}{\sqrt{1+t^2}}$，进而可得四面体$AEFD$的体积$V=\dfrac{1}{6}(1-st)\le\dfrac{1}{6}$，即可得出答案.

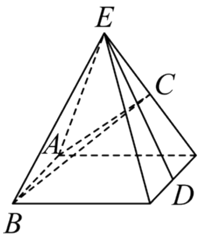
二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分.部分选对的得部分分，有选错的得0分.

9. 下列四棱锥的所有棱长都相等，A，B，C，D，E是四棱锥的顶点或所在棱的中点，则直线DE不与平面ABC垂直的是（　）

A. 

B. 

C. 

D. 

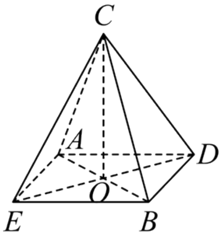
【答案】BCD

【解析】

【分析】由线面垂直的判定，结合向量说明线线的不垂直，逐个判断即可.

【详解】由条件可知四棱锥为正四棱锥，

对于 A：

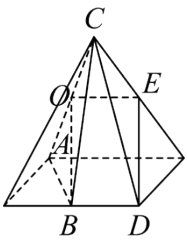


设 AB, DE 的交点为 O，由正四棱锥的结构特征可知：$CO \perp$ 面 $AEBD$，

易知：$CO \perp ED$，又 $ED \perp AB$，CO, AB 为平面 ABC 内两条相交直线，

所以直线 DE 与平面 ABC 垂直；

对于 B：



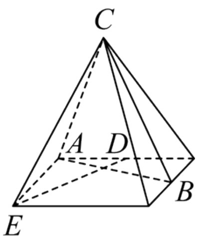
取 CA 的中点为 O，连接 EO, BO，

有中位线性质可知：$EO \mathbin{/\mkern-5mu/} BD$，$EO = BD$，

所以四边形 $BDEO$ 为平行四边形，所以 $DE \mathbin{/\mkern-5mu/} BO$，

可证直线 DE 平行平面 ABC；

对于 C：

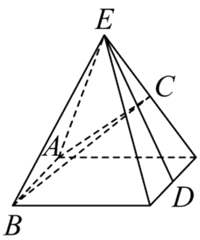


设棱长为 2，$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE}$，

所以 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{AC} = \left(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE}\right) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC} = 1 \times 2 \times \cos 120^{\circ} + 2 \times 2 \times \cos 60^{\circ} = 1$，

所以 AC 与 DE 不垂直，所以直线 DE 不与平面 ABC 垂直；

对于 D：



设棱长为 2，$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FD}$，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FC}$，

所以 $\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{AC}=\left(\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FD}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FC}\right)=\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FD}\cdot\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{FD}\cdot\overrightarrow{FC}$

$=2\times2\cos120^{\circ}+0+2\times1\cos180^{\circ}+1\times1\cos60^{\circ}=-\frac{7}{2}$

所以 AC 与 DE 不垂直，所以直线 DE 不与平面 ABC 垂直；

故选：BCD.

10. 已知函数 $f\left(x\right)=2\cos\left(2x-\frac{\pi}{m}\right)$ 的图象与直线 $y=m\left(0<m<2\right)$ 连续的三个公共点从左到右依次记为 A，B，C，若 $\left|AB\right|=2\left|BC\right|$，则（　）

A. $f\left(x\right)$ 的最小正周期为 π

B. $m=\frac{3}{2}$

C. 将函数 $f\left(x\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位后，得到函数 $g\left(x\right)$ 的图象，则 $g\left(x\right)$ 在 $\left[\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right]$ 上的值域为 $\left[-2,\sqrt{3}\right]$

D. 若函数 $h\left(x\right)=f\left(x\right)+f\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$，则 $y=2h\left(x\right)+x$ 在 $\left(-\infty,\pi\right)$ 上有 6 个零点

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据周期公式可求得 A，设出点的坐标，根据距离之间的关系可得到结果，即可判断 B，根据变换后的解析式可判断 C，根据图象可判断 D 选项.【详解】对于 A，依题意，$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，故 A 正确；

对于 B，$\left|AC\right|=\frac{2\pi}{2}=\pi$，故 $\left|AB\right|=\frac{2\pi}{3}$，$\left|BC\right|=\frac{\pi}{3}$，

记 $A\left(x_0,m\right)$，则 $B\left(x_0+\frac{2\pi}{3},m\right),C\left(x_0+\pi,m\right)$，

故 $\cos\left(2\cdot\frac{x_0+x_0+\frac{2\pi}{3}}{2}-\frac{\pi}{m}\right)=-1$，则 $2x_0-\frac{\pi}{m}=\frac{\pi}{3}+2k\pi\left(k\in\mathbf{Z}\right)$①，

而 $2\cos\left(2x_0-\frac{\pi}{m}\right)=m$②，联立①②可得 $m=1$，故 B 错误；

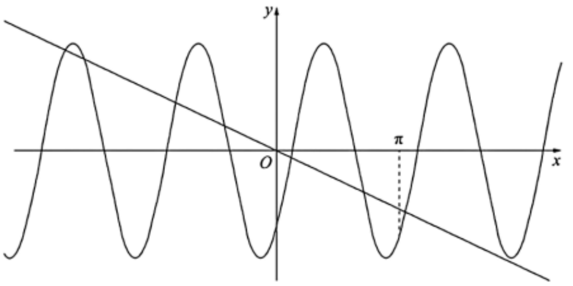
对于 C，$g\left(x\right)=f\left(x-\frac{\pi}{12}\right)=-2\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，

故当 $x\in\left[\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right]$时，$2x\in\left[\frac{4\pi}{3},\frac{8\pi}{3}\right]$，$2x-\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{7\pi}{6},\frac{5\pi}{2}\right]$，

故 $g\left(x\right)\in\left[-2,\sqrt{3}\right]$，C 正确；

对于 D，$h\left(x\right)=f\left(x\right)+f\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=2\sin2x-2\cos2x=2\sqrt{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$，

在直角坐标系中分别作出 $y=h\left(x\right)$，$y=-\frac{1}{2}x$ 的图象如图所示，



，

观察可知，它们在 $\left(-\infty,\pi\right)$ 上有 6 个交点，

即 $y=2h\left(x\right)+x$ 在 $\left(-\infty,\pi\right)$ 上有 6 个零点，故 D 正确；

故选：ACD.

11. 已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为 F_1，F_2，直线 l：$y=kx+m$ 与椭圆 C 交于 P，Q 两点，则（　）A. 若 $\frac{1}{3}a=\frac{1}{2}b=1$，则 $\left|F_1F_2\right|=2\sqrt{5}$

B. 若 l 过右焦点 F_2，且 $\frac{\left|PF_2\right|}{\left|F_2Q\right|}=\frac{3}{2}$，$\angle F_1PF_2=90°$，则椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{15}}{5}$

C. 若 l 过右焦点 F_2.且 $\frac{\left|PF_2\right|}{\left|F_2Q\right|}=\frac{2}{3}$，$\left|PF_1\right|=2\left|PF_2\right|$，则椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. 若 $m=\frac{1}{3}a=\frac{1}{2}b=1$，$\overrightarrow{OR}=\lambda\overrightarrow{OQ}\left(\lambda>0\right)$，且椭圆上存在一点 B，使得 $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OR}$，则 $\lambda\in\left[1,2\right)$

【答案】ACD

【解析】