

2025 年十堰市六县市区一中教联体 3 月联考

高二数学试卷 (答案在最后)

审题教师:

考试时间: 2025 年 3 月 18 日下午 15: 00—17: 00 试卷满分: 150 分

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4 + a_8 = 20$, $a_7 = 12$, 则 $a_5 =$ ()

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

【答案】C

【解析】

【分析】根据等差数列的性质求解即可.

【详解】根据等差数列的性质, 可得 $a_4 + a_8 = a_5 + a_7$,

则 $a_5 + 12 = 20$, 即 $a_5 = 8$.

故选: C.

2. 设 m, n 为实数, 若直线 $mx + ny + 2 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 相切, 则点 $P(m, n)$ 与圆的位置关系是 ()

- A. 在圆上 B. 在圆外 C. 在圆内 D. 不能确定

【答案】C

【解析】

【分析】根据直线与圆的位置关系得到方程, 求出 $m^2 + n^2 = 1 < 4$, 确定点与圆的位置关系.

【详解】由圆 $x^2 + y^2 = 4$, 圆心为 $(0, 0)$, 半径为 2,

因为直线 $mx + ny + 2 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 相切,

故 $\frac{|2|}{\sqrt{m^2 + n^2}} = 2$, 故 $m^2 + n^2 = 1 < 4$, 所以点 $P(m, n)$ 在圆 $x^2 + y^2 = 4$ 内.

故选: C

3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, a_2, a_6 是方程 $x^2 - 8x + m = 0$ 两根, 若 $a_3 a_5 = 3a_4$, 则 m 的值为 ()

- A. -9 B. -3 C. 3 D. 9

【答案】D

【解析】

【分析】根据等比数列性质可得 $a_2 a_6 = a_4^2$ ，再由根与系数的关系计算可得结果.

【详解】由 a_2, a_6 是方程 $x^2 - 8x + m = 0$ 两根可得
$$\begin{cases} a_2 + a_6 = 8 \\ a_2 a_6 = m \end{cases},$$

由等比数列性质可得 $a_3 a_5 = a_4^2 = 3a_4$ ，解得 $a_4 = 3$ 或 $a_4 = 0$ （舍）；

所以 $a_2 a_6 = a_4^2 = m = 9$.

故选：D

4. 已知 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数，且 $f(x) = 2f'(1)\ln x + \frac{1}{x}$ ，则 $f'(1) =$ ()

A. 1

B. 2

C. -1

D. -2

【答案】A

【解析】

【分析】求导，即可代入求解.

【详解】由 $f(x) = 2f'(1)\ln x + \frac{1}{x}$ 可得 $f'(x) = 2f'(1)\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ ，

故 $f'(1) = 2f'(1) - 1$ ，解得 $f'(1) = 1$ ，

故选：A

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 1，且 $a_3, a_5 + 1, 2a_6$ 成等比数列，则数列 $\{(-1)^n a_n\}$ 的前 2025 项和为 ()

A. -1013

B. -505

C. 505

D. 1013

【答案】A

【解析】

【分析】利用给定条件结合分类讨论确定公差，再将目标数列求出，利用并项求和法求和即可.

【详解】设公差为 d ，因为 $a_3, a_5 + 1, 2a_6$ 成等比数列，

所以 $(a_5 + 1)^2 = a_3 \times 2a_6$ ，则 $(1 + 4d + 1)^2 = (1 + 2d) \times 2(1 + 5d)$ ，

解得 $d = 1$ 或 $d = -\frac{1}{2}$ ，当 $d = -\frac{1}{2}$ 时， $a_3 = 1 - 2 \times (-\frac{1}{2}) = 0$ ，

此时与 $a_3, a_5 + 1, 2a_6$ 成等比数列矛盾，故排除，

当 $d=1$ 时, $a_n=1+n-1=n$, 此时令 $b_n=(-1)^n a_n=(-1)^n n$,

而其前 2025 项和为 $-1+2-3+4+\dots+2024-2025$,

$=(-1+2)+(-3+4)-2025=1012\times 1-2025=-1013$, 故 A 正确.

故选: A

6. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$, 直线: $x+y+3\sqrt{7}=0$, 若点 P 为 C 上的一点, 则点 P 到直线的距离的最小值为 ()

A. $\sqrt{7}$

B. $\sqrt{14}$

C. $2\sqrt{7}$

D. $2\sqrt{14}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据椭圆的方程, 采用三角代换, 利用点到直线的距离公式表示出点 P 到直线: $x+y+3=0$ 的距离, 结合辅助角公式即可求得答案.

【详解】由 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$, 可得其参数方程为 $\begin{cases} x=2\cos\theta \\ y=\sqrt{3}\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数),

可设 $P(2\cos\theta, \sqrt{3}\sin\theta)$, 点 P 到直线: $x+y+3\sqrt{7}=0$ 的距离为 d ,

则有 $d = \frac{|2\cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta + 3\sqrt{7}|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{|\sqrt{7}\sin(\theta+\varphi) + 3\sqrt{7}|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}\sin(\theta+\varphi) + 3\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$, 其中 $\sin\varphi = \frac{2\sqrt{7}}{7}$,

$\cos\varphi = \frac{\sqrt{21}}{7}$,

故当 $\theta+\varphi = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$) 时, $\sin(\theta+\varphi) = -1$, d 取得最小值,

此时 $\sin\theta = -\cos\varphi = -\frac{\sqrt{21}}{7}$, $\cos\theta = -\sin\varphi = -\frac{2\sqrt{7}}{7}$,

即当 P 的坐标为 $\left(-\frac{4\sqrt{7}}{7}, -\frac{3\sqrt{7}}{7}\right)$ 时, d 有最小值为 $\frac{3\sqrt{7}-\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \sqrt{14}$.

故选: B.

7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x-1, & x \leq 0 \\ |\ln x|, & x > 0 \end{cases}$, 若 $g(x) = f(x) - ax$ 至少有三个不同的零点, 则实数 a 的取值范围是

()

- A. $(0, e)$ B. $(0, e]$ C. $\left(0, \frac{1}{e}\right)$ D. $\left(0, \frac{1}{e}\right]$

【答案】D

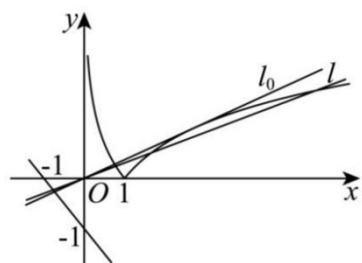
【解析】

【分析】由函数零点的意义，把问题转化为直线 $y = ax$ 与函数 $y = f(x)$ 的图象至少有 3 个交点，作出图象，利用导数求出相切的情况，然后数形结合求得.

【详解】由 $g(x) = 0$ ，得 $f(x) = ax$ ，函数 $g(x)$ 至少有 3 个不同的零点，

等价于直线 $y = ax$ 与函数 $y = f(x)$ 的图象至少有 3 个交点，

直线 $y = ax$ 过原点，在同一坐标系内作出函数 $y = f(x)$ 的图象与直线 $y = ax$ ，



当直线 $y = ax$ 与曲线 $y = \ln x$ 相切时，直线 $y = ax$ 与函数 $y = f(x)$ 的图象有 3 个交点，

由 $y = \ln x$ ，求导得 $y' = \frac{1}{x}$ ，设切点坐标为 $(x_0, \ln x_0)$ ，则切线 l_0 方程为 $y - \ln x_0 = \frac{1}{x_0}(x - x_0)$ ，

而切线过原点，则 $\ln x_0 = 1$ ，解得 $x_0 = e$ ，此时切线 l_0 的斜率 $a = \frac{1}{e}$ ，

当 $a > \frac{1}{e}$ 时，直线 $y = ax$ 与函数 $y = f(x)$ 的图象有 2 个交点，不符合题意；

当 $a \leq 0$ 时，直线 $y = ax$ 与函数 $y = f(x)$ 的图象最多有 2 个交点，不符合题意；

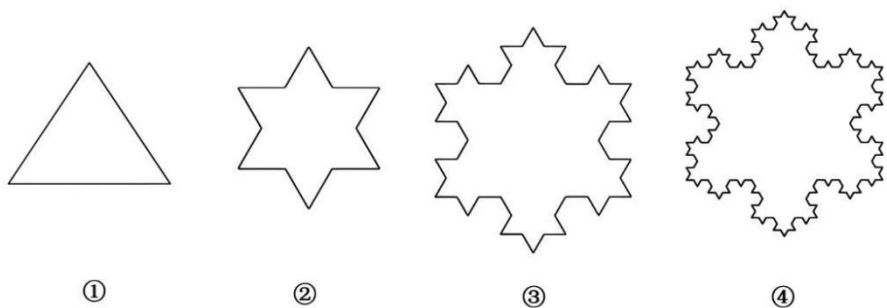
当 $0 < a < \frac{1}{e}$ 时，直线 $y = ax$ 与函数 $y = f(x)$ 的图象有 4 个交点，符合题意，

所以实数 a 的取值范围是 $(0, \frac{1}{e}]$.

故选：D

8. 如图是瑞典数学家科赫在 1904 年构造的能够描述雪花形状的图案. 图形的作法是：从一个正三角形开始，把每条边分成三等份，然后以各边的中间一段为底边分别向外作正三角形，再去掉底边. 反复进行这一过程，就得到一条“雪花”状的曲线. 设原三角形 (图①) 的边长为 1，记第 n 个图形的周长为 a_n ，数列 $\{a_n\}$ 的前

n 项和为 S_n ，则使得 $S_n > 72$ 成立的 n 的最小值为 () (参考数据: $\log_3 2 \approx 0.63$)



- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【答案】C

【解析】

【分析】分析可得数列 $\{a_n\}$ 是以 $a_1 = 3$ 为首项，以 $\frac{4}{3}$ 为公比的等比数列，计算 S_n ，利用 $S_n > 72$ 即可得到结果.

【详解】观察图形知，从第二个图形开始，每一个图形的边数是前一个图形的 4 倍，边长是前一个图形的 $\frac{1}{3}$ ，

因此从第二个图形开始，每一个图形的周长是前一个图形周长的 $\frac{4}{3}$ ，

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是以 $a_1 = 3$ 为首项，以 $\frac{4}{3}$ 为公比的等比数列，

$$\therefore S_n = \frac{3 \times \left[1 - \left(\frac{4}{3} \right)^n \right]}{1 - \frac{4}{3}} = 9 \times \left[\left(\frac{4}{3} \right)^n - 1 \right],$$

$$\text{由 } S_n > 72 \text{ 得, } 9 \times \left[\left(\frac{4}{3} \right)^n - 1 \right] > 72,$$

$$\therefore \left(\frac{4}{3} \right)^n > 9, \text{ 即 } \log_3 \left(\frac{4}{3} \right)^n > \log_3 9,$$

$$\therefore n(\log_3 4 - 1) > 2, \text{ 即 } n(2\log_3 2 - 1) > 2, \text{ 解得 } n > \frac{2}{2\log_3 2 - 1} \approx 7.69,$$

$\therefore$ 使得 $S_n > 72$ 成立的 n 的最小值为 8.

故选: C.

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分, 在每小题给出的选项中, 有多项符合题

目要求.全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 某高校无人机兴趣小组通过数学建模的方式测得了自主研发的无人机在关闭发动机的情况下自由垂直下降的距离 h (单位: m) 与时间 (单位: s) 之间满足函数关系 $h(t) = 2t^2 + 2t$, 则 ()

- A. 在 $2 \leq t \leq 3$ 这段时间内的平均速度为 10m/s
- B. 在 $2 \leq t \leq 3$ 这段时间内的平均速度为 12 m/s
- C. 在 $t = 4$ s 时的瞬时速度为 18 m/s
- D. 在 $t = 4$ s 时的瞬时速度为 16 m/s

【答案】BC

【解析】

【分析】应用平均速度计算判断 A, B, 应用导函数计算瞬时速度判断 C, D.

【详解】在 $2 \leq t \leq 3$ 这段时间内的平均速度为 $\frac{h(3) - h(2)}{3 - 2} = \frac{2 \times 3^2 + 2 \times 3 - 2 \times 2^2 - 2 \times 2}{3 - 2} = 12$ m/s, 故 A

错误, B 正确;

因为 $h'(t) = 4t + 2$, 所以 $h'(4) = 4 \times 4 + 2 = 18$, 即在 $t = 4$ s 时瞬时速度为 18m/s, 故 C 正确, D 错误.

故选:BC.

10. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 且 $a_5 = 1$, 设该等比数列的前 n 项和为 S_n , 前 n 项积为 T_n , 下列选项正确的是 ()

- A. $a_3 + a_7 \geq 2$
- B. 当 $q > 1$ 时, $\{a_n\}$ 为递增数列
- C. S_n 单调递增的充要条件为 $q > 0$
- D. 当 $q > 1$ 时, 满足 $T_n > 1$ 的 n 的最小值为 9

【答案】ABC

【解析】

【分析】分析可知 $a_1 > 0$. 对于 A: 利用基本不等式分析判断; 对于 C: 分析可知 S_n 单调递增, 等价于 $a_n > 0, n \geq 2$, 结合等比数列通项公式分析判断; 对于 BD: 结合等比数列通项公式判断 B; 分析可知当 $n \leq 4$ 时, $a_n < 1$; 当 $n \geq 6$ 时, $a_n > 1$; 结合等比数列性质判断 D.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/275132240220012122>