

四川省眉山市重点中学 2025 年高考数学试题仿真试题（一）

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$ ，则不等式 $f(e^{1-x}) > f(e^{2x-1})$ 的解集是（ ）

- A. $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

2. 设 i 是虚数单位，则 $(2+3i)(3-2i) =$ （ ）

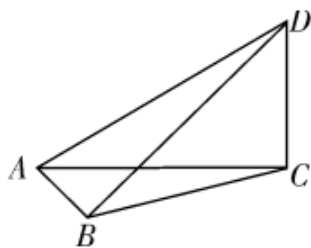
- A. $12+5i$ B. $6-6i$ C. $5i$ D. 13

3. 存在点 $M(x_0, y_0)$ 在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上，且点 M 在第一象限，使得过点 M 且与椭圆在此点的切线

$\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$ 垂直的直线经过点 $\left(0, -\frac{b}{2}\right)$ ，则椭圆离心率的取值范围是（ ）

- A. $\left[0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$ C. $\left[0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$ D. $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$

4. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = 1$ ， $BC = 3$ ， $\angle ABC = 120^\circ$ ， $\angle ACD = 90^\circ$ ， $\angle CDA = 60^\circ$ ，则 BD 的长度为（ ）



- A. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ B. $2\sqrt{3}$
- C. $3\sqrt{3}$ D. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

5. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形， $PA = \sqrt{5}$ ， E 为 PC

的中点，则异面直线 BE 与 PD 所成角的余弦值为 ()

- A. $-\frac{\sqrt{13}}{39}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{39}$ C. $-\frac{\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$

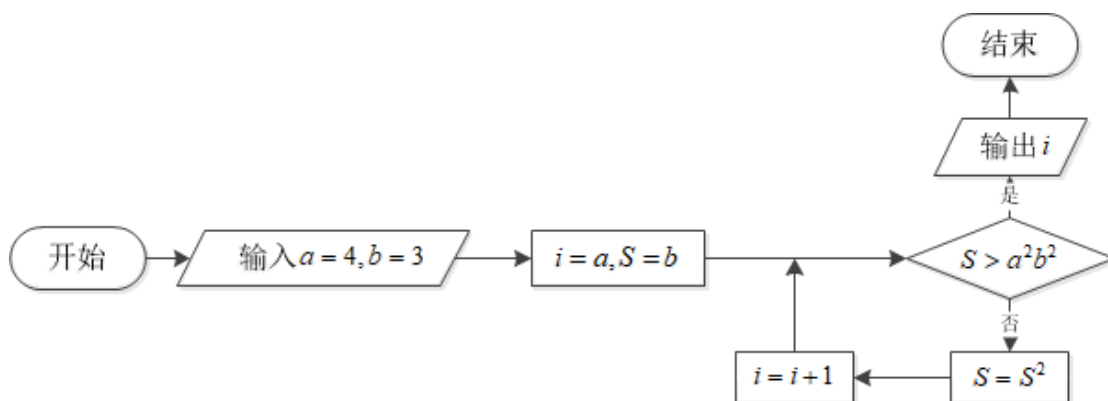
6. 已知实数 $a = 3^{\ln 3}$, $b = 3 + 3 \ln 3$, $c = (\ln 3)^3$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $c < b < a$ B. $c < a < b$ C. $b < a < c$ D. $a < c < b$

7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3$, $a_1 + a_3 + a_5 = 21$, 则 $a_3 + a_5 + a_7 =$ ()

- A. 21 B. 42 C. 63 D. 84

8. 如图所示的程序框图，若输入 $a = 4$, $b = 3$, 则输出的结果是 ()



- A. 6 B. 7 C. 5 D. 8

9. $F(-c, 0)$ 为双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左焦点，过点 F 的直线与圆 $x^2 + y^2 = \frac{3}{4}c^2$ 交于 A, B 两点，(A 在 F, B

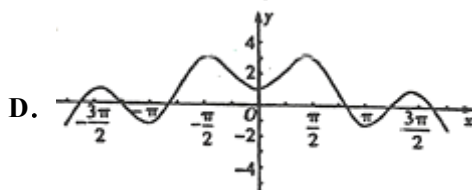
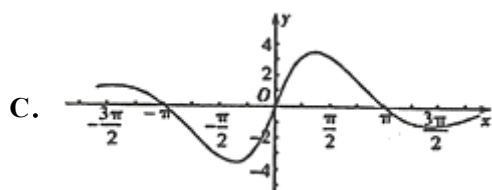
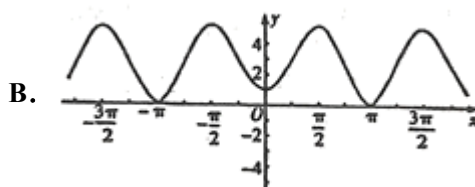
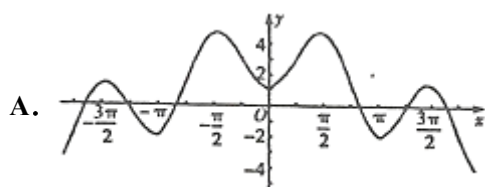
之间) 与双曲线 E 在第一象限的交点为 P , O 为坐标原点，若 $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{BP}$, 且 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -\frac{3}{100}c^2$, 则双曲线 E 的离心率为 ()

- A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. 5

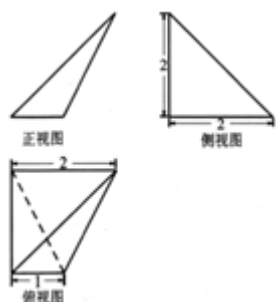
10. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $\frac{1}{\tan A}, \frac{1}{\tan B}, \frac{1}{\tan C}$ 依次成等差数列，则 ()

- A. a, b, c 依次成等差数列 B. $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ 依次成等差数列
C. a^2, b^2, c^2 依次成等差数列 D. a^3, b^3, c^3 依次成等差数列

11. 函数 $f(x) = 6^{|\sin x|} - \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}$ 的图象大致为 ()



12. 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为



- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. 2 D. $\frac{8}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 函数 $y = 4x^2 + \frac{1}{x}$ 的单调增区间为_____.

14. 已知函数 $f(x) = A \cos^2(\omega x + \varphi) + 1$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的最大值为 3, $f(x)$ 的图象与 y 轴的交点坐标为

$(0, 2)$, 其相邻两条对称轴间的距离为 2, 则 $f(1) + f(2) + \dots + f(2015) =$

15. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x + y \leq 4 \\ y \leq x \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = \frac{y+1}{x+2}$ 的最大值为_____.

16. 已知 $(x+1)^n$ 的展开式中第 5 项与第 7 项的二项式系数相等, 则 $n =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线经过抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点 F , 与抛物线 C 相交于 A, B 两点, 且

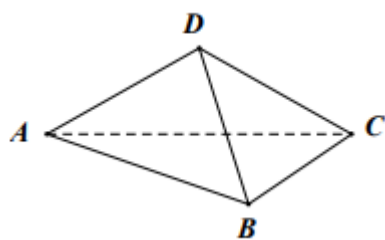
$$|AB| = 8.$$

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 设 P 为抛物线 C 上任意一点 (异于顶点), 过 P 做倾斜角互补的两条直线 l_1, l_2 , 交抛物线 C 于另两点 C, D ,

记抛物线 C 在点 P 的切线 l 的倾斜角为 α , 直线 CD 的倾斜角为 β , 求证: α 与 β 互补.

18. (12 分) 如图, 在四面体 $DABC$ 中, $AB \perp BC$, $DA = DC = DB$.



(1) 求证: 平面 $ABC \perp$ 平面 ACD ;

(2) 若 $AD = 2$, $AB = 2BC$, $\angle CAD = 30^\circ$, 求四面体 $ABCD$ 的体积.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = \ln \frac{1}{2x} - ax^2 + x (a \geq 0)$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的极值点的个数;

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 证明 $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{x_1 + x_2} > \frac{3}{4} - \ln 2$.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^{\frac{x}{1-x}}$,

(1) 证明: $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 单调递减;

(2) 证明: 对任意的 $x \in (0, 1)$ 有 $e^{\frac{x}{1-x}} < 1 - x < e^{-x}$.

21. (12 分) 已知 $a > 0$, $b > 0$, 函数 $f(x) = |2x + a| + |x - b|$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求证: $a + 2b = 1$;

(2) 若 $2a + b \geq tab$ 恒成立, 求实数 t 的最大值.

22. (10 分) 2019 年春节期间, 某超市准备举办一次有奖促销活动, 若顾客一次消费达到 400 元则可参加一次抽奖活动, 超市设计了两种抽奖方案.

方案一: 一个不透明的盒子中装有 30 个质地均匀且大小相同的小球, 其中 10 个红球, 20 个白球, 搅拌均匀后, 顾客从中随机抽取一个球, 若抽到红球则顾客获得 60 元的返金券, 若抽到白球则获得 20 元的返金券, 且顾客有放回地抽取 3 次.

方案二: 一个不透明的盒子中装有 30 个质地均匀且大小相同的小球, 其中 10 个红球, 20 个白球, 搅拌均匀后, 顾客从中随机抽取一个球, 若抽到红球则顾客获得 80 元的返金券, 若抽到白球则未中奖, 且顾客有放回地抽取 3 次.

(1) 现有两位顾客均获得抽奖机会, 且都按方案一抽奖, 试求这两位顾客均获得 180 元返金券的概率;

(2) 若某顾客获得抽奖机会.

① 试分别计算他选择两种抽奖方案最终获得返金券的数学期望;

② 为了吸引顾客消费, 让顾客获得更多金额的返金券, 该超市应选择哪一种抽奖方案进行促销活动?

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/276010240144010230>