2024届高三数学考前仿真模拟试题(二)

一、单项选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.已知全集U={1,2,3,4,5},A={1,2,3},B={3,4,5},则$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$等于(　　)

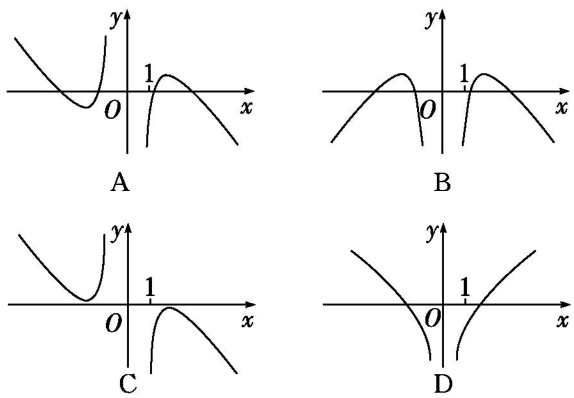
A.U　　　　B.{1,2,4,5}

C.{3}　　　　D.∅

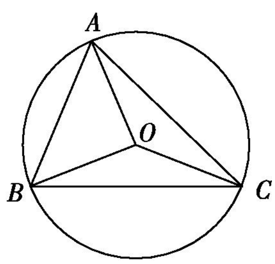
2.已知i为虚数单位,复数z满足z(1+i)=1+3i,则z+2i的虚部为(　　)

A.2　　B.3　　C.2i　　D.3i

3.函数$y=\frac{8\ln|x|}{x}-x$的图象大致为(　　)



4.如图所示,O为锐角三角形ABC外接圆的圆心.若$\sin\angle BAC=\frac{\sqrt{3}}{3}$,则$\cos 2\angle OBC$等于(　　)



A.$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B.$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C.$\frac{1}{3}$　　D.$-\frac{1}{3}$

5.某地教育主管部门安排甲、乙、丙、丁四个人到A,B,C三所学校进行调研,每个学校至少安排一人.若甲不去A学校,则不同的安排方法有(　　)

A.12种　　B.18种　　C.24种　　D.36种

6.已知菱形ABCD的边长为2,∠BAD=60°,则将菱形ABCD以其中一条边所在的直线为轴,旋转一周所形成的几何体的体积为(　　)

A.2π　　B.6π　　C.$4\sqrt{3}\pi$　　D.8π

7.若关于x的不等式$2+\ln x\leqslant ax+b\leqslant e^x$恒成立,则实数a的取值范围是(　　)

A.$[\frac{1}{e},1]$　　B.$[1,\sqrt{e}]$　　C.$[1,e]$　　D.$[\frac{1}{e},e]$

8.已知函数$f(x)=a\sin 2x+b\cos 2x(ab\neq 0)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{6}$对称,若存在$x_1,x_2,\cdots,x_n$,满足$|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\cdots+|f(x_{n-1})-f(x_n)|=|24b|$,其中$n\geqslant 2,n\in N_+$,则n的最小值为(　　)

A.6　　B.7　　C.8　　D.9

二、多项选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9.已知O为坐标原点,点$A(\cos\alpha,\sin\alpha)$,$B(\cos\beta,\sin\beta)$,$C(\cos\frac{\alpha+\beta}{2},\sin\frac{\alpha+\beta}{2})$,则下列说法正确的是(　　)

A.$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|$

B.$|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BC}|$

C.$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

D. $\vec{OA}\cdot\vec{OB}=2\vec{OA}\cdot\vec{OC}$

10. 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的准线方程为 $x=-1$，圆 $E:(x-1)^2+y^2=1$，直线 $y=k(x-1)$ 与 C 交于 A，B 两点，与 E 交于 M，N 两点(A，M 在第一象限)，O 为坐标原点，则下列说法正确的是(　　)

A. $p=1$

B. $\vec{OM}\cdot\vec{ON}>\vec{OA}\cdot\vec{OB}$

C. 若 $|AB|=4|MN|$，则 $k=1$

D. 对于 $\forall k$，$|AM|\cdot|BN|$ 为定值

11. 欧拉函数 $\varphi(n)(n\in N_+)$ 的函数值等于所有不超过 n，且与 n 互素(两个数的最大公约数为 1)的正整数的个数，例如 $\varphi(1)=1$，$\varphi(4)=2$. 欧拉函数具有以下性质：如果 m，n 是互素的正整数，那么 $\varphi(mn)=\varphi(m)\cdot\varphi(n)$. 则下列说法正确的是(　　)

A. $\varphi(40)=16$

B. 若 n 为素数，则 $\varphi(n)=n-1$

C. 若 n 为奇数，则 $\varphi(2n)=2\varphi(n)$

D. 若 $n\in N_+$，则 $\varphi(2^n)=2^{n-1}$

12. 在不透明的罐中装入大小相同的红、黑两种小球，其中红球 a 个，黑球 b 个，每次随机取出 1 个球，记录颜色后放回. 每次取球记录颜色后再放入 c 个与记录颜色同色的小球和 d 个异色小球(说明：放入的球只能是红球或黑球)，记 B_i 表示事件“第 i 次取出的是黑球”，A_j 表示事件“第 j 次取出的是红球”. 则下列说法正确的是(　　)

A. 若 a=4, b=3, c=1, d=0, 则 $P(B_1A_2)=\frac{2}{7}$

B. 若 c=1, d=0, 则 $P(B_1A_2)\neq P(A_1B_2)$

C. 若 a=2, b=1, c=1, d=1, 则 $P(A_1B_2)=\frac{4}{15}$

D. 若 $a\neq b$, c=1, d=1, 则 $P(B_1A_2)\neq P(A_1B_2)$

三、填空题:本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 能够说明“若 $0<a<b<c$, 则 $a<bc$”是假命题的一组实数 a, b, c 的值依次为____________.

14. 害虫防控对于提高农作物产量具有重要意义. 已知某种害虫产卵数 y(单位:个)与温度 x(单位:℃)有关, 测得一组数据 $(x_i, y_i)(i=1, 2, \cdots, 20)$, 可用模型 $y=c_1e^{c_2x}$进行拟合, 利用 $z=\ln y$ 变换得到的经验回归方程为 $\hat{z}=0.3x+\hat{a}$. 若 $\sum_{i=1}^{20}x_i=600$, $\sum_{i=1}^{20}\ln y_i=120$, 则 c_1 的值为____________.

15. 已知 F 是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左焦点, A 是 C 的右顶点, 过点 A 作 x 轴的垂线交双曲线的一条渐近线于点 M, 连接 FM 交另一条渐近线于点 N. 若 $2\overrightarrow{FN}=\overrightarrow{FM}$, 则双曲线 C 的离心率为____________.

16. 在平行四边形 ABCD 中, AB=2, AD=1, ∠BAD=60°, M, N 分别为直线 AB, CD 上的动点, 记 M, N 两点之间的最小距离为 d, 将△ABD 沿 BD 折叠, 直到三棱锥 A-BCD 的体积最大时, 不再继续折叠. 在折叠过程中, d 的最小值为____________.

四、解答题:本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分 10 分)

在△ABC 中,内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知 $\sin(2A+B)=2\sin A(1-\cos C)$.

(1)证明:$b=2a$;

(2)点 D 是线段 AB 上靠近点 B 的三等分点,且 $CD=AD=1$,求△ABC 的周长.

18.(本小题满分 12 分)

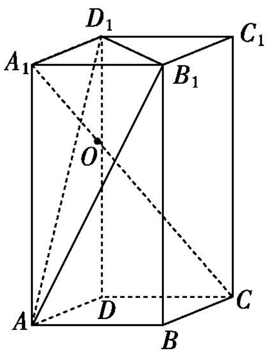
记 S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和,已知 $S_n=(a_n-n)(n+1)$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)数列$\{b_n\}$满足 $b_n-b_{n-1}=\frac{a_n}{2}(n\in N^*, n\geqslant 2)$且 $a_1-b_1=1$, $\{\frac{1}{b_n}\}$的前 n 项和为 T_n,证明:$1\leqslant T_n<2$.

19.(本小题满分 12 分)

如图,在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,四边形 ABCD 为平行四边形,$AA_1=2AB$,$\angle DAB=60°$.



(1)证明:A_1C 与平面 AB_1D_1 的交点 O 为$\triangle AB_1D_1$的重心;

(2)再从条件①,②中选择一个作为已知条件,求直线 A_1C 与平面 AB_1D_1 所成角的正弦值.

条件①:$BD\perp A_1C$;

条件②:平面 AB_1D_1 与平面 ABCD 所成角的正切值为$\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

注:如果选择多个条件分别解答,则按第一个解答计分.

20.(本小题满分 12 分)

某学校从全体师生中随机抽取 30 名男学生、30 名女学生、12 名教师一起参加社会实践活动.

(1)假设 30 名男学生身高均不相同,记其身高的第 80 百分位数为 α,从学校全体男学生中随机选取 3 人,记 X 为 3 人中身高不超过 α 的人数,以频率估计概率,求 X 的分布列及数学期望;

(2)从参加社会实践活动的 72 人中一次性随机选出 30 名,记被选出的人中恰好有 $k(k=1,2,\cdots,30)$ 个男学生的概率为 $P(k)$,求使得 $P(k)$ 取得最大值的 k 的值.

21.(本小题满分 12 分)

已知 $A_1(-2,0)$,$A_2(2,0)$分别是椭圆 C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点,过 A_1 作两条互相垂直的直线 A_1M,A_1N,分别交椭圆 C 于 M,N 两点,$\triangle A_1MA_2$面积的最大值为 $2\sqrt{2}$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)若直线 A_2M 与 A_1N 交于点 P,直线 A_2N 与 A_1M 交于点 Q.

①求直线 PQ 的方程;

②记$\triangle MNA_1$,$\triangle PQA_1$的面积分别为 S_1,S_2,求$\frac{S_1}{S_2}$的最大值.

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=x-\frac{1}{x}+a\ln x$.

(1)当 $a=-2$ 时,求 $f(x)$的单调区间;

(2)记曲线 $y=f(x)$在 $P(x_1,f(x_1))$,$Q(x_2,f(x_2))$两点处的切线斜率分别为 k_1,k_2,直线PQ的斜率为 k_3,其中 $x_1,x_2\in(0,1]$,求证:当 $a\geqslant-1$ 时,有 $k_1+k_2>2k_3$.

1.D　因为 $U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{1,2,3\}$,$B=\{3,4,5\}$,所以 $\complement_U A=\{4,5\}$,$\complement_U B=\{1,2\}$,故 $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\varnothing$. 故选 D.

2.B　由题可得 $z=\frac{1+3i}{1+i}=\frac{(1+3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{4+2i}{2}=2+i$,故 $z+2i=2+3i$,其虚部为3. 故选 B.

3.A　记 $y=f(x)=\frac{8\ln|x|}{x}-x$,其定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,所以 $f(-x)=\frac{8\ln|-x|}{-x}+x=-\left(\frac{8\ln|x|}{x}-x\right)=-f(x)$,

所以 $f(x)$为奇函数,其图象关于原点对称,故排除 BD,

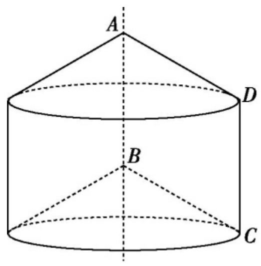
$f(e)=\frac{8\ln|e|}{e}-e=\frac{8-e^2}{e}>\frac{8-2.8^2}{e}=\frac{8-7.84}{e}>0$,故 C 错误,A 正确. 故选 A.

4.D　已知$\angle BOC=2\angle BAC$,因为 $OB=OC$,所以$\angle OBC=\angle OCB$,因为$\angle OBC+\angle OCB+\angle BOC=\pi$,所以 $2\angle OBC+\angle BOC=\pi$,所以 $2\angle OBC=\pi-\angle BOC=\pi-2\angle BAC$,因为 $\sin\angle BAC=\frac{\sqrt{3}}{3}$,所以 $\cos 2\angle OBC=\cos(\pi-2\angle BAC)=-\cos 2\angle BAC=2\sin^2\angle BAC-1=2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2-1=-\frac{1}{3}$. 故选 D.

5.C　当去 A 学校 2 人时,则先从乙、丙、丁 3 人中选 2 人去 A 学校,然后剩下 2 人到 B,C 两校各去 1 人,则不同的安排方法有$C_3^2A_2^2$=6 种;当去 A 学校 1 人时,则先从乙、丙、丁 3 人中选 1 人去 A 学校,然后剩下 3 人分成两组到 B,C 两校,则不同的安排方法有$C_3^1C_3^2A_2^2$=18 种,由分类加法原理可得共 6+18=24(种)不同的方法.故选 C.

6.B　如图是所求的几何体,该几何体上部分为圆锥,下部分为在圆柱内挖去一个与上部分相同的圆锥,故求该圆柱的体积即可,

圆柱的高为 CD=2,点 D 到 AB 的距离为 $2\sin\angle BAD=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$,所以该几何体的体积为 $\pi\times(\sqrt{3})^2\times 2=6\pi$.故选 B.



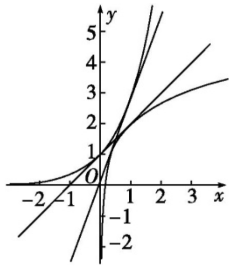
7.C　设 $f(x)=2+\ln x$, $g(x)=e^x$,依题意只需求公切线斜率即可.$f'(x)=\frac{1}{x}$, $g'(x)=e^x$,设切点分别为$(x_1,2+\ln x_1)$,(x_2,e^{x_2}),则切线方程为 $y-(2+\ln x_1)=\frac{1}{x_1}(x-x_1)$,即 $y=\frac{1}{x_1}x+1+\ln x_1$.

$y-e^{x_2}=e^{x_2}(x-x_2)$,即 $y=e^{x_2}x+(1-x_2)e^{x_2}$.

则$\begin{cases}\frac{1}{x_1}=e^{x_2}, ①\\ 1+\ln x_1=(1-x_2)e^{x_2}, ②\end{cases}$

由①得 $x_2=-\ln x_1$,

代入②得$(1+\ln x_1)(1-\frac{1}{x_1})=0$,则 $x_1=1$ 或 $x_1=\frac{1}{e}$,故公切线斜率为 $k=1$ 或 $k=e$,如图,$a\in[1,e]$.故选 C.



8.B　由 $f(x)=a\sin 2x+b\cos 2x(ab\neq 0)$

可得 $f(x)=\sqrt{a^2+b^2}\sin(2x+\varphi)$，其中 $\tan\varphi=\frac{b}{a}$；

又因为 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称，

所以需满足 $2\times\frac{\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in Z$，

解得 $\varphi=\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in Z$，

即 $\tan\varphi=\tan(\frac{\pi}{6}+k\pi)=\frac{\sqrt{3}}{3}, k\in Z$，

可得 $\tan\varphi=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，即 $a=\sqrt{3}b$，所以 $f(x)=|2b|\sin(2x+\frac{\pi}{6}+k\pi), k\in Z$，由正弦函数值域可得 $f(x)=|2b|\sin(2x+\frac{\pi}{6}+k\pi)\in[-|2b|,|2b|]$.

若要求满足 $|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\cdots+|f(x_{n-1})-f(x_n)|=|24b|$ 的 n 的最小值，

只需满足 $|f(x_{n-1})-f(x_n)|$ 取最大值即可，而

$|f(x_{n-1})-f(x_n)|\leqslant|2b-(-2b)|=|4b|$，所以

当且仅当 $|f(x_1)-f(x_2)|=|f(x_2)-f(x_3)|=\cdots=|f(x_{n-1})-f(x_n)|=|4b|$ 时满足题意，

即 $|f(x_1)-f(x_2)|+|f(x_2)-f(x_3)|+\cdots+|f(x_{n-1})-f(x_n)|=|24b|=6\times|4b|$，所以 $n-1=6$，得 $n=7$，即 n 的最小值为 7. 故选 B.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
https://d.book118.com/268115114121006055