高三数学

考生注意：

1．本试卷分选择题和非选择题两部分.满分 150 分，考试时间 120 分钟.

2．答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚.

3．考生作答时，请将答案答在答题卡上.选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试卷卷、草稿纸上作答无效.

4．本卷命题范围：高考范围.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\left\{y\middle| y=\ln\left(x^2+\mathrm{e}\right)\right\},B=\left\{x\middle| x=\sqrt{4-y^2}\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $[1,+\infty)$　　B. $[1,2]$　　C. $[1,2)$　　D. $(1,2)$

2. 已知复数 $z=2+\mathrm{i}$，则 $\left|\dfrac{z}{\bar{z}-1}\right|=$（　　）

A. 1　　B. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　　D. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

3. 已知单位向量 $\vec{e}_1,\vec{e}_2$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，则 $\left|\vec{e}_1-t\left(\vec{e}_1-\vec{e}_2\right)\right|\left(t\in\mathbf{R}\right)$ 的最小值为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C. 1　　D. $\dfrac{3}{4}$

4. 从 2023 年伊始，各地旅游业爆火，少林寺是河南省旅游胜地．某大学一个寝室 6 位同学 A,B,C,D,E,F 慕名而来，游览结束后，在门前站一排合影留念，要求 A,B 相邻，C 在 D 的左边，则不同的站法共有（　　）

A. 480 种　　B. 240 种　　C. 120 种　　D. 60 种

5. 已知函数 $f\left(x\right)=2\cos\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)\left(\omega>0\right)$ 在 $\left(0,\pi\right)$ 有且仅有 2 个极值点，且在 $\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{11\pi}{24}\right)$ 上单调递增，则 ω 的取值范围为（　　）

A. $\left[\dfrac{5}{2},\dfrac{17}{6}\right]$　　B. $\left[\dfrac{5}{2},4\right]$　　C. $\left[2,\dfrac{17}{6}\right]$　　D. $\left[2,\dfrac{8}{3}\right]$

6. 设 $a=\dfrac{2}{3},b=\ln2,c=\sin1$，则（　　）

A. $b>c>a$　　B. $b>a>c$　　C. $c>b>a$　　D. $c>a>b$

7. 设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,$\frac{a_{n+2}+2a_n}{3a_{n+1}}=1,a_1=1,a_2=2$．对任意$n\in\mathbf{N}^*,(2+\lambda)(S_n+1)\log_2 a_{2n}>\log_2^2 a_{n+1}$恒成立，则（　　）

A. $\lambda>0$　　B. $\lambda>-\frac{1}{2}$　　C. $\lambda>-1$　　D. $\lambda>-\frac{3}{2}$

8. 已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为F，过点F的直线l交C于M,N两点，线段MN的中点为E，过E作线段MN的中垂线交x轴于点R，过M,N两点分别作C的准线的垂线，垂足分别为A,B．线段AB的中点为P，则$\frac{|PF|}{|ER|}=$（　　）

A. 1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 2　　D. $\frac{1}{3}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 某市高三一模物理成绩X近似服从正态分布$X\sim N(70,\sigma^2)(\sigma>0)$，且$P(X\geq 80)=0.2$，则（　　）

A. $P(X<80)=0.8$　　B. $P(60<X<80)=0.6$

C. $P(X\leq 60)=0.2$　　D. $P(X>60)=0.7$

10. 在平面直角坐标系xOy中，点$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$间的折线距离$d(M,N)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$，已知$A(a,b),B(1,1)$，记$s=a^2+b^2+2a+4b$，则（　　）

A. 若$d(A,B)=1$，则s有最小值 8

B. 若$d(A,B)=1$，则A点轨迹是一个正方形

C. 若$d(A,B)\leq 1$，则s有最大值 15

D. 若$d(A,B)\leq 1$，则点A的轨迹所构成区域的面积为π

11. 已知AC为圆锥SO底面圆O的直径，$SA=4$，$SO=2\sqrt{3}$，点B为圆O上异于A,C的一点，M为线段SC上的动点（异于端点），则（　　）

A. 直线SB与平面SAM所成角的最大值为$\frac{\pi}{6}$

B. 圆锥SO内切球的体积为$\frac{32}{125}\sqrt{3}\pi$

C. 棱长为$\frac{4\sqrt{2}}{3}$的正四面体可以放在圆锥SO内

D. 当M为SC的中点时，满足$SB\perp AM$的点B有 2 个

12. 已知$\log_a b>0$（$a>0$且$a\neq 1$），若$a>b$，且$\mathrm{e}^a\cdot b>\mathrm{e}^b\cdot a$，则（　　）

A. $\ln b-a<-1$　　B. $b^{a-1}>a^{b-1}$

C. $(a+1)\ln(b+1)>(b+1)\ln(a+1)$　　D. $\log_{a+1}a>\log_{b+1}b$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 高台建筑流行于战国到西汉时期，当时重要宫殿台榭多采用此建筑形式．高台建筑以高大的夯土台为基础和核心，在夯土版筑的台上层层建屋，木构架紧密依附夯土台而形成土木混合的结构体系．如图是一个非常简易的高台建筑，塔下方是一个正四棱台形夯土台，已知该四棱台上底边长$10\,\mathrm{m}$，下底边长$16\,\mathrm{m}$，侧棱长$8\,\mathrm{m}$，则此四棱台的体积为_____m^3.



14. 已知$\alpha,\beta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，且$\sin(\alpha-\beta)=2\sin\beta\cos\alpha$，则$\alpha-\beta$的最大值为_____.

15. 已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，$P$为椭圆上不与顶点重合的任一点，$C$为$\triangle PF_1F_2$的内心，$O$为坐标原点，则直线$PC$与$OP$的斜率之比$\dfrac{k_{PC}}{k_{OP}}=$_____.（用$a,b$表示）

16. 若不等式$xe^x-e^x\ln x>mx-e^x$恒成立，则正整数m的最大值为_____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 记锐角$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$2b\sin^2\dfrac{A+B}{2}=\sqrt{3}c\sin B$.

（1）求C；

（2）若边AB上的高$CD=2$，当$\triangle ABC$的面积取最小值时，求$\triangle ABC$内切圆的面积.

18. 已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，$a_1=1$，S_n为$\{a_n\}$的前n项和，且$a_n=\dfrac{2}{S_n+S_{n-1}}(n\geq 2)$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=\dfrac{S_n^2+S_{n+1}^2}{S_n^4\cdot S_{n+1}^4}$，记$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$，求证：$T_n<\dfrac{1}{2}$.

19. 自古以来，杭州就被称为“人间天堂”，无数文人墨客在此毫不吝啬地为之挥洒笔墨，留下千古诗篇名句，在宋代柳永的诗中这样描写到“东南形胜，三吴都会，钱塘自古繁华”，就连马可·波罗都称之为“世界上最美丽华贵之天城”．第 19 届亚运会将在被称为“人间天堂”

的杭州举办，组委会计划采用志愿服务知识问答和技能考核的形式，从报名者中择优选取一部分成为正式的亚运会志愿者、

（1）已知报名者$1,2,3$组人数之比为$3:3:4$，将这 3 组报名者混在一起进行亚运会志愿服务知识问答，假设$1,2,3$组中的每一个人答对某道题的概率分别为$0.90,0.95,0.90$，从中任选一人，求此人答对该题的概率；

（2）从 4 名女性报名者和 3 名男性报名者中随机选出 3 名进行亚运会服务技能考核，记X为其中女性的人数，求X的数学期望.

20. 如图 1，直角梯形$ABCD$中，$AB=\frac{1}{2}CD=2, AD=2, AD\perp CD, AB//CD$，将直角梯形$ABCD$绕$AD$旋转一周得到如图 2 的圆台，$EF$为圆台的母线，且$CF=4, M$是$BC$的中点.

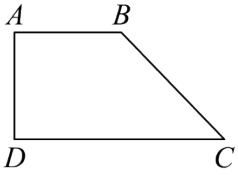


图1

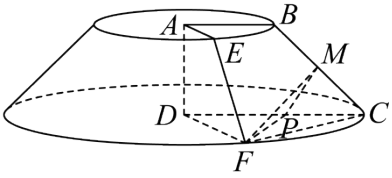
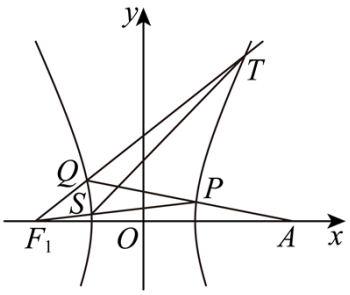


图2

（1）在线段CF上是否存在一点N，使$MN//$平面$AEFD$？说明理由；

（2）若P为线段CD的中点，求平面$AEFD$与平面MFP夹角的余弦值.

21. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，且$|F_1F_2|=8$，过$F_2$作其中一条渐近线的垂线，垂足为$M$，延长$F_2M$交另一条渐近线于点$N$，且$|F_2M|=|MN|$.



（1）求C的方程；

（2）如图，过$A(6,0)$作直线l（l不与x轴重合）与曲线C的两支交于P,Q两点，直线F_1P,F_1Q与C的另一个交点分别为S,T，求证：直线ST经过定点.

22. 已知$f(x)=axe^x-x-\ln x-1(a\in\mathbf{R})$.

（1）若$a=\frac{1}{e}$，求$f(x)$在$(0,t](t>0)$上的最小值$h(t)$；

（2）若$f(x)$有 2 个零点$x_1,x_2(x_1<x_2)$，

①求a的取值范围；

②求证：$\mathrm{e}^{x_1+x_2}<\dfrac{1}{a^2x_1x_2}$.

高三数学

考生注意：

1．本试卷分选择题和非选择题两部分.满分 150 分，考试时间 120 分钟.

2．答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚.

3．考生作答时，请将答案答在答题卡上.选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试卷卷、草稿纸上作答无效.

4．本卷命题范围：高考范围.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\left\{y\middle|\ y=\ln\left(x^2+\mathrm{e}\right)\right\},B=\left\{x\middle|\ x=\sqrt{4-y^2}\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\left[1,+\infty\right)$　　B. $\left[1,2\right]$　　C. $\left[1,2\right)$　　D. $\left(1,2\right)$

【答案】B

【解析】

【分析】先利用函数值域的求法计算集合 A,B，再根据交集的概念计算即可.

【详解】由对数函数及二次根式的意义可知得 $A=\left[1,+\infty\right),B=\left[0,2\right]$，则 $A\cap B=\left[1,2\right]$.

故选：B.

2. 已知复数 $z=2+\mathrm{i}$，则 $\left|\dfrac{z}{\overline{z}-1}\right|=$（　　）

A. 1　　B. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　　D. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】利用复数的乘除法运算结合共轭复数的定义、模长公式计算即可.

【详解】易知 $\overline{z}-1=1-\mathrm{i}$，则 $\dfrac{z}{\overline{z}-1}=\dfrac{\left(2+\mathrm{i}\right)\left(1+\mathrm{i}\right)}{\left(1-\mathrm{i}\right)\left(1+\mathrm{i}\right)}=\dfrac{1+3\mathrm{i}}{2}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$，

所以 $\left|\dfrac{z}{\overline{z}-1}\right|=\left|\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}\mathrm{i}\right|=\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

故选：C.

3. 已知单位向量 $\vec{e}_1,\vec{e}_2$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，则 $\left|\vec{e}_1-t\left(\vec{e}_1-\vec{e}_2\right)\right|\left(t\in\mathbf{R}\right)$ 的最小值为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. 1　　D. $\frac{3}{4}$

【答案】B

【解析】

【分析】直接利用数量积与模的关系结合二次函数的性质计算即可.

【详解】易知$\vec{e_1}\cdot\vec{e_2}=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$,

所以$\left|\vec{e_1}-t\left(\vec{e_1}-\vec{e_2}\right)\right|^2=\left|(1-t)\vec{e_1}+t\vec{e_2}\right|^2=(1-t)^2+2(1-t)t\cdot\frac{1}{2}+t^2$

$=t^2-t+1=\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$,

即当$t=\frac{1}{2}$时，$\left|\vec{e_1}-t\left(\vec{e_1}-\vec{e_2}\right)\right|_{\min}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：B.

4. 从2023年伊始，各地旅游业爆火，少林寺是河南省旅游胜地．某大学一个寝室6位同学A,B,C,D,E,F慕名而来，游览结束后，在门前站一排合影留念，要求A,B相邻，C在D的左边，则不同的站法共有（　　）

A. 480种　　B. 240种　　C. 120种　　D. 60种

【答案】C

【解析】

【分析】结合捆绑法与全排列，并消除C和D的顺序即可求解.

【详解】A,B站在一起有A_2^2种，

将A,B看成一个整体与C,D,E,F进行全排列，共有$A_2^2A_5^5$种，

同时要求C在D的左边，共有$\frac{A_2^2A_5^5}{A_2^2}=120$种.

故选：C.

5. 已知函数$f(x)=2\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$在$(0,\pi)$有且仅有2个极值点，且在$\left(\frac{\pi}{3},\frac{11\pi}{24}\right)$上单调递增，则$\omega$的取值范围为（　　）

A. $\left[\frac{5}{2},\frac{17}{6}\right]$　　B. $\left[\frac{5}{2},4\right]$　　C. $\left[2,\frac{17}{6}\right]$　　D. $\left[2,\frac{8}{3}\right]$

【答案】A

【解析】

【分析】由 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,\pi\right)$ 有且仅有 2 个极值点，可得 $2\pi<\omega\pi+\frac{\pi}{6}\le3\pi$，解得 $\frac{11}{6}<\omega\le\frac{17}{6}$，又 $f\left(x\right)$ 在 $\left(\frac{\pi}{3},\frac{11}{24}\pi\right)$ 上单调递增，可得 $\begin{cases}\frac{\pi}{3}\omega+\frac{\pi}{6}\ge\pi\\\frac{11}{24}\pi\omega+\frac{\pi}{6}\le2\pi\end{cases}$，解得 $\frac{5}{2}\le\omega\le4$，则可得 ω 的取值范围.

【详解】因为 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,\pi\right)$ 有且仅有 2 个极值点，

所以 $2\pi<\omega\pi+\frac{\pi}{6}\le3\pi$，解得 $\frac{11}{6}<\omega\le\frac{17}{6}$，

因为 $f\left(x\right)$ 在 $\left(\frac{\pi}{3},\frac{11}{24}\pi\right)$ 上单调递增，

又 $\left(\frac{\pi}{3},\frac{11}{24}\pi\right)\subseteq\left(0,\pi\right)$，所以 $\begin{cases}\frac{\pi}{3}\omega+\frac{\pi}{6}\ge\pi\\\frac{11}{24}\pi\omega+\frac{\pi}{6}\le2\pi\end{cases}$，

解得 $\frac{5}{2}\le\omega\le4$，所以 $\frac{5}{2}\le\omega\le\frac{17}{6}$.

故选：A.

6. 设 $a=\frac{2}{3},b=\ln2,c=\sin1$，则（　　）

A. $b>c>a$　　B. $b>a>c$　　C. $c>b>a$　　D. $c>a>b$

【答案】C

【解析】

【分析】因为 $2^3>\mathrm{e}^2$，再利用不等式的性质及 $y=\ln x$ 的单调性，可得 $b>a$，再构造函数 $f\left(x\right)=\sin x-\ln\left(1+x\right)\left(0<x<1\right)$，再利用导数与函数的单调性，得到 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,1\right)$ 上单调递增，从而得到 $c>b$，即可求解.

【详解】因为 $2^3>\mathrm{e}^2$，所以 $2>\mathrm{e}^{\frac{2}{3}}$，所以 $\ln2>\frac{2}{3}$，得到 $b>a$，

令 $f\left(x\right)=\sin x-\ln\left(1+x\right)\left(0<x<1\right)$，所以 $f'\left(x\right)=\cos x-\frac{1}{1+x}$，

令 $h\left(x\right)=\cos x-\frac{1}{1+x}$，所以 $h'\left(x\right)=-\sin x+\frac{1}{\left(1+x\right)^2}$，

易知 $h'\left(x\right)$ 在区间 $\left(0,1\right)$ 单调递减，

又 $h'\left(0\right)=1>0,h'\left(1\right)=-\sin1+\frac{1}{4}<-\sin\frac{\pi}{4}+\frac{1}{4}=-\frac{2\sqrt{2}}{4}+\frac{1}{4}<0$，

所以$\exists x_0\in(0,1)$，使得$h'(x_0)=0$，当$x\in(0,x_0),h'(x)>0$，即$f'(x)$在区间$(0,x_0)$单调递增；

当$x\in(x_0,1),h'(x)<0$，即$f'(x)$在区间$(x_0,1)$上单调递减，

而$f'(0)=0,f'(1)=\cos1-\frac{1}{2}>\cos\frac{\pi}{3}-\frac{1}{2}=0$，从而$f(x)>0$，

所以$f(x)$在$(0,1)$上单调递增，所以$f(1)>f(0)=0$，即$\sin1-\ln2>0$，即$c>b$，

故选：C.

7. 设数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n,\frac{a_{n+2}+2a_n}{3a_{n+1}}=1,a_1=1,a_2=2$．对任意$n\in\mathbf{N}^*,(2+\lambda)(S_n+1)\log_2 a_{2n}>\log_2^2 a_{n+1}$恒成立，则（　　）

A. $\lambda>0$　　B. $\lambda>-\frac{1}{2}$　　C. $\lambda>-1$　　D. $\lambda>-\frac{3}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据递推关系可得$\{a_{n+1}-a_n\}$为等比数列，即可结合累加法求解$a_n=2^{n-1}$，由等比求和公式得$S_n=2^n-1$，

即可代入不等式化简得$\lambda+2>\frac{n^2}{(2n-1)\cdot 2^n}$，构造$b_n=\frac{n^2}{(2n-1)\cdot 2^n}$，作差得数列单调性，即可求解.

【详解】由$\frac{a_{n+2}+2a_n}{3a_{n+1}}=1$，得$a_{n+2}-a_{n+1}=2(a_{n+1}-a_n)$，又$a_2-a_1=1$，

所以数列$\{a_{n+1}-a_n\}$是以2为公比，1为首项的等比数列，所以$a_{n+1}-a_n=2^{n-1}$，

则$a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1=2^{n-2}+2^{n-3}+\cdots+2^1+2^0+1=\frac{1-2^{n-1}}{1-2}+1=2^{n-1}$，

进而数列$\{a_n\}$是以2为公比，1为首项的等比数列，可得$S_n=\frac{1-2^n}{1-2}=2^n-1$，

不等式$(2+\lambda)(S_n+1)\log_2 a_{2n}>\log_2^2 a_{n+1}$恒成立，

即$2^n(2n-1)(2+\lambda)>n^2\Rightarrow 2+\lambda>\frac{n^2}{(2n-1)\cdot 2^n}$.

设$b_n=\frac{n^2}{(2n-1)\cdot 2^n}$，则$b_{n+1}-b_n=\frac{(n+1)^2}{(2n+1)\cdot 2^{n+1}}-\frac{n^2}{(2n-1)\cdot 2^n}=\frac{-2n^3+n^2-1}{(2n-1)\cdot(2n+1)\cdot 2^{n+1}}$，

当$n\geq 1$时，$b_{n+1}-b_n<0$，$\{b_n\}$为递减数列，

所以$(b_n)_{\max}=b_1=\frac{1}{2}$，

所以$2+\lambda>\frac{1}{2}$，解得$\lambda>-\frac{3}{2}$.

故选：D.

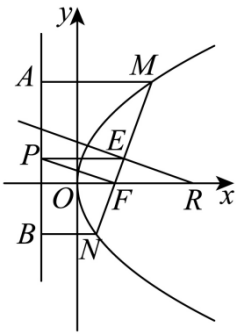
8. 已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为F，过点F的直线l交C于M,N两点，线段MN的中点为E，过E作线段MN的中垂线交x轴于点R，过M,N两点分别作C的准线的垂线，垂足分别为A,B．线段AB的中点为P，则$\dfrac{|PF|}{|ER|}=$（　　）

A. 1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 2　　D. $\dfrac{1}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】设直线$MN:x=ty+\dfrac{p}{2}(t\neq 0)$，与抛物线联立方程组，求得$E,R$的坐标，可得到$|RF|=|EP|$．进而求出$\dfrac{|PF|}{|ER|}$的值．

【详解】

设直线$MN:x=ty+\dfrac{p}{2}$，联立$\begin{cases}x=ty+\dfrac{p}{2},\\ y^2=2px,\end{cases}\Rightarrow y^2-2pty-p^2=0$，

所以$\begin{cases}y_1+y_2=2pt,\\ y_1\cdot y_2=-p^2,\end{cases}$则$x_1+x_2=t(y_1+y_2)+p=2pt^2+p$，

得线段MN的中点为$E\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$，即$E\left(pt^2+\dfrac{p}{2},pt\right)$，

线段MN的中垂线方程为$x=-\dfrac{1}{t}(y-pt)+pt^2+\dfrac{p}{2}$，

令$y=0$，得$x=pt^2+\dfrac{3}{2}p$．所以$R\left(pt^2+\dfrac{3}{2}p,0\right)$，所以$|RF|=pt^2+p$，

又$|EP|=\dfrac{1}{2}(MA+NB)=\dfrac{1}{2}\left(x_1+\dfrac{p}{2}+x_2+\dfrac{p}{2}\right)=\dfrac{1}{2}(x_1+x_2+p)=pt^2+p$，

所以$|RF|=|EP|$．又$RF//EP$，所以四边形$EPFR$为平行四边形，因此$|ER|=|PF|$，所以$\dfrac{|PF|}{|ER|}=1$．

故选：A.

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.

全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 某市高三一模物理成绩 X 近似服从正态分布 $X\sim N\left(70,\sigma^2\right)\left(\sigma>0\right)$，且 $P\left(X\geq 80\right)=0.2$，则（　　）

A. $P\left(X<80\right)=0.8$

B. $P\left(60<X<80\right)=0.6$

C. $P\left(X\leq 60\right)=0.2$

D. $P\left(X>60\right)=0.7$

【答案】ABC

【解析】

【分析】利用正态分布的对称性逐项判断可得答案.

【详解】对于 A，由题可知，$P\left(X<80\right)=1-P\left(X\geq 80\right)=0.8$，故 A 正确；

对于 C，由对称性可知 $P\left(X\leq 60\right)=P\left(X\geq 80\right)=0.2$，故 C 正确；

对于 B，$P\left(60<X<80\right)=1-P\left(X\geq 80\right)-P\left(X\leq 60\right)=0.6$，故 B 正确；

对于 D，$P\left(X>60\right)=1-P\left(X\leq 60\right)=0.8$，故 D 错误.

故选：ABC.

10. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $M\left(x_1,y_1\right),N\left(x_2,y_2\right)$ 间的折线距离 $d\left(M,N\right)=\left|x_1-x_2\right|+\left|y_1-y_2\right|$，已知 $A\left(a,b\right),B\left(1,1\right)$，记 $s=a^2+b^2+2a+4b$，则（　　）

A. 若 $d\left(A,B\right)=1$，则 s 有最小值 8

B. 若 $d\left(A,B\right)=1$，则 A 点轨迹是一个正方形

C. 若 $d\left(A,B\right)\leq 1$，则 s 有最大值 15

D. 若 $d\left(A,B\right)\leq 1$，则点 A 的轨迹所构成区域的面积为 π

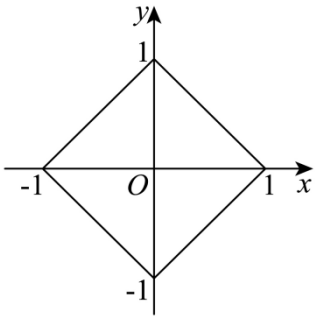
【答案】BC

【解析】

【分析】利用换元法结合定义将折线距离转化 $d\left(A,B\right)=\left|x\right|+\left|y\right|$，作出图象，利用图象平移可判定 B，利用点到直线距离公式转化可判定 A，利用图象结合两点距离可判定 C，利用正方形面积公式可判定 D.

【详解】若 $d\left(A,B\right)=1$，由题意可知 $d\left(A,B\right)=\left|a-1\right|+\left|b-1\right|=1$，令 $x=a-1,y=b-1$，

则 $\left|x\right|+\left|y\right|=1$，作出其图象如图.



易知，点 $A(a,b)$ 的轨迹可由正方形 $|x|+|y|=1$ 右移 1 个单位长度，

再上移 1 个单位长度得到，故 B 正确；

对于 A，$s=a^2+b^2+2a+4b$

$=(x+1)^2+(y+1)^2+2(x+1)+4(y+1)=x^2+y^2+4x+6y+8$

$=(x+2)^2+(y+3)^2-5$，

结合图象可得 $\sqrt{(x+2)^2+(y+3)^2}$ 的最小值即为点 $(-2,-3)$ 到

直线 $x+y+1=0$（即点 $(0,-1)$）的距离 $\dfrac{|-2-3+1|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$，

此时 s 取得最小值 3，故 A 错误；

对于 C，$\sqrt{(x+2)^2+(y+3)^2}$ 的最大值即为点 $(-2,-3)$ 到点 $(1,0),(0,1)$ 的距离中的最大值

$\max\left\{3\sqrt{2},2\sqrt{5}\right\}=2\sqrt{5}$，故 s 的最大值为 15，故 C 正确；

若 $d(A,B)\le 1$，则 $|x|+|y|\le 1$ 表示正方形及其内部区域，易知其面积为 $\dfrac{1}{2}\times 2\times 2=2$，

故 D 错误.

故选：BC.

11. 已知 AC 为圆锥 SO 底面圆 O 的直径，$SA=4$，$SO=2\sqrt{3}$，点 B 为圆 O 上异于 A,C 的一点，M 为线段 SC 上的动点（异于端点），则（　　）

A. 直线 SB 与平面 SAM 所成角的最大值为 $\dfrac{\pi}{6}$

B. 圆锥 SO 内切球的体积为 $\dfrac{32}{125}\sqrt{3}\pi$

C. 棱长为 $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ 的正四面体可以放在圆锥 SO 内

D. 当 M 为 SC 的中点时，满足 $SB\perp AM$ 的点 B 有 2 个

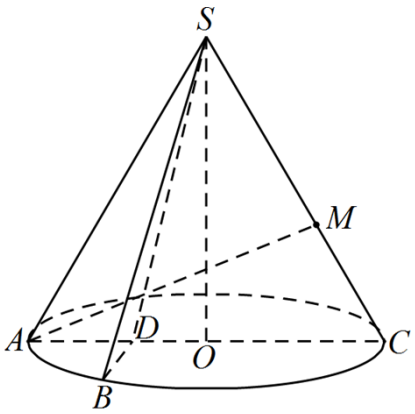
【答案】AC

【解析】

【分析】A：根据线面垂直得到线面角，然后结合三角函数以及线段长度分析角的最大值；B

：根据几何体的轴截面图进行分析计算；C：先考虑将正四面体补形为正方体，然后根据正方体的外接球以及 B 选项的结果进行判断；D：假设 $SB \perp AM$ 成立，通过线面垂直推导线线垂直并逐步推出矛盾.

【详解】A：过 B 作 $BD \perp AC$ 交 AC 于 D 点，连接 SD，如下图所示：



因为 $SO \perp$ 圆锥底面，所以 $SO \perp BD$，

又因为 $BD \perp AC$，$AC \cap SO = O$，$AC, SO \subset$ 平面 SAM，所以 $BD \perp$ 平面 SAM，

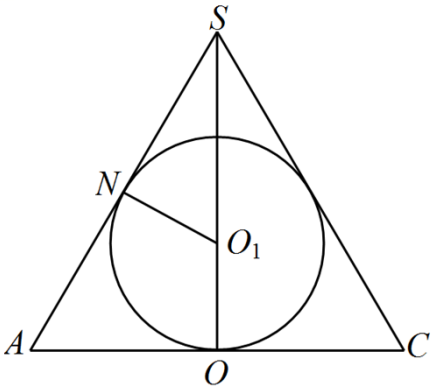
所以 SB 与平面 SAM 所成角即为 $\angle BSD$，且 $SA = SB = 4$，

又 $SO = 2\sqrt{3}$，所以 $AO = \sqrt{AS^2 - SO^2} = 2$，则 $AC = 4$，

所以 $\sin \angle BSD = \dfrac{BD}{SB} = \dfrac{BD}{4} \le \dfrac{AO}{4} = \dfrac{1}{2}$，当且仅当 B 位于 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点处时取等号，

所以 $\angle BSD \in \left(0, \dfrac{\pi}{6}\right]$，所以直线 SB 与平面 SAM 所成角的最大值为 $\dfrac{\pi}{6}$，故正确；

B：根据题意可得轴截面如下图所示，设内切球的球心为 O_1，半径为 r，



因为 $SA = SC = AC = 4$，所以 $\triangle SAC$ 为等边三角形，

所以 $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = 2\sqrt{3}$，

又因为 $NO_1 = r, \angle SNO_1 = \dfrac{\pi}{2}, \angle NSO_1 = \dfrac{\pi}{6}$，所以 $SO_1 = 2r$，

所以 $SO = SO_1 + OO_1 = 3r$，所以 $r = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，

所以内切球的体积为 $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{32\sqrt{3}}{27}\pi$，故错误；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/275341102114011310