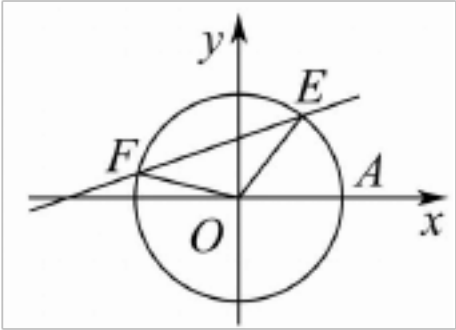


江西省九校 2024 届新高三上学期联合考试数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 设集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} | -2 < x \leq 1\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{-1, 0, 1, 2\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
2. 复数 z 满足 $z(1-i)+2=0$, i 为虚数单位, 则 $|z| =$ ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$
3. 已知向量 $\vec{a} = (t, 1)$, $\vec{b} = (t+2, 1)$, 若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 则实数 $t =$ ()
A. -2 B. -1 C. 1 D. 2
4. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则 “ $0 > a_1 > a_2$ ” 是 “ $\{a_n\}$ 为递减数列” 的 ()
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 如图, 已知直线 $l: y = \frac{1}{3}x + b (-1 < b < 1)$ 与单位圆相交于 E, F 两点, 点 A 的坐标为 $(1, 0)$, 设 $\angle AOE = \alpha$, $\angle AOF = \beta$, 则 $\cos(\alpha + \beta) =$ ()

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$
6. 已知 $a = e^{0.1} - 1$, $b = \sin 0.1$, $c = \ln 1.1$, 则 ()
A. $a < b < c$ B. $b < c < a$

C. $c < a < b$

D. $c < b < a$

7. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = -a_n^2 + a_n$ ($n \in \mathbb{N}_+$), $a_1 \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$, 则下列结论中错误的是 ()

A. $0 < a_{n+1} < a_n$

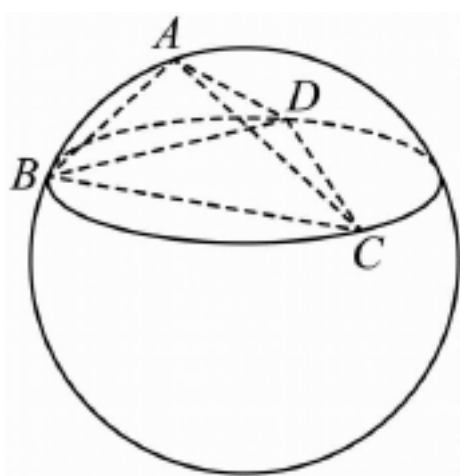
B. $\sum_{i=1}^n a_i^2 < 1$

C. $a_n < \frac{1}{n}$

D. $a_n > \frac{1}{n+2}$

8. 蹴鞠[cù jū] 又名“蹴球”“蹴圆”，传言黄帝所作（西汉·刘向《别录》）.“蹴”有用脚蹴、踢的含义，“鞠”最早系外包皮革、内饰米糠的球，因而“蹴鞠”类似今日的踢足球活动，如图所示，已知某“鞠”的表面上有四个点 A, B, C, D ，平面 $ABD \perp$ 平面 BCD ，直线 AC 与底面 BCD 所成角的正切值为 $\frac{1}{3}$ ， $AB = AD = 2, CD = CB = 2\sqrt{3}$ ，

则该“鞠”的表面积为 ()



A. 8π

B. 12π

C. 16π

D. 20π

二、多选题

9. 已知双曲线 C 过点 $(3, \sqrt{2})$ 且渐近线方程为 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，则下列结论正确的是 ()

A. C 的方程为 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$

B. C 的离心率为 $\sqrt{3}$

C. 曲线 $y = e^{x-2} - 1$ 经过 C 的一个焦点

D. 直线 $x - \sqrt{3}y - 1 = 0$ 与 C 有两个公共点

10. 已知函数 $f(x) = \sin|x| + |\cos x|$ ，下列叙述正确的有 ()

A. $f(x)$ 的周期为 2π ;

B. $f(x)$ 是偶函数;

C. $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$ 上单调递减;

D. $\forall x_1, x_2 \in R, |f(x_1) - f(x_2)| \leq \sqrt{2}$

11. 甲罐中有 5 个红球, 2 个白球和 3 个黑球, 乙罐中有 4 个红球, 3 个白球和 3 个黑球, 先从甲罐中随机取出一球放入乙罐, 分别用事件 A_1, A_2 和 A_3 表示从甲罐中取出的球是红球, 白球和黑球; 再从乙罐中随机取出一球, 用事件 B 表示从乙罐中取出的球是红球, 则下列结论正确的是 ()

A. $P(B) = \frac{2}{5}$

B. $P(B|A_1) = \frac{5}{11}$

C. 事件 B 与事件 A_1 相互独立

D. A_1, A_2, A_3 是两两互斥的事件

12. 已知函数 $y = f(x)$ 对任意实数 x, y 都满足 $2f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$, 且 $f(1) = -1$, 则 ()

A. $f(x)$ 是偶函数

B. $f(x)$ 是奇函数

C. $f(x) + f(1-x) = 0$

D. $\sum_{k=1}^{2023} f(k) = 1$

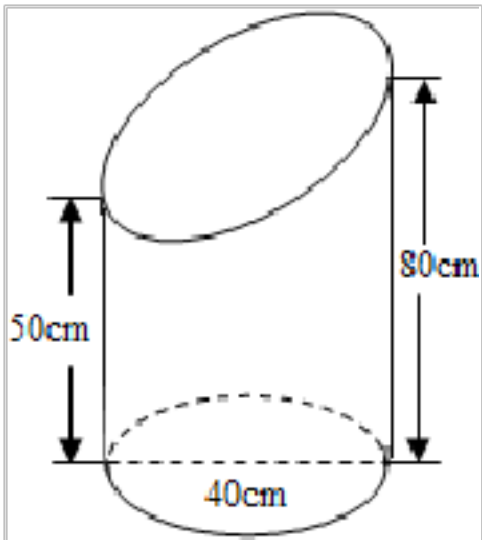
三、填空题

13. 已知 $x, y \in R_+, x + 2y = 1$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{x+y}{y}$ 的最小值为_____.

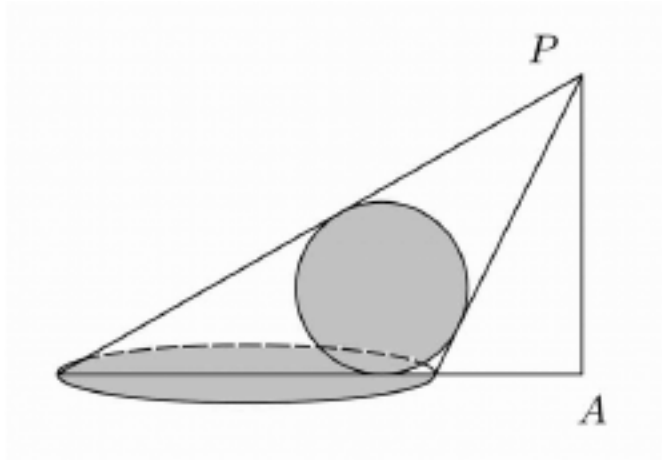
14. $\left(x - \frac{1}{x}\right)(x^2 + 2)^5$ 展开式中 x^5 项的系数是_____.

15. 在如下图所示的斜截圆柱中, 已知圆柱底面的直径为 $40cm$, 母线长最短 $50cm$,

最长 80cm ，则斜截圆柱的侧面面积 $S = \text{——}\text{cm}^2$.



16. 如图所示，桌面上有一个篮球，若篮球的半径为 1 个单位长度，在球的右上方有一个灯泡 P （当成质点）篮球的影子是椭圆，篮球的接触点（切点）就是影子椭圆的焦点，点 P 到桌面的距离为 4 个单位长度，灯泡垂直照射在平面的点为 A ，影子椭圆的右顶点到 A 点的距离为 3 个单位长度，则这个影子椭圆的离心率 $e = \text{——}$.



四、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边，且

$$b = a \cos C + \frac{\sqrt{3}}{3} c \sin A, \quad a = 3, \quad D \text{ 是 } BC \text{ 上的点, 且 } AD \text{ 平分 } \angle BAC.$$

- (1)求角 A 的值;
- (2)若 $AD = 2$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

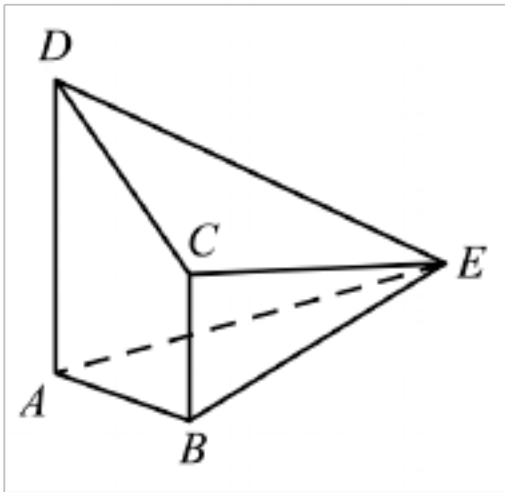
18. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列， $\{b_n\}$ 是等比数列，且 $b_2 = 2, b_5 = 16, a_1 = 2b_1, a_3 = b_4$.

- (1)求 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2)设 $c_n=a_n\cdot b_n$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n ．

19．如图，在四棱锥 $E-ABCD$ 中， $BC\parallel AD$ ， $AB\perp AD$ ， $AB=BC=1$ ， $BE=3$ ，

$AE=\sqrt{10}$ ， C ， D 都在平面 ABE 的上方．



(1)证明：平面 $BCE\perp$ 平面 $ABCD$ ；

(2)若 $BC\perp BE$ ，且平面 CDE 与平面 ABE 所成锐二面角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{46}}{46}$ ，求四棱锥

$E-ABCD$ 的体积．

20． 三届 四 3 11日表 通过 于 经 和 展第 四个
和 2035 标 要的 ， 这个 要. 要 出： “

” .某 集中 ， 系列 “ 子” ， 已成 实
离子 入机 系 ， 包 中 、 、高 、 用 第三 半 体等

离子 入机， 28 nm ， 为 上 要一 ， 为 球

离子 入机一 式解 方 . 的 为 的
出 .该 用新 对某 试 .

(1) 在试 期， 该 的 I 有四 ， 前三 的 互不影 ，
第四 是 ， 包 动 与 .已知该 在 中， 前三

的 率分别为 $P_1=\frac{1}{35}$ ， $P_2=\frac{1}{34}$ ， $P_3=\frac{1}{33}$ ．

求 I 的 率 P ；

第四 中 动 为 的 动 ， 合 的 入 线

.已知 I 的 动 示合 率为92%，求 在

线 ， 一个 为合 的 率（ 分号前 两位小数）.

(2) 已知某 的 率为 $P(0 < P < 1)$ ，设100个 中 有1个不合 的

率为 $\varphi(p)$ ， $\varphi(p)$ 的最 值点为 P_0 ， J 的 的 率 $P_J = P_0$.

某 机 I 与 J 的 ， 在某 新 机上 用. 对 用这

机的用 ， 对开机 度 满意度调 . ， 的100名用 中， I

有 40 ， 中对开机 度满意的有 28 ； J 有 60 ， 中对开机 度

满意的有 57 .求 P_0 ， 是 有99.9%的 为 质量与用 对开机 度满意

度有

∴ $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.005	0.001
k	3.841	6.635	7.879	10.828

21. 已知 线 $C: y^2 = 2px$ （ $p > 0$ ），直线 $x = \sqrt{2}y + 1$ 交 线 C 于 A, B 两点，

且三角 OAB 的面积为 $2\sqrt{3}$ （ O 为坐标 点）.

(1)求实数 p 的值；

(2)过点 $D(2, 0)$ 作直线 L 交 线 C 于 P, Q 两点，点 P 于 x 的对 点为 P' .证明：直线 $P'Q$ 经过 点， 求出 点坐标.

22. 已知函数 $f(x) = e^x - \frac{a \ln x}{x} - a$ （ e 为 对数的底数）有两个 点.

(1)若 $a = 1$ ，求 $f(x)$ 在 $x = 1$ 的切线方程；

(2)若 $f(x)$ 的两个点分别为 x_1, x_2 , 证明: $e^{2-x_1-x_2} - x_1 x_2 < 0$.

考答：

1. B

分 用集合的交集 求解.

解 解：因为 $A = \{-1, 0, 1\}, B = \{0, 1, 2\}$,

所 $A \cap B = \{0, 1\}$.

选：B.

2. D

分 先求出复数 z ，再求 $|z|$.

解 $z(1-i)+2=0$: $z = -\frac{2}{1-i} = -\frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)} = -1-i$,

所 $|z| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$.

选：D

3. B

分 用平方的方 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ，结合向量的数量积 求 t .

解 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ 两边平方 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$,

所 $t(t+2)+1=0 \Rightarrow t=-1$.

选：B

4. A

分 $0 > a_1 > a_2$ 求出公比的取值， 结合等比数列的通项 数列的单调

， 出 明 $\{a_n\}$ 为递减数列不一 到 $0 > a_1 > a_2$ ，再 充分条件和必要条件

出答 .

解 解：设数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,

若 $0 > a_1 > a_2$,

则 $0 > a_1 > a_1 q$, 所 $q > 1$,

则 $a_n = a_1 q^{n-1} < 0$,

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_1 q^n}{a_1 q^{n-1}} = q > 1$$
 , 所 $a_{n+1} < a_n$,

所 $\{a_n\}$ 为递减数列;

若 $\{a_n\}$ 为递减数列,

当 $a_1 = \frac{1}{2}, q = \frac{1}{2}$, $a_n = \frac{1}{2^n}$, 数列为递减数列,

$$a_1 > a_2 > 0$$
 ,

所 $\{a_n\}$ 为递减数列不一 到 $0 > a_1 > a_2$,

所 “ $0 > a_1 > a_2$ ” 是 “ $\{a_n\}$ 为递减数列 ” 的充分而不必要条件.

选: A.

5. D

分 设 $E(x_1, y_1), F(x_2, y_2)$, 则 题意 $\cos \alpha = x_1, \sin \alpha = y_1, \cos \beta = x_2, \sin \beta = y_2$, 直
线方程 入单位圆方程中 用 与系数 系, 用两角和的余弦公式

$\cos(\alpha + \beta)$ 求 结 .

解 设 $E(x_1, y_1), F(x_2, y_2)$, 则 题意 $\cos \alpha = x_1, \sin \alpha = y_1, \cos \beta = x_2, \sin \beta = y_2$,

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + b \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}, \quad x^2 + \left(\frac{1}{3}x + b\right)^2 = 1,$$

$$10x^2+6bx+9b^2-9=0,$$

因为 $-1 < b < 1$ ，所 直线 $y = \frac{1}{3}x + b (-1 < b < 1)$ 与单位圆 有两个不 的交点，

$$\text{所 } x_1+x_2=-\frac{3}{5}b, x_1x_2=\frac{9b^2-9}{10},$$

$$\text{所 } \cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

$$=x_1x_2-y_1y_2$$

$$=x_1x_2-\left(\frac{1}{3}x_1+b\right)\left(\frac{1}{3}x_2+b\right)$$

$$=\frac{8}{9}x_1x_2-\frac{1}{3}b(x_1+x_2)-b^2$$

$$=\frac{8}{9}\cdot\frac{9b^2-9}{10}-\frac{1}{3}b\cdot\left(-\frac{3}{5}b\right)-b^2$$

$$=\frac{4}{5}b^2-\frac{4}{5}+\frac{1}{5}b^2-b^2=-\frac{4}{5},$$

选：D

6. D

分 函数 $f(x)=e^x-1-\sin x$ 函数 $g(x)=\ln(x+1)-\sin x$ ，分别 用 数

单调 ， 而 单调 比 函数值的 小.

$$\text{解 } f(x)=e^x-1-\sin x， \therefore f'(x)=e^x-\cos x，$$

当 $x>0$ ， $e^x>1$ ， $\therefore e^x-\cos x>0$ ， $\therefore f'(x)>0$ ， $f(x)$ 单调递 ，

$$\therefore f(0.1)>f(0)， \quad e^{0.1}-1-\sin 0.1>0， \therefore e^{0.1}-1>\sin 0.1， \quad a>b，$$

$$g(x)=\ln(x+1)-\sin x，$$

$$\therefore g'(x)=\frac{1}{x+1}-\cos x=\frac{1-(x+1)\cos x}{x+1}=\frac{1-x\cos x-\cos x}{x+1},$$

$$h(x)=1-x\cos x-\cos x,\quad \therefore h'(x)=(x+1)\sin x-\cos x$$

$$\varphi(x)=(x+1)\sin x-\cos x,\quad \therefore \varphi'(x)=2\sin x+(x+1)\cos x,$$

当 $0<x<\frac{\pi}{6}$, $\varphi'(x)>0$, $\therefore h'(x)$ 单调递 ,

$$\therefore h'(x)<h'\left(\frac{\pi}{6}\right)=\left(\frac{\pi}{6}+1\right)\sin\frac{\pi}{6}-\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\pi+1}{12}<0$$

$\therefore h(x)$ 在 $x\in(0,0.1)$ 上单调递减, $\therefore h(x)>h(0)=0$,

$\therefore g'(x)<0$, $\therefore g(x)$ 在 $x\in(0,0.1)$ 上单调递减,

$$\therefore g(0.1)<g(0)=0,\quad \ln 1.1-\sin 0.1<0,\quad \therefore c<b$$

上: $c<b<a$.

选: D.

7. D

分 对于A. 用题中通式 平方 ; 对于B. 用 ; 对于

C. 用数学 ; 对于D. 入 值 $n=2$.

$$\text{解 } a_1\in\left(\frac{1}{2},1\right),\quad a_{n+1}-a_n=-a_n^2<0,\quad a_{n+1}<a_n,\quad \text{又 } a_{n+1}=-\left(a_n-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}>0,\quad \text{选}$$

项A正确.

$$a_n^2=a_n-a_{n+1},\quad \sum_{i=1}^na_i^2=\sum_{i=1}^n(a_i-a_{i+1})=a_1-a_{n+1}<a_1<1,\quad \text{选项B正确.}$$

$$a_2=-\left(a_1-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4},\quad a_1\in\left(\frac{1}{2},1\right),\quad 0<a_2<\frac{1}{4},\quad \text{选项D不正确.}$$

当 ，对于 C 选项， 用数学 证明 正确（ 和学 考）

下面用数学 证明 $a_n<\frac{1}{n}$ ， $a_1<1$ ， $a_2=-\left(a_1-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}<\frac{1}{4}<\frac{1}{2}$ ，设 $a_k<\frac{1}{k}(k\geq 2)$ ，则

$a_{k+1}=-\left(a_k-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}<-\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}=-\frac{1}{k^2}+\frac{1}{k}=\frac{k-1}{k^2}<\frac{k-1}{k^2-1}=\frac{1}{k+1}$ ，选项 C 正确.

选:D

8. D

分 系 到 ABD 和 BCD 的外心， 用两个外心 到球的球心， 用 系求出球的半径， 求 表面积.

解 设 $\triangle BCD$ 外心为 O_1 ， ABD 外心为 O_2 , DB 的中点为 E ，

因为 $O_1E\perp DB,O_1E\subset$ 平面 BCD ，平面 $ABD\perp$ 平面 BCD ，平面 $ABD\cap$ 平面 $BCD=BD$ ，

所 $O_1E\perp$ 平面 ABD ， $O_2E\perp$ 平面 CBD ，

又因为 $O_2E\subset$ 平面 ABD ，所 $O_1E\perp O_2E$.

过 O_2,O_1 分别作平面 ABD ，平面 BCD 的垂线，则垂线交点 O 为外接球球心，

则四边 $OEOO_1$ 为 .

于 $\angle ACE$ 为直线 AC 与底面 BCD 所成角，

设 $BE=x$ ，则 $\tan \angle ACE=\frac{AE}{EC}=\frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{12-x^2}}=\frac{1}{3}$ ，解 $x=BE=\sqrt{3}$ ，则 $BD=2\sqrt{3}$ ，

设 $\triangle BCD$ 外接圆半径为 r_1 ， ABD 外接圆半径为 r_2 .

因为 BDC 为等边三角 ，所 $r_1=OB=\frac{BD}{2\sin 60^{\circ}}=2$.

又因为 $AB=AD=2,BD=2\sqrt{3}$ ，所 $\angle BAD=120^{\circ}$.

$$\triangle ABD \text{ 外接圆半径 } r_2 = OB_2 = \frac{BD}{2\sin 120^\circ} = 2,$$

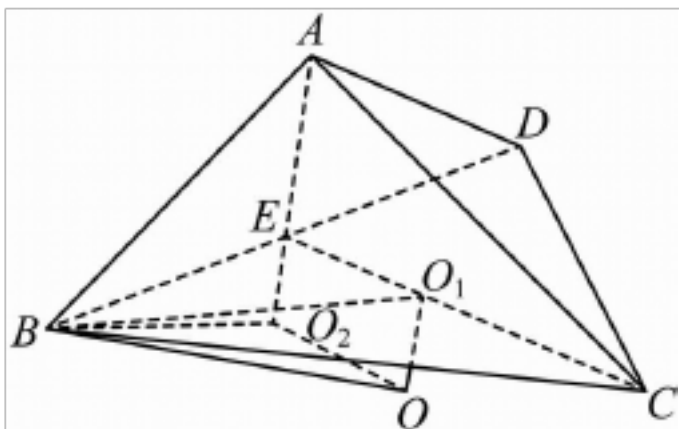
$$OO_1 = OE = \sqrt{OB_2^2 - EB_2^2} = \sqrt{4 - 3} = 1,$$

因为 $OO_1 \perp$ 平面 BCD , $BO_1 \subset$ 平面 BCD , 所 $OO_1 \perp BO_1$,

$$\text{所 外接球半径 } R = OB = \sqrt{OO_1^2 + BO_1^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5},$$

$$\text{所 外接球表面积为 } S = 4\pi R^2 = 20\pi.$$

选:D.



9. AC

分 双曲线的渐近线为 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 设出双曲线方程, 入已知点的坐标, 求出双

曲线方程 A; 再求出双曲线的焦点坐标 B, C; 直线与双曲线的渐近线的 系
D.

解 对于 A: 双曲线的渐近线方程为 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 设双曲线方程为

$$\frac{x^2}{3} - y^2 = \lambda (\lambda \neq 0), \quad \text{点 } (3, \sqrt{2}) \text{ 入, } \frac{9}{3} - 2 = \lambda, \quad \lambda = 1. \text{ 所 双曲线 } C \text{ 的方程为}$$

$$\frac{x^2}{3} - y^2 = 1, \quad \text{A 选项正确;}$$

对于 B: $a^2=3, b^2=1, c=\sqrt{a^2+b^2}=2$, 所 双曲线^C的离心率为 $\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$, B

选项错误;

对于 C: 取 $x+2=0, x=-2, y=0$, 曲线 $y=e^{x-2}-1$ 过 点 $(-2,0)$, C 选项正确;

对于 D: 双曲线的渐近线 $x\pm\sqrt{3}y=0$, 直线 $x-\sqrt{3}y-1=0$ 与双曲线的渐近线平 , 直线

$x-\sqrt{3}y-1=0$ 与 C 有 1 个公共点, D 不正确.

选: AC.

点 题考 双曲线 质的 合 用 题, 到离心率的求解、共渐近线的双

曲线系的 用、直线与双曲线位 系的 等知 ; 对于渐近线为 $y=\pm\frac{b}{a}x$ 的双曲线,

一设为 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\lambda(\lambda\neq0)$ 的 式.

10. BC

分 AB 选项, 分别 $g(x)=\sin|x|$ 与 $h(x)=|\cos x|$ 的奇偶 和周期 , 从而

$f(x)$ 的周期 和奇偶 ; C 选项, 在区间 $\left[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$ 上, 到,

$f(x)=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$, 而 到 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$ 的单调 ; D 选项 取 值 入,

证明 不成立.

解 $g(x)=\sin|x|$ 是偶函数, 不是周期函数, $h(x)=|\cos x|$ 是偶函数, 是周期函数, 最

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/275213312340011133>