基于GARCH模型的股票风险价值探析

张三

（数学科学学院 数学与应用数学 学号：123456789 指导教师：X四副教授）

摘要：股票市场通常具有很强的不确定性，这种不确定性往往会带来较大的风险。如何度量股票市场的系统性风险以及如何规避非系统性风险，是如今金融市场风险管理的核心，同时，这也对风险分析提出了挑战。因为实际的收益率存在尖峰后尾特征，而不符合通常数据分析所需要的正态分布特征，在这种情形下VAR模型的估值结果将出现对风险的低估，GARCH模型能够改善序列的尖峰厚尾现象。因此，本文选取了深圳证券交易所近7年的股票收益率作为研究对象，将GARCH、VAR两个模型相结合模型,并利用其测量股市的风险。最后做出总结，确定了GARCH(1，1)模型为比较合适的模型，该模型所估算出的VAR值可以很好地对证券风险进行评价，模型存在着一定的普适性，并且风险对收益也存在着不显著的影响。其次，指数收益通常具有杠杆性，即投资者对某指标收益率下降的反应通常大于同等程度收益率增加的反应，即收益的降低对投资者和市场的影响比较大。

关键词：GARCH模型；VAR；风险分析

The Application of the VAR Model Based on GARCH in Stock Risk Analysis

Abstract: The stock market usually has a strong uncertainty, which often brings greater risks. How to measure the systemic risk in the stock market and how to avoid the non-systemic risk is the core of the risk management in the financial market today, and it also poses a challenge to the risk analysis. Because the actual yield has the peak backtail characteristics, which do not meet the normal distribution characteristics required for the usual data analysis, in this case, the valuation results of the VAR model will underestimate the risk, and the GARCH model can improve the peak and thick tail phenomenon of the sequence. Therefore, this paper selects the stock yield rate of Shenzhen Stock Exchange for nearly 7 years as the research object, combines the GARCH and VAR models, and uses them to measure the risk of the stock market. Finally, it is concluded that the GARCH (1,1) model is a relatively appropriate model. The VAR value estimated by the model can well evaluate the securities risk. The model has a certain universality, and the risk also has no significant impact on the return. Secondly, index returns are usually leveraged, that is, investors usually respond more to the decline in the yield of an index than to the increase in the yield of the same degree, that is, the decrease in returns has a greater impact on investors and the market.

Key words: GARCH model； VAR； risk analysis

目录

1 绪论

1.1 研究背景及意义

从二十多年前的中国证券市场建立至今，随着中国证券市场的持续发展与壮大，逐渐形成了适合我国市场经济发展的独特道路，中国证券市场的经营规模持续扩大，制度化发展也日趋完善。但证券行业中也存有许多地方的问题。由于我国股票市场体质特殊，比较年轻，市场风险也在不断加大。同时，股票市场通常具有很强的不确定性。所以，将怎样对证券交易的风险加以衡量作为市场经济监督管理的焦点，将逐步变成金融市场风险管理的核心内容。同时，中国证券市场的复杂化也对风险度量问题提供了挑战，这就需要比较合适的建模等方法来解决风险度量问题。

关于风险的度量，VAR 方法是目前比较流行的方法。VAR 方法即利用 VAR 模型来测量风险的方法。VAR 模型即向量自回归模型，VAR 即风险价值度，是指基于一定的置信度下，资产组合可能损失的最大值。该方法能够测量不同交易的风险，并将风险以数值形式体现。VAR 模型可以预测未来风险值，也可以仅仅用一个数值显示出股票在某一段时期内所面临的市场风险。为了方便建模分析，通常在实证分析中会假设金融数据呈现正态分布，以此来计算 VAR 值。然而，在通常情况下，金融时间序列不具有正态分布的特征，往往呈现出尖峰后尾的特征，因此简单的用正态分布去拟合这些金融数据的分布对于现实情况是不太可取的，传统意义的线性回归模型无法准确地进行模拟。在正态分布的条件下这样的 VAR 估计会使得实际风险被低估。

GARCH 模型能够在一定程度上克服 VAR 方法的不足，GARCH 模型指的是广义 ARCH 模型，是基于 ARCH 模型提出来的，该模型能够很好地描述金融时间序列的动态复杂性，较好地反映市场变化的风险，准确地模拟时间序列的波动性变化，该模型能够很好地运用于股票风险分析当中。

为了验证 GARCH 模型的可行性，并分析我国股票市场的风险，本文将使用上述所说的方法，将 GARCH 模型与 VAR 方法相结合，选取深证成指近 10 年的股指收盘价作为研究数据，对股票风险进行实证度量。

1.2 国内外研究进展及现状

从目前关于 VAR 方法的研究文献可以看出，对于 VAR

方法国内外学术界现在已逐渐形成了一套自身的体系。1994 年，J.P.Morgan 银行研究了称为 RiskMetric 的金融市场风险计量模型，1995 年巴塞尔市银行监督委员会提出允许在满足必要条件的商业银行境内以 VAR 为基准，计量金融市场经营风险的资本金需求。从此以后，VAR 模型的方法和研究就不断发展。关于 GARCH 模型，1982 年，Engle 研究英国通货膨胀的时候，提出了自回归条件异方差模型，即 ARCH 模型，1986 年，Bollerslev 提出了广义自回归条件异方差 GARCH 模型，这一方法能够及时更快的解决残差异方差等问题[1]。

在2000年之前，国内研究者大多集中于对国外学者研究成果的分析和应用当中，在 2000 年之后国内学者对 VAR 方法的研究也有了飞跃的发展，将 VAR 方法运用到了各行各业中。在 2000 年，中国学者杜海涛首次将 VAR 方法运用于中国的证券市场领域，对风险测算做出了实证分析，并指出用 VAR 模型测算中国证券市场风险的有效性比较好，同年中国学者范英将 VAR 方法运用到了中国的证券市场中，对深证综指风险做出了分析。2002 年，学者王美今和王华也对沪市开展了实证分析，并得到统一结论，指出 VAR 在一定程度上能够反映当前的风险测度指标，而针对普遍存在的收益率分布的非正态情况，一般的 GARCH 模式也可以降低影响风险，总之，国内研究普遍认为 VAR 模型是适用于我国的股票市场的。对于 GARCH 模型，国内学者的研究较晚。2007 年，学者曹建美利用 GARCH 模型，基于正态分布、t 分布和广义误差分布，对我国证券市场进行了实证分析和研究。

总的来说，国外研究者更侧重于研究VAR模型优化组合问题，而对于在GARCH下的 VAR 方法国外有很多研究的先例。而国内对于 VAR 方法的计算方面研究较多。

1.3 主要内容和结构安排

本文主要是研究 GARCH 模型如何运用于金融市场上，如何结合 GARCH 模型算出较符合实际的 VAR 值以此来衡量风险。

在论文的第一章中，阐述了此次研究的历史背景。简要介绍了 VAR 怎样度量风险，以及将 GARCH 模式使用于金融市场时间序列分析方法中的可行性与创新性。

在本文的第二章，分别介绍了 VAR 和 GARCH 模型的有关概念，并提出了模型运用的具体方式。阐述了 VAR 的概念，以及 VAR 的计算公式等 VAR 的基本原理。接着介绍了计算 VAR 具体数值的各种方式。在介绍完前者后，又着重介绍了本文的重点 GARCH 模型，包括 GARCH 模型的由来以及 TGARCH、EGARCH 的

具体含义。

第三章为论文的重点，根据上述模型理论，实证分析了中国深圳证券交易所从2015年至今的股票收益率时间序列。选择了1740个深证成指历史收盘价得出股票的单日收益率序列，之后利用收益率数据得到对数收益率，在获取了对数收益率序列之后，进行了ARCH检验，并由此来判断收益率残差序列是否是符合ARCH检验效果的，再确定GARCH模型是否符合用VAR计算的波动性的统计。在后文又对各种GARCH模型检验，确立GARCH(1,1)是建模的最优者。为克服杠杆效应等问题，接着又构建了TGARCH模型和EGARCH模型，最后在根据t分布和GED分布不同分布假定下，讨论了GARCH类模型的VAR算法。通过实际的历史数据，测算了深市从2015年1月31日至2022年2月28日平均一天期的VAR值，并由此来测算股票市场风险。

对数据进行分析处理后，第四章中对本论文所采用的方法加以总结评估，从而肯定了VAR-GARCH在金融资产风险分析方法上的可行性和准确性。并对中国证券市场风险的分析方法做出了一定的总结，但因为是初次接触该模型，该模型在金融市场上的运用仍有不少需要完善与提高的地方，最后也对今后进一步学习给出了意见。

1.4 研究方法

本次论文主要采取了以下研究方法:

1、实证分析法。实证分析方法，是以事实或者实际可以获取到的数据为主要研究对象，对事物实际的说明或者阐释，再经过数据分析、统计、实证研究预测等，来解释事物实际是什么样子和怎样处理现实问题，即从社会经济现象入手来总结和剖析其所产生的内部规律，偏重于对社会事物现象的总结与概括。论文在利用各种GARCH模型对股票市场的风险度量等方面,展开了大量实证分析。

2、动态分析法(Dynamic

Analysis)。动态分析法是经济学实证研究经常使用的方法，是以客观现象的实际数量特征为准则，并由此来确定研究现象是否遵循了一般的趋势，并且探究它为何背离了一般趋势，再对未来的一般趋势作出预报的一个统计分析的技术方法。它不仅适用于均衡体系，而且适用于连续失衡的经济体系。由于我们对于金融风险度量、管理的认识是一个不断认知、学习的动态过程，本文将在这些动态过程中总结各种 GARCH 模型在金融风险研究中的应用现状和发展前景[3]。

2 模型的理论基础

2.1VAR 的相关理论

2.1.1VAR 的定义及基本原理

VAR 的全名也叫 Valueat Risk，对于一个资产或负债的组合，VAR 即按风险估计、表示风险价值度，也即在一定置信水平下，负债组合的可能损失的最大值。它能够测量不同交易的风险，并将风险以数值形式体现。可以描述为：

$$\mathrm{prob}(\Delta p \geq \mathrm{Yar}) = 1-\alpha \qquad (2.1)$$

从 VAR 的基本概念可以得知，在计算 VAR 的时候，我们必须考虑以下要点。

1、首先，要选择置信度。因为置信度估计的选择很具有随意性，这主要是取决于要如何解释风险值，在通常情况下我们选择 1%-5%。其次要选择一定的时间长度，一般来说，这取决于资产的波动性，而对于波动性相对较差的资产，我们所要选择的时间也相对比较长。

2、在计算 VAR 值的时候，最难确定的要素是损益的概率密度函数，这需要确定资产的概率分布。

2.1.2VAR 的主要计算方法

对于 VAR 的计算，主要有历史模拟方法、蒙特卡洛模拟法、方差---协方差法。这三种方法都能用来预测市场因子的波动性。

(1)历史模拟法：历史模拟法,英文全称为 Historieal Simulation Method，是一个非参数的方法，在计算 VAR 值的时候，该方法是最常见的，它通常会使用所选择对象的历史数据，而对于收益的分配，它通常参照过去的收益分布情况。即从所有历史数据中，找出平均的最高收益情况以及在一个置信水平下的较低收益情况，并由此来估算 VAR 的值。简单来说，就是不需要假设股票市场的数据是什么样的统计分布，直接用其历史分布来代替收益率的真实分布，以此来计算 VAR 的值[4]。

但是此方法虽然比较简单，省略了需要处理数据非线性波动大等要求，不用计算一些参数。但是正因为操作简单，默认市场数据未来变化和历史一样这一点不符合现实，其次，在大部分情况下，历史模拟法不利于进行灵敏度分析等等，计算出的 VAR 值波动性也可能较大。

(2)蒙特卡洛模拟法：蒙特卡洛模拟法英文全称为 Monte Carlo

Simulation。蒙特卡洛模拟法和历史模拟法相近的一点是也不需要对金融数据的分布做任何假设。该方法的基础是概率统计的理论，它是一种随机模拟方法，具体操作是它需要联系一个概率模型，通过对样本不断地进行抽样统计，最终得到稳定的结果，以此来完成对总体特征的推断。

但是此方法也有很大的缺陷。它需要基于一定的随机模型，并且需要较高的成本，模型也不能确保是否有稳健性。

(3)方差——协方差法

方差——协方差法是最常见的计算 VAR 的方法，同时也是一个参数法，它一般是根据正态分布的假设，在此基础上使用历史数据计算均值、标准差和相关系数，然后再使用得出的参数数据计算出 VAR 数值。

方差——协方差法中，最常用的是 J.P.Morgan 的 Risk Metrics 风险度量模型和 GARCH 模型，不过前者由于在实际中对金融数据的实际收益出现了后尾现象，所以往往算得出的 VAR 值都是低估的。

ARCH 是 GARCH 模型的前身。一般情形下，我们在回归分析中所采用的方式都是对因子的均值构建模型，和一般的建模方法不同，ARCH 模型在构建模型的过程中我们重点注重于对方差的建模。ARCH 模型的结构决定于移动平均的阶数 P，因此如果要很好地捕捉股市的异方差贡献率现象，就需要使用更高阶 ARCH，但是当 P 值较大时，参数估计的有效性就将会下降，同时还会产生类似解释变量多重共线性等的一些问题。在 1986 年，Bollerslev 把 ARCH 模式重新引入，并发展成了广义的 ARCH，即 GARCH 模型，这一新的模型就是为了弥补这一弱点。随后的十几年中，计量经济学家们对基本的 GARCH 模型进行了许多变形，现已发展成为一个包含众多方法的模型类别[6]。

大量的实验研究结果都表明，GARCH 具备了良好描述金融时间序列的特征，尤其有利于对金融时间序列的建模即预测或波动性估计，同时具备了处理方差的时变性和厚尾分布的功能。本文实证分析部分将运用 GARCH 类模型度量深证成指市场指数 VAR 值。其模型具体如下：

$$\gamma_t = \mu + \varepsilon_t \qquad (2.2)$$

基于条件方差方程和具体参数项假设之间的差异，可衍生出多种 GARCH 的模型，如 EGARCH、PARCH 等。下面简单介绍一下各种的 GARCH 模型。

2.2GARCH 模型的相关理论

2.2.1GARCH 模型的由来

GARCH 模型即广义自回归条件异方差模型，为理解金融时空序列中波动性的特征,近几年来经济学家们一直在致力建立相应的GARCH模型。ARCH模型是1982年 RobertF.Engle 在为了研究关于股市波动情况的目的下提出的。ARCH 模型可以较好地处理数据的厚尾情况，因为相对于其他的模型，该模型可以很好的表现这一点，而该模型的基础思路就是，在 t 时间，其干扰项的要求方差依赖于在 t-1，t-2，...等期间的干扰项，不过其不足之处就是，通常在金融领域中，其数据的干扰项要求方差依赖于在很多期以前的干扰项，这一要求导致代估参数数量会变得很多，ARCH 模型的准确度就降低了。为改善这些问题，1986 年波勒斯夫在恩格尔的 ARCH 模型的基础上,建立了新GARCH模型,即广义的自回归条件异方差模型,新GARCH(p，q)以少量的条件方差的落后项取代大量的条件扰动项落后项,并通过低阶次GARCH 模型来代表更高次 ARCH 模型，从而使待估参量大大地减小，增加了准确性。

2.2.2ARCH 模型

1982 年 Robert F.Engle 提出的 ARCH 模型用来分析有关英国通货膨胀指数的波动性。ARCH 模型是建立在收益率序列方程的基础上，其中α_t假设$\{\alpha_t\}$不自相关且不互相独立。用公式表示

即为：

$$\alpha_t = \sqrt{\eta_t \varepsilon_t}$$

$$h_t = \beta_0 + \beta_1 \alpha_{t-1}^2 + \beta_2 \alpha_{t-2}^2 + \ldots + \beta_p \alpha_{t-p}^2 \qquad (2.3)$$

在上述公式中，ε_t服从正态分布或者标准 t 分布。β_i为常数，并且$\beta_0 > 0$，$\beta_i \geq 0$，(i>0),此外，γ_t的无条件方差是正值，该模型是 ARCH(p)模型。

ARCH 模型的分析充分考虑了市场收益率的条件异方差性和偏差平方的均匀移动，从而实现了这样的假设，即当金融市场价格在 M 期之前很早发生变化时，无论其走向何方，条件偏差值的平方会增加，这也会增加所呈现的实际条件方差。这意味着，无论收益率波动的方向如何，当前金融市场的波动性也将非常大。

2.2.3GARCH 模型

GARCH 模型能够很好地刻画金融时间序列的偏斜、重尾、时变波动特性，被国内外学者们广泛用以进行金融时间序列建模。GARCH 模型是高阶 ARCH 模型，极大地减少了待评估的参数，解决了 ARCH 模型的固有缺陷，便于模型识别和评估，假设γ_t满足公式$\gamma_t = \mu_t + a_t$，并且均值都是常数参数，具体如下：

$$\mu_t = \varphi_0 + \sum_{i=1}^{p} \varphi_i \gamma_{t-i} - \sum_{i=1}^{q} \vartheta_i a_{t-i} \qquad (2.4)$$

若是随机项$\gamma_t = \mu_t + a_t$满足下面的式子：

$a_t = \sqrt{h_t \varepsilon_t}$，$h_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i a_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{q} h_j \gamma_j$，则$\gamma_t$服从 GARCH(p,q)模型，其中$\varepsilon_t$~N(0,1),且$\beta_i$和$\gamma_i$都是常数且大于等于 0，同时也满足$\gamma_t$的无条件方差为正值。

2.2.4TGARCH 模型

由于股指收益序列具有波动、偏度、峰值和重尾分布的特点，GARCH 模型对收益序列的上述特征具有明显的劣势。1991 年，zakoian 提出了 TGARCH 模型。t-GARCH 模型可以拟合时间序列的边际分布。表达。t-GARCH(1，1)模型的表达形式如下：

$$\gamma_t = \mu_t + a_t$$

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \varphi_0 + \varphi_1 a_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \qquad (2.5)$$

在上式中，γ_t为金融收益率序列，μ_t是γ_t的均值项，为了使a_t为平稳序列，可选择 ARMA 或是 ARIMA 模型确定的μ_t数值。a_t是μ_t的波动项，可以用来说明金融收益率序列的波动等特性。其中ε_t为白噪声，是一个自由度为 v、满足 t-分布，且是独立同分布的序列；参数 v、φ_0、φ_1、β未知，可以用 Eviews 计量软件加以估算。对于一个金融时间序列而言，常常是平稳的，但存在阶段变化且平方序列具有 ARCH 效应,因此在上述模型中，可以将变量视μ_t为收益率序列的样本均值。等时间间距观察的序列样本为$\{\gamma_1 + \gamma_2 + \cdots + \gamma_t\}$，根据 t-GARCH 模型可得出该样本，使用 Eviews 对参数 v、φ_0、φ_1、β和进行计算后，可得到条件分布：

$$\mathrm{p}(\mathrm{R}_{t+1} \le \mathrm{r}/\Omega_t) = \mathrm{p}(\alpha_{t+1} \le (\gamma-\mu)/\Omega_t) = \mathrm{p}(\sigma_{t+1}\varepsilon_{t+1} \le (\gamma-\mu)/\Omega_t)$$

$$= \mathrm{p}\left(\varepsilon_{t+1} \le \frac{\gamma-\mu}{\sqrt{\varphi_0 + \varphi_1 a_t^2 + \beta\sigma_t^2}}\right)$$

$$= t_0\left(\varepsilon_{t+1} \le \frac{\gamma-\mu}{\sqrt{\varphi_0 + \varphi_1 a_t^2 + \beta\sigma_t^2}}\right) \qquad (2.6)$$

其中,t_0为服从 t-分布的函数，自由度为 v，Ω_t为开始截止到时刻 T 时间段内所

收集的信息集，T 时刻的下一观测时刻收益率R_{t+1}条件分布为。