

第 03 讲 实际问题与二元一次方程组

01

学习目标

课程标准	学习目标
①列二元一次方程组解决实际问题	1. 掌握列二元一次方程组解决实际问题的基本步骤，能够熟练的列方程解应用题。 2. 掌握基本等量关系，能够熟练的根据题目设出未知数列出方程。

02

思维导图

实际问题与二元一次方程组

列二元一次方程组解决实际问题

03

知识清单

知识点 01 列二元一次方程组解决实际问题

1. 列二元一次方程组解应用题的基本步骤：

- (1) 审题：弄清题意已经题目中的等量关系。
- (2) 设未知数：根据题意设出两个未知数表示题目中的两个未知量。
- (3) 列方程：根据所设未知数以及等量关系列出方程组。
- (4) 解方程：解出所列的方程组。
- (5) 检验：检验方程组的解是否满足实际问题。
- (6) 答：写出答案。

2. 常见的基本等量关系：

- (1) 行程问题： $\text{速度} \times \text{时间} = \text{路程}$
 $\text{顺水速度} = \text{静水速度} + \text{水流速度}$
 $\text{逆水速度} = \text{静水速度} - \text{水流速度}$
- (2) 配套问题： $\text{实际数量比} = \text{配套比}$
- (3) 商品销售问题： $\text{利润} = \text{售价} - \text{进价}$ ； $\text{售价} = \text{标价} \times \text{折扣}$ ； $\text{利润率} = \text{利润} \div \text{进价} \times 100\%$
- (4) 工程问题： $\text{工作效率} \times \text{工作时间} = \text{工作总量}$ ； $\text{甲乙合作效率} = \text{甲的效率} + \text{乙的效率}$

【即学即练 1】

1. 甲、乙两个班去年植树时，甲班比乙班多种 50 棵树，今年植树时，甲班比去年多种了 12%，乙班比去年多种了 15%，甲班比乙班多种 50 棵，设去年甲、乙两班分别种树 x 棵、 y 棵，则下列方程组正确的是 ()

A.
$$\begin{cases} x-y=50 \\ 15\%x-12\%y=50 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x-y=50 \\ 12\%x-15\%y=50 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x-y=50 \\ (1+15\%)x-(1+12\%)y=50 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x-y=50 \\ (1+12\%)x-(1+15\%)y=50 \end{cases}$$

【分析】此题中的等量关系为：

①甲班今年植树棵数 - 乙班今年植树棵数 = 50 棵；

②甲班去年植树棵数 - 乙班去年植树棵数 = 50 棵.

【解答】解：根据甲班去年植树棵数 - 乙班去年植树棵数 = 50 棵，得方程 $x - y = 50$ ；

根据甲班今年植树棵数 - 乙班今年植树棵数 = 50 棵，得方程 $112\%x - 115\%y = 50$.

可列方程组为
$$\begin{cases} x-y=50 \\ (1+12\%)x-(1+15\%)y=50 \end{cases}$$
.

故选：D.

【即学即练 2】

2. 某中学七年级（1）班去体育用品商店买一些篮球和排球，供班上同学进行体育锻炼时使用，共买了 2 个篮球和 6 个排球，花 570 元，并且每个排球比篮球便宜 25 元.

（1）求篮球和排球的单价各是多少；

（2）商店里搞活动，有两种套餐，①套餐打折：五个篮球和五个排球为一套餐，套餐打八折；②满减活动：满 999 减 100，满 1999 减 200；两种活动不重复参与，学校打算购买 14 个篮球，12 个排球，请问如何安排更划算？

【分析】（1）设篮球单价为每个 x 元，排球单价为每个 y 元，根据买了 2 个篮球和 6 个排球，花 570 元，并且每个排球比篮球便宜 25 元，列方程组求解即可得到答案；

（2）分别计算两种活动方案费用比较即可得到答案.

【解答】解：（1）设篮球单价为每个 x 元，排球单价为每个 y 元，

由题意可得
$$\begin{cases} y=x-25 \\ 2x+6y=570 \end{cases}$$
,

解方程组得
$$\begin{cases} x=90 \\ y=65 \end{cases}$$
,

答：篮球每个 90 元，排球每个 65 元；

（2）若按照①套餐打折购买费用为： $2(5 \times 90 + 5 \times 65) \times 0.8 + 4 \times 90 + 2 \times 65 = 1730$ （元），

若参加②满减活动购买费用为： $14 \times 90 + 12 \times 65 = 2040$ （元），

又 $2040 > 1999$,

所以 $2040 - 200 = 1840$ (元).

而 $1840 > 1730$, 所以选择套餐①所花费用比选择套餐②所花费用低.

答: 选用套餐①购买更划算.

04

题型精讲

题型 01 顺逆行问题

【典例 1】 若一艘轮船沿江水顺流航行 120km 需用 3 小时, 它沿江水逆流航行 60km 也需用 3 小时, 设这艘轮船在静水中的航速为 $x\text{ km/h}$, 江水的流速为 $y\text{ km/h}$, 则根据题意可列方程组为 ()

A.
$$\begin{cases} 3x - y = 60 \\ 3x + y = 120 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 3(x + y) = 120 \\ 3(x - y) = 60 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 3(x - y) = 120 \\ 3(x + y) = 60 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 3x + y = 60 \\ 3x - y = 120 \end{cases}$$

【分析】 船只顺流速度 = 船静水中的速度 + 水流流速, 船只逆流速度 = 船静水中的速度 - 水流流速, 根据“顺流航行 120km 需用 3 小时, 它沿江水逆流航行 60km 也需用 3 小时”建立方程, 即可得出答案.

【解答】 解: 根据题意, 得
$$\begin{cases} 3(x + y) = 120 \\ 3(x - y) = 60 \end{cases}.$$

故选: B.

【变式 1】 A 地至 B 地的航线长 1200 千米, 一艘轮船从 A 地顺水开往 B 地需 30 小时, 它逆水返回需要 40 小时, 设轮船在静水中的速度为 x 千米/小时, 水速为 y 千米/小时, 可列方程组 ()

A.
$$\begin{cases} 30(x - y) = 1200 \\ 40(x + y) = 1200 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 30(x + y) = 1200 \\ 40(x - y) = 1200 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 30(y - x) = 1200 \\ 40(y + x) = 1200 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 30(y + x) = 1200 \\ 40(y - x) = 1200 \end{cases}$$

【分析】 设轮船在静水中的平均速度为 x 千米/小时, 水速为 y 千米/小时, 根据路程 = 速度 $\times$ 时间, 即可得出关于 x, y 的二元一次方程组, 此题得解.

【解答】 解: 设轮船在静水中的平均速度为 x 千米/小时, 水速为 y 千米/小时, 则:

船顺水行驶速度为: $(x + y)$ 千米/小时.

船顺水行驶速度为: $(x - y)$ 千米/小时.

依题意, 得:
$$\begin{cases} 30(x + y) = 1200 \\ 40(x - y) = 1200 \end{cases}.$$

故选: B.

【变式 2】 甲、乙两地相距 100 千米, 一艘轮船往返两地, 顺流航行用 4 小时, 逆流航行用 5

小时，那么这艘轮船在静水中速度是_____千米/时。（ ）

- A. 2.5 千米/时 B. 22.5 千米/时
C. 4.5 千米/时 D. 20.5 千米/时

【分析】设船在静水中的速度为 x ，水流速度为 y ，根据题意列方程求解即可。

【解答】解：设轮船在静水中的速度为 x 千米/时，水流速度为 y 千米/时，

由题意得：
$$\begin{cases} 4(x+y)=100 \\ 5(x-y)=100 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x=22.5 \\ y=2.5 \end{cases},$$

即这艘轮船在静水中的速度是 22.5 千米/时，

故选：B.

【变式 3】一架飞机在 A、B 两地飞行，风速为 15km/h ，它从 A 地顺风飞往 B 地需 12.5h ，它逆风飞行同样的航线需 13h 。求：

(1) 飞机无风时的平均速度；

(2) 两地之间的航程。

【分析】(1) 设飞机无风时的平均速度是 $x\text{ km/h}$ ；

(2) 根据 (1) 的结论，列出算式即可求解。

【解答】解：(1) 设飞机无风时的平均速度是 $x\text{ km/h}$ 。

$$12.5(x+15)=13(x-15),$$

$$12.5x+12.5\times 15=13x-13\times 15,$$

$$25.5\times 15=0.5x,$$

$$x=765,$$

答：飞机无风时的平均速度是 765km/h 。

$$(2) 12.5\times (765+15)=12.5\times 780=9750\text{ (km)},$$

答：两地之间的航程是 9750km 。

【变式 4】今年“五一黄金周”，长江三峡沿途旅游再一次风靡全国，其中忠县石宝寨风景区更是人山人海。“联盟号豪华旅游客轮”在相距约 270 千米的重庆、石宝寨两地之间匀速航行，从重庆到石宝寨顺流航行需 9 小时，石宝寨到重庆逆流航行比顺流航行多用 4.5 小时。

(1) 求该客轮在静水中的速度和水流速度；

(2) 若在重庆港口、石宝寨两地之间需建新码头便于游客休息观光，使该客轮从重庆港到该码头和从石宝寨到该码头所用的航行时间相同，问重庆港与该码头两地相距多少千米。

【分析】(1) 设该客轮在静水中的速度是 x 千米/小时，水流速度是 y 千米/小时，根据路程=速度×时间，列出二元一次方程组，解方程组即可；

(2) 设从重庆港到该码头两地相距 a 千米，则从石宝寨到该码头两地相距 $(270-a)$

千米，根据时间=路程÷速度，列出一元一次方程，解方程即可.

【解答】解：(1) 设该客轮在静水中的速度是 x 千米/小时，水流速度是 y 千米/小时，

依题意得：
$$\begin{cases} 9(x+y)=270 \\ (9+4.5)(x-y)=270 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} x=25 \\ y=5 \end{cases},$$

答：该客轮在静水中的速度是 25 千米/小时，水流速度是 5 千米/小时；

(2) 设从重庆港到该码头两地相距 a 千米，则从石宝寨到该码头两地相距 $(270 - a)$ 千米，

依题意得：
$$\frac{a}{25+5} = \frac{270-a}{25-5},$$

解得： $a=162$,

答：重庆港与该码头两地相距 162 千米.

题型 02 配套问题

【典例 1】某工厂现有 95 个工人，一个工人每天可做 8 个螺杆或 22 个螺母，两个螺母和一个螺杆为一套，现在要求工人每天做的螺杆和螺母完整配套而没有剩余，若设安排 x 个工人做螺杆， y 个工人做螺母，则列出正确的二元一次方程组为 ()

A.
$$\begin{cases} x+y=95 \\ 8x-22y=0 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x+y=95 \\ 4x-22y=0 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x+y=95 \\ 16x-22y=0 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x+y=95 \\ 16x-11y=0 \end{cases}$$

【分析】设安排 x 个工人做螺杆， y 个工人做螺母，根据“工厂现有 95 个工人”和“一个工人每天可做 8 个螺杆或 22 个螺母，两个螺母和一个螺杆为一套”列出方程组即可.

【解答】解：设安排 x 个工人做螺杆， y 个工人做螺母，由题意得：

$$\begin{cases} x+y=95 \\ 16x-22y=0 \end{cases}$$

故选：C.

【变式 1】现用 95 张纸板制作一批盒子，每张纸板可做 4 个盒身或做 11 个盒底，而一个盒身和两个盒底配成一个完整的盒子. 问用多少张纸板制盒身、多少张纸板制盒底，可以使盒身和盒底正好配套，设用 x 张纸板做盒身， y 张纸板做盒底，可以使盒身与盒底正好配套，则可列方程是 ()

A.
$$\begin{cases} x+2y=95 \\ 4x=11y \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x+y=95 \\ 4x=2 \times 11y \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x+2y=95 \\ 2 \times 8x=22y \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x+y=95 \\ 2 \times 4x=11y \end{cases}$$

【分析】根据“制作盒身和制作盒底的纸板共 95 张，每张纸板可做 4 个盒身或做 11

个盒底，且一个盒身和两个盒底配成一个完整的盒子（即制作的盒底的总数量是制作盒身总数量的2倍）”，即可列出关于 x ， y 的二元一次方程组，此题得解．

【解答】解： $\because$ 制作盒身和制作盒底的纸板共95张，

$$\therefore x+y=95;$$

$\because$ 每张纸板可做4个盒身或做11个盒底，且一个盒身和两个盒底配成一个完整的盒子，

$$\therefore 2 \times 4x = 11y.$$

$$\therefore \text{根据题意可列方程组} \begin{cases} x+y=95 \\ 2 \times 4x=11y \end{cases}.$$

故选：D.

【变式2】2023年杭州亚运会期间，吉祥物琮琤、宸宸、莲莲因其灵动可爱的形象受到了大家的喜爱．为了提高销量，某店家推出了吉祥物套装礼盒，一个套装礼盒里包含1个吉祥物宸宸玩偶和2个其他吉祥物的钥匙扣．已知一个玩偶的进价为60元，一个钥匙扣的进价为20元，该店家计划用5000元购进一批玩偶和钥匙扣，使得刚好配套，设购进 x 个玩偶， y 个钥匙扣，则下列方程组正确的是（ ）

A. $\begin{cases} x=2y \\ 60x+20y=5000 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=2y \\ 20x+60y=5000 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x=y \\ 60x+20y=5000 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2x=y \\ 20x+60y=5000 \end{cases}$

【分析】利用总价=单价 $\times$ 数量，结合购进玩偶和钥匙扣数量间的关系，即可列出关于 x ， y 的二元一次方程组，此题得解．

【解答】解： $\because$ 一个套装礼盒里包含1个吉祥物宸宸玩偶和2个其他吉祥物的钥匙扣，

$\therefore$ 购进钥匙扣的数量是购进宸宸玩偶数量的2倍，

$$\therefore 2x=y;$$

$\because$ 一个玩偶的进价为60元，一个钥匙扣的进价为20元，且店家共花费5000元，

$$\therefore 60x+20y=5000.$$

$$\therefore \text{根据题意可列出方程组} \begin{cases} 2x=y \\ 60x+20y=5000 \end{cases}.$$

故选：C.

【变式3】用白铁皮做罐头盒，每张铁皮可制盒身15个或盒底30个，一个盒身与两个盒底配成一套罐头盒．现有260张白铁皮，用 130 张制盒身可以正好制成整套罐头盒．

【分析】设用 x 张铁皮制盒身，一共有260张铁皮， x 张铁皮制盒身，那么就用 $(260-x)$ 张制盒底，接下来，根据一个盒身与两个盒底配成一套罐头盒，列方程求解即可．

【解答】解：设用 x 张铁皮制盒身，则用 $(260-x)$ 张铁皮制盒底，

依题意列方程： $2 \times 15x = 30 \times (260-x)$ ，

解得 $x=130$ ， $260-x=130$ ．

所以用130张制盒身，130张制盒底可以正好制成整套罐头盒．

故答案为：130.

【变式 4】在手工制作课上，老师组织七年级（2）班的学生用硬纸制作圆柱形茶叶筒．七年级（2）班共有学生 44 人，其中男生人数比女生人数少 2 人，并且每名学生每小时剪筒身 50 个或剪筒底 120 个．要求一个筒身配两个筒底，为了使每小时剪出的筒身与筒底刚好配套，应该分配多少名学生剪筒身，多少名学生剪筒底？

【分析】设分配剪筒身的学生为 x 人，则剪筒底为 $(44 - x)$ ，根据“一个筒身配两个筒底，每小时剪出的筒身与筒底刚好配套”即可列方程求得结果．

【解答】解：设分配剪筒身的学生为 x 人，则剪筒底为 $(44 - x)$ ，

依题意得 $50x \times 2 = 120(44 - x)$ ，

解得 $x = 24$ ，

则 $44 - x = 20$ ．

故应该分配 24 名学生剪筒身，20 名学生剪筒底．

【变式 5】某口罩厂共有 60 名员工，每名员工每天可以生产 250 个罩面或 1000 根耳绳．已知一个罩面需要配两根耳绳，口罩厂预备安排若干名员工生产罩面，其余员工都生产耳绳，若在此安排下，每天生产的罩面和耳绳刚好配套，问安排生产罩面和耳绳的人数分别是多少？

【分析】设安排 x 人生产罩面，则有 $(60 - x)$ 人生产耳绳，根据题意列出方程求解即可．

【解答】解：设安排 x 人生产罩面，则有 $(60 - x)$ 人生产耳绳，

依题意，得 $1000(60 - x) = 2 \times 250x$ ，

解得 $x = 40$ ，

$60 - 40 = 20$ （人）．

答：安排了 40 人生产罩面，20 人生产耳绳．

题型 03 工程问题

【典例 1】现有一段长为 5000 米的马路需要整修，由甲、乙两个工程小组先后接力完成，甲工程小组每天整修 200 米，乙工程小组每天整修 250 米，共用时 22 天．设甲工程小组整修马路 x 米，乙工程小组整修马路 y 米，依题意可列方程组（ ）

A.
$$\begin{cases} x+y=22 \\ \frac{x}{200}+\frac{y}{250}=5000 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x+y=22 \\ 200x+250y=5000 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x+y=5000 \\ \frac{x}{200}+\frac{y}{250}=22 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x+y=5000 \\ 200x+250y=22 \end{cases}$$

【分析】根据题意，找到两个等量关系：甲工程小组整修马路的长度+乙工程小组整修马路的长度=5000 米，甲工程小组整修马路的天数+乙工程小组整修马路的天数=22 天，由此列出方程组，得到答案．

【解答】解：根据题意，

设甲工程小组整修马路 x 米，乙工程小组整修马路 y 米，

依题意可列方程组：

$$\begin{cases} x+y=5000 \\ \frac{x}{200}+\frac{y}{250}=22 \end{cases},$$

故选：C.

【变式 1】 为打造三墩五里塘河河道风光带，现有一段长为 180 米的河道整治任务，由 A、B 两个工程小组先后接力完成，A 工程小组每天整治 12 米，B 工程小组每天整治 8 米，共用时 20 天，设 A 工程小组整

治河道 x 米，B 工程小组整治河道 y 米，依题意可列方程组 $\begin{cases} x+y=180 \\ \frac{x}{12}+\frac{y}{8}=20 \end{cases}$.

【分析】 根据河道总长为 180 米和 A、B 两个工程队共用时 20 天这两个等量关系列出方程，组成方程组即可求解.

【解答】 解：依题意可得： $\begin{cases} x+y=180 \\ \frac{x}{12}+\frac{y}{8}=20 \end{cases}$.

故答案为： $\begin{cases} x+y=180 \\ \frac{x}{12}+\frac{y}{8}=20 \end{cases}$.

【变式 2】 在《二元一次方程组》这一章的复习课上，刘老师给出了下面的题目：

在某市“精准扶贫”工作中，甲、乙两个工程队先后接力为扶贫村庄修建一条 4000 米长的公路，甲队每天修建 200 米，乙队每天修建 250 米，一共用 18 天完成.

(1) 李东同学根据题意，列出了一个尚不完整的方程组 $\begin{cases} x+y=\triangle \\ 200x+250y=\square \end{cases}$ ，请写出李东所列方程组中未

知数 x ， y 表示的意义： x 表示 甲队修建的时间， y 表示 乙队修建的时间；并写出该方程组中 $\triangle$ 处的数应是 18， $\square$ 处的数应是 4000；

(2) 陈彬同学的思路是想设甲工程队一共修建了 x 米公路，乙工程队一共修建了 y 米公路. 下面请你按照陈彬的设想列出方程组，并求出乙队修建了多少天？

【分析】 (1) 由两队共用 18 天完成修建任务，可得出 $\triangle$ 处的数，利用工作总量 = 工作效率 $\times$ 工作时间，结合甲、乙两队的工作效率及公路的总长，可得出 x ， y 的含义及 $\square$ 处的数；

(2) 利用公路的总长及工作时间 = 工作总量 $\div$ 工作效率，可列出关于 x ， y 的二元一次方程组，解之可得出 x ， y 的值，再利用乙队的工作时间 = 乙队的工作总量 $\div$ 乙队的工作效率，即可求出乙队的工作时间.

【解答】 解：(1) $\because$ 甲、乙两个工程队先后接力 18 天完成公路的修建任务，

$\therefore x+y=18$,

$\therefore \triangle$ 处的数应是 18;

∵甲队每天修建 200 米，乙队每天修建 250 米，公路全长 4000 米，

$$\therefore 200x + 250y = 4000,$$

∵ x 表示甲队修建的时间， y 表示乙队修建的时间，□处的数应是 4000.

故答案为：甲队修建的时间，乙队修建的时间，18，4000；

(2) 根据题意得：
$$\begin{cases} x+y=4000 \\ \frac{x}{200} + \frac{y}{250} = 18 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} x=2000 \\ y=2000 \end{cases},$$

$$\therefore \frac{y}{250} = \frac{2000}{250} = 8 \text{ (天)}.$$

答：乙队修建了 8 天.

【变式 3】某公司要生产 960 件新产品，准备让 A 、 B 两厂生产，已知先由 A 厂生产 30 天，剩下的 B 厂生产 20 天可完成，共需支付工程款 81000 元；若先由 B 厂生产 30 天，剩下的 A 厂可用 15 天完成，共需支付工程款 81000 元.

(1) 求 A 、 B 两厂单独完成各需多少天；

(2) 若公司可以由一个厂完成，也可由两厂合作完成，但为保证质量，加工期间公司需派一名技术员到现场指导（若两厂同时生产也只需派一名），每天需支付这名技术员工资及午餐费 120 元，从经费考试应怎样安排生产，公司花费最少的金额是多少？

【分析】(1) 设 A 厂每天生产 x 件新产品， B 厂每天生产 y 件新产品，根据“ A 厂生产 30 天， B 厂生产 20 天可生产 960 件新产品； B 厂生产 30 天， A 厂生产 15 天可生产 960 件新产品”，即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组，解之即可得出 x 、 y 的值，再利用工作时间 = 工作总量 ÷ 工作效率，即可分别求出 A 、 B 两厂单独完成所需时间；

(2) 设选择 A 厂每天需付的工程款为 m 元，选择 B 厂每天需付的工程款为 n 元，根据“先由 A 厂生产 30 天，剩下的 B 厂生产 20 天可完成，共需支付工程款 81000 元；若先由 B 厂生产 30 天，剩下的 A 厂可用 15 天完成，共需支付工程款 81000 元”，即可得出关于 m 、 n 的二元一次方程组，解之即可得出 m 、 n 的值，依此可求出 A 、 B 两厂单独完成所需费用，设两厂合作完成， A 厂生产 a 天，所需总费用为 w 元，则 B 厂生产 $(40 - \frac{2}{3}a)$ 天，根据总费用 = 工程费 + 技术员工资及午餐费，即可得出 w 关于 a 的函数关系式，根据一次函数的性质即可求出 w 的最小值，再将其与 88200、85800 比较后即可得出结论.

【解答】解：(1) 设 A 厂每天生产 x 件新产品， B 厂每天生产 y 件新产品，

根据题意得：
$$\begin{cases} 30x + 20y = 960 \\ 15x + 30y = 960 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} x=16 \\ y=24 \end{cases},$$

$$\therefore \frac{960}{x} = \frac{960}{16} = 60, \frac{960}{y} = \frac{960}{24} = 40.$$

答：A 厂单独完成需要 60 天，B 厂单独完成需要 40 天.

(2) 设选择 A 厂每天需付的工程款为 m 元，选择 B 厂每天需付的工程款为 n 元，

$$\text{根据题意得：} \begin{cases} 30m+20n=81000 \\ 15m+30n=81000 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} m=1350 \\ n=2025 \end{cases},$$

$\therefore$ 选择 A 厂每天需付的工程款为 1350 元，选择 B 厂每天需付的工程款为 2025 元.

$\therefore$ A 厂单独完成需要费用为 $(1350+120) \times 60 = 88200$ (元)，

B 厂单独完成需要费用为 $(2025+120) \times 40 = 85800$ (元).

设两厂合作完成，A 厂生产 a 天，所需总费用为 w 元，则 B 厂生产 $(40 - \frac{2}{3}a)$ 天，

根据题意得：当 $a \leq 40 - \frac{2}{3}a$ ，即 $a \leq 24$ 时， $w = 1350a + 2025(40 - \frac{2}{3}a) + 120 \times (40 - \frac{2}{3}a) = -80a + 85800$ ，

此时，当 $a = 24$ 时， w 取最小值，最小值为 83880；

当 $a \geq 40 - \frac{2}{3}a$ ，即 $a \geq 24$ 时， $w = 1350a + 2025(40 - \frac{2}{3}a) + 120 \times a = 120a + 81000$ ，

此时，当 $a = 24$ 时， w 取最小值，最小值为 83880.

$\therefore 88200 > 85800 > 83880$ ，

$\therefore$ A、B 两厂每厂生产 24 天时，公司花费最少，最少金额为 83880 元.

【变式 4】 随着康养医疗社会需求的进一步增大，某康养中心正在扩大规模，准备装修一批新房舍. 若甲、乙两个装修公司合作，需 6 周完成，共需装修费为 5.2 万元；若甲公司单独做 4 周后，剩下的由乙公司来做，还需 9 周才能完成，共需装修费 4.8 万元，康养中心研究后决定只选一个公司单独完成（工作总量为 1）.

(1) 设甲公司每周的工作效率为 m ，乙公司每周的工作效率为 n ，则可列出方程为 $\begin{cases} 6(m+n)=1 \\ 4m+9n=1 \end{cases}$ ；

(2) 如果从节约时间的角度考虑，你帮康养中心确定一下，应选哪家公司？请说明理由；

(3) 如果从节约开支的角度考虑呢？请说明理由.

【分析】 (1) 设甲公司每周的工作效率为 m ，乙公司每周的工作效率为 n ，利用工作总量 = 工作效率 $\times$ 工作时间，结合“甲、乙两个装修公司合作，需 6 周完成；若甲公司单独做 4 周后，剩下的由乙公司来做，还需 9 周才能完成”，即可列出关于 m, n 的二元一次方程组；

(2) 如果从节约时间的角度考虑，康养中心应选甲公司，解 (1) 中的方程组可得出 m, n 的值，利用工作时间 = 工作总量 $\div$ 工作效率，可求出甲、乙两公司单独完成所需时间，比较后即可得出结论；

(3) 如果从节约开支的角度考虑，康养中心应选乙公司，设选择甲公司每周需支付装修费 x

万元，选择乙公司每周需支付装修费 y 万元，根据“甲、乙两个装修公司合作 6 周，共需装修费为 5.2 万元；若甲公司单独做 4 周后，乙公司单独做 9 周，共需装修费 4.8 万元”，可列出关于 x, y 的二元一次方程组，解之可得出 x, y 的值，再将其代入 $10x, 15y$ 中，比较后即可得出结论.

【解答】解：（1）设甲公司每周的工作效率为 m ，乙公司每周的工作效率为 n ，

根据题意得：
$$\begin{cases} 6(m+n)=1 \\ 4m+9n=1 \end{cases}.$$

故答案为：
$$\begin{cases} 6(m+n)=1 \\ 4m+9n=1 \end{cases};$$

（2）如果从节约时间的角度考虑，康养中心应选甲公司，理由如下：

解方程组 $\begin{cases} 6(m+n)=1 \\ 4m+9n=1 \end{cases}$ 得：
$$\begin{cases} m=\frac{1}{10} \\ n=\frac{1}{15} \end{cases},$$

$$\therefore \frac{1}{m} = \frac{1}{\frac{1}{10}} = 10, \quad \frac{1}{n} = \frac{1}{\frac{1}{15}} = 15,$$

$\therefore$ 甲公司单独完成所需时间为 10 周，乙公司单独完成所需时间为 15 周，

又 $\because 10 < 15$,

$\therefore$ 如果从节约时间的角度考虑，康养中心应选甲公司；

（3）如果从节约开支的角度考虑，康养中心应选乙公司，理由如下：

设选择甲公司每周需支付装修费 x 万元，选择乙公司每周需支付装修费 y 万元，

根据题意得：
$$\begin{cases} 6(x+y)=5.2 \\ 4x+9y=4.8 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} x=\frac{3}{5} \\ y=\frac{4}{15} \end{cases},$$

$$\therefore 10x = 10 \times \frac{3}{5} = 6, \quad 15y = 15 \times \frac{4}{15} = 4,$$

$\therefore$ 选择甲公司共需支付装修费 6 万元，选择乙公司共需支付装修费 4 万元，

又 $\because 6 > 4$,

$\therefore$ 如果从节约开支的角度考虑，康养中心应选乙公司.

题型 04 商品利润问题

【典例 1】某商场计划销售一批运动衣，能获得利润 12000 元. 经过市场调查后，进行促销活动，由于降低售价，每套运动衣少获利润 10 元，但可多销售 400 套，结果总利润比计划多 4000 元. 求实际销售运动衣多少套？每套运动衣实际利润是多少元？设原计划销售运动衣 x 套，原计划每套运动衣的利润是 y

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/276025200050011031>