

江苏省苏北地区 2024 届高三下第一次测试数学试题

考生须知：

1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若 AB 为过椭圆 $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$ 中心的弦， F_1 为椭圆的焦点，则 ΔF_1AB 面积的最大值为（ ）

- A. 20 B. 30 C. 50 D. 60

2. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F(c, 0)$ ，若 F 到直线 $2bx - ay = 0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}c$ ，则 E 的离心率为（ ）

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

3. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦点分别为 F_1, F_2 ，其中焦点 F_2 与抛物线 $y^2 = 2px$ 的焦点重合，且椭圆与抛物线的两个交点连线正好过点 F_2 ，则椭圆的离心率为（ ）

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2} - 1$ C. $3 - 2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3} - 1$

4. 在区间 $[-3, 3]$ 上随机取一个数 x ，使得 $\frac{3-x}{x-1} \geq 0$ 成立的概率为等差数列 $\{a_n\}$ 的公差，且 $a_2 + a_6 = -4$ ，若 $a_n > 0$ ，则 n 的最小值为（ ）

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

5. 设 $a = 0.82^{0.5}$ ， $b = \sin 1$ ， $c = \lg 3$ ，则 a, b, c 三数的大小关系是

- A. $a < c < b$ B. $a < b < c$
C. $c < b < a$ D. $b < c < a$

6. 体育教师指导 4 个学生训练转身动作，预备时，4 个学生全部面朝正南方向站成一排。训练时，每次都让 3 个学生“向后转”，若 4 个学生全部转到面朝正北方向，则至少需要“向后转”的次数是（ ）

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

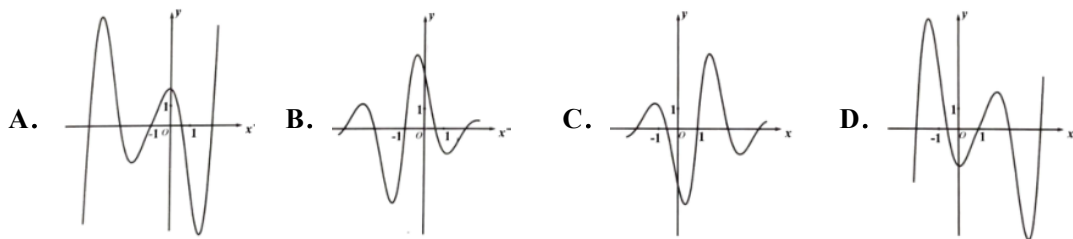
7. 设 $(1+i)a = 1+bi$ ，其中 a, b 是实数，则 $|a+2bi| =$ （ ）

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

8. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$, $N = \{x | y = \sqrt{x-a}\}$ 若 $M \cap N = M$, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

9. 定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x) = f(2-x)$ 满足 $|f(x)| \leq 2^{|x-1|}$, 且 $f(x) = f(2+x)$ 为奇函数, 则 $f(x) = f(2-x)$ 的图象可能是 ()



10. 已知 $f(x) = 1 - 2\cos^2(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($\omega > 0$). 给出下列判断:

- ①若 $f(x_1) = 1, f(x_2) = -1$, 且 $|x_1 - x_2|_{\min} = \pi$, 则 $\omega = 2$;
 ②存在 $\omega \in (0, 2)$ 使得 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的图象关于 y 轴对称;
 ③若 $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上恰有 7 个零点, 则 ω 的取值范围为 $[\frac{41}{24}, \frac{47}{24})$;
 ④若 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$ 上单调递增, 则 ω 的取值范围为 $(0, \frac{2}{3}]$.

其中, 判断正确的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

11. 已知 $\cos \alpha = -\frac{1}{3}, \alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $\sin(\pi + \alpha) =$ ()

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

12. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_3 + a_1 = S_2$, $a_4 = 6$, 则 $S_5 =$ ()

- A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 在定义域 $[m, n]$ 上的值域是 $[m^2, n^2]$ ($1 < m < n$), 则 a 的取值范围是_____.

14. 已知函数 $f(x) = a \ln(2x) - e^{\frac{2x}{e}}$ 有且只有一个零点, 则实数 a 的取值范围为_____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_{n+1} = \frac{2a_n^2}{a_{n+1} - a_n}$, $a_1 = 1$, 则 $S_7 =$ _____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线交 AC 于点 D , 且 $BD = 1$, 则 $4a + c$ 的最小值为 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , $\sqrt{3} \sin(A + B) = 4 \sin^2 \frac{C}{2}$.

(1) 求 $\cos C$;

(2) 若 $b = 7$, D 是 BC 边上的点, 且 $\triangle ACD$ 的面积为 $6\sqrt{3}$, 求 $\sin \angle ADB$.

18. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上顶点为 B , 圆 $C': x^2 + y^2 = 4$ 与 y 轴的正半轴交于点 A , 与 C

有且仅有两个交点且都在 C 轴上, $\frac{|OB|}{|OA|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (O 为坐标原点).

(1) 求椭圆 C 的方程;

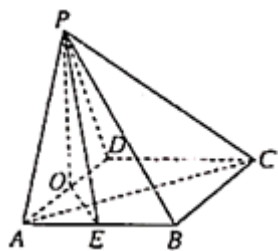
(2) 已知点 $D(-1, \frac{3}{2})$, 不过 D 点且斜率为 $-\frac{1}{2}$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 M, N 两点, 证明: 直线 DM 与直线 DN 的斜率互为相反数.

19. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, F 是椭圆 C 的一个焦点, 点 $M(0, 2)$, 直线 MF 的斜率为 1.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(1) 若过点 M 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 线段 AB 的中点为 N , 是否存在直线 l 使得 $|AB| = 2|MN|$? 若存在, 求出 l 的方程; 若不存在, 请说明理由.

20. (12 分) 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 为菱形, $PA = 5$, $PB = \sqrt{43}$, $AB = 6$, $PO \perp AD$, O, E 分别为 AD, AB 中点. $\angle BAD = 60^\circ$.



(1) 求证: $AC \perp PE$;

(2) 求平面 POE 与平面 PBD 所成锐二面角的余弦值.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/275031030301012101>