

# 华师—2024 届高三《正余弦定理的综合应用》试题

## 一、单选题

1. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $\triangle ABC$  的面积为  $S = \frac{a^2}{2}$ , 则( )

- A.  $a^2$  子  $bc \sin A$     B.  $\frac{a^2}{b^2+c^2-a^2} = \tan A$     C.  $\frac{b}{c} + \frac{c}{b}$  的最大值为  $\sqrt{5}$     D.  $\frac{a^2}{bc}$  的最大值 1

2. 在锐角  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,  $\triangle ABC$  的面积为  $S$ , 若  $\sin(A+C) = \frac{2S}{b^2 - a^2}$ ,

- 则  $\tan A + \frac{1}{3 \tan(B-A)}$  的取值范围为 ( )
- A.  $[\frac{1}{3}, 3]$     B.  $[\frac{1}{3}, 3]$     C.  $(\frac{1}{3}, 3)$     D.  $[\frac{1}{3}, 3)$

3. 在锐角  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边为  $a, b, c$ , 若  $\frac{\sin B \sin C}{3 \sin A} = \cos^2 A + \cos^2 C$ , 且  $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = \sin A \cdot \sin B$ , 则  $\frac{c^2}{a+b}$  的取值范围是 ( )

- A.  $[\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$     B.  $(6, 4\sqrt{3}]$     C.  $[2\sqrt{3}, 6)$     D.  $[\sqrt{3}, 2)$

4. 在锐角  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,  $S$  为  $\triangle ABC$  的面积, 且  $2S = a^2 - (b-c)^2$ ,

则  $\frac{4b^2 - 12bc + 17c^2}{4b^2 - 12bc + 13c^2}$  的取值范围为 ( )

- A.  $[\frac{9}{5}, \frac{73}{37})$     B.  $(\frac{281}{181}, \frac{91}{5}]$     C.  $[\frac{2}{37}, \frac{73}{37})$     D.  $(\frac{281}{181}, \frac{2}{37}]$

5. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别是  $a, b, c, A = 120^\circ, D$  是边  $BC$  上一点,  $AB \perp AD$  且

$AD = \sqrt{3}$ , 则  $b + 2c$  的最小值是 ( )

- A. 4    B. 6    C. 8    D. 9

6. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 2$ ,  $D, E$  分别是边  $AB, AC$  的中点,  $CD$  与  $BE$  交于点  $O$ , 若  $OC = \sqrt{3}OB$ ,

则  $\triangle ABC$  面积的最大值为 ( )

- A.  $\sqrt{3}$     B.  $3\sqrt{3}$     C.  $6\sqrt{3}$     D.  $9\sqrt{3}$

7. 在钝角  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别是  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边, 点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心, 若

$AG \perp BG$ ，则  $\cos C$  的取值范围是 ( )

- A.  $\left(\frac{\sqrt{6}}{3}, 1\right)$       B.  $\left(0, \frac{4}{5}\right)$       C.  $\left[\frac{4}{5}, \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$       D.  $\left[\frac{4}{5}, 1\right)$

8. 在  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC$  的平分线交  $BC$  于点  $D$ ， $BD = 2DC$ ， $BC = 6$ ，则  $\triangle ABC$  的面积的最大

值为 ( )

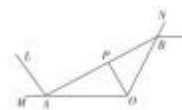
- A. 6                      B.  $6\sqrt{2}$                       C. 12                      D.  $12\sqrt{2}$

9. 在  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别为内角  $A, B, C$  所对的边,  $b=c$ , 且满足  $\frac{\sin B}{\sin A} = \frac{1-\cos B}{\cos A}$ , 若点  $O$  是  $\triangle ABC$  外一点,  $\angle AOB = \theta (0 < \theta < \pi)$ ,  $OA = 2OB = 2$ , 则平面四边形  $OACB$  面积的最

大值是 ( )

- A.  $\frac{8+5\sqrt{3}}{4}$                       B.  $\frac{4+5\sqrt{3}}{4}$                       C. 3                      D.  $\frac{4+\sqrt{5}}{2}$

10. 如图, 某城市有一条公路从正西方  $MO$  通过市中心  $O$  后转向东北方  $ON$ , 为了缓解城市交通压力, 现准备修建一条绕城高速公路  $L$ , 并在  $MO, ON$  上分别设置两个出口  $A, B$ , 若  $AB$  部分为直线段, 且要求市中心  $O$  与  $AB$  的距离为 20 千米, 则  $AB$  的最短距离为 (



- A.  $20(\sqrt{2}-1)$  千米 B.  $40(\sqrt{2}-1)$  千米 C.  $20(\sqrt{2}+1)$  千米 D.  $40(\sqrt{2}+1)$  千米

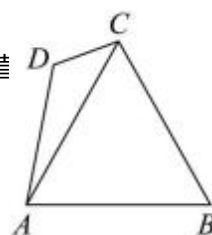
## 二、多选题

11. 如图, 某人在一条水平公路旁的山顶  $P$  处测得小车在  $A$  处的俯角为  $45^\circ$ . 已知小车的速度是  $20\text{km/h}$ , 且  $\cos \angle AOB = -\frac{3\sqrt{3}}{8}$



则 ( )

- A. 此山高  $PO = \sqrt{3}\text{km}$     B. 小车从  $A$  到  $B$  的行驶过程中观测  $P$  点的最小仰角为  $30^\circ$   
 C.  $PA = 2\text{km}$     D. 小车从  $A$  到  $B$  的行驶过程中观测  $P$  点的最大仰角的正切值



12. 如图,  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$ , 所对的边分别为  $a, b, c$ . 若  $a = b$ , 且  $\sqrt{3}(a\cos C + c\cos A) = 2b\sin B$ ,  $D$  是  $\triangle ABC$  外一点,  $DC = 1, DA = 3$ , 则

下列说法正确的是 ( )

- A.  $\triangle ABC$  是等边三角形    B. 若  $AC = 2\sqrt{3}$ , 则  $A, B, C, D$  四点共圆  
 C. 四边形  $ABCD$  面积最大值为  $\frac{5\sqrt{3}}{2} + 3$     D. 四边形  $ABCD$  面积最小值为  $\frac{5\sqrt{3}}{2} - 3$

13. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $B = \frac{\pi}{3}$ , 角  $B$  的平分线  $BD$  交  $AC$  于  $D$ , 且  $BD = 2$ , 则下列说法正确的是

( )

A. 若  $BD = BC$ , 则  $\triangle ABC$  的面积是  $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$

B. 若  $BD = BC$ , 则  $\triangle ABC$  的外接圆半径是  $2\sqrt{2}$

C. 若  $BD = BC$ , 则  $\frac{AD}{DC} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$

D.  $AB + BC$  的最小值是  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

14. 在锐角  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对边分别为  $a, b, c$ , 外接圆半径为  $R$ , 若  $a = \sqrt{3}$ ,

$A = \frac{\pi}{3}$ , 则 ( )

A.  $R = 1$

B.  $\sqrt{3} < b < 2$

C.  $bc$  的最大值为 3

D.  $b^2 + c^2 + 3bc$  的取值范围为  $(11, 15]$

15. 设  $\triangle ABC$  的三个内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . 下列有关等边三角形的四个命题中正确的是 ( ).

A. 若  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ , 则  $\triangle ABC$  是等边三角形

B. 若  $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ , 则  $\triangle ABC$  是等边三角形

C. 若  $\frac{a}{\tan A} = \frac{b}{\tan B} = \frac{c}{\tan C}$ , 则  $\triangle ABC$  是等边三角形

D. 若  $\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C}$ , 则  $\triangle ABC$  是等边三角形

16. 已知  $\triangle ABC$  三个内角  $A, B, C$  的对应边分别为  $a, b, c$ , 且  $ZC = \frac{\pi}{3}$ ,  $c=2$ . 则下列结论

正确 ( )

A.  $\triangle ABC$  面积的最大值为  $\sqrt{3}$

B.  $\vec{AC} \cdot \vec{AB}$  的最大值为  $2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}$

C.  $b \cos A + a \cos B = \sqrt{2}$

D.  $\frac{\cos B}{\cos A}$  的取值范围为  $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cup \left(\sqrt{3}, +\infty\right)$

17. 已知  $\triangle ABC$  面积为 12,  $BC = 6$ , 则下列说法正确的是 ( )

A. 若  $\cos B = \frac{2}{5}$ , 则  $\sin A = \frac{3}{5}$

B.  $\sin A$  的最大值为  $\frac{12}{13}$

C.  $\frac{c}{b} + \frac{b}{c}$  的值可以为  $\frac{9}{2}$

D.  $\frac{c}{b} + \frac{2b}{c}$  的值可以为  $\frac{9}{2}$

### 三、填空题

18.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . 已知  $\sin A : \sin B : \sin C = \ln 2 : \ln 4 : \ln t$ ,

且  $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = mc^2$ , 有下列结论:

①  $2 < t < 8$ ; ②  $-\frac{2}{9} < m < 2$ ; ③  $t = 4$ ,  $a = \ln 2$  时,  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{\sqrt{15} \ln^2 2}{8}$ ;

④ 当  $2\sqrt{5} < t < 8$  时,  $\triangle ABC$  为钝角三角形.

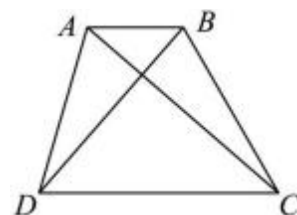
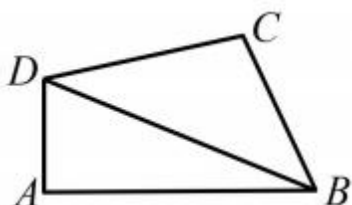
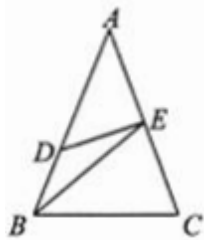
其中正确的是\_\_\_\_\_ . (填写所有正确结论的编号)

19 . 已知在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,  $a \cos B = b \cos A$ ,  $M$  是  $BC$  的

中点，若  $AM = 4$ ，则  $AC + \sqrt{2}AB$  的最大值为\_\_\_\_\_.

20. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $BC = 2$ ， $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$ ， $AC$  的垂直平分线  $DE$  与  $AB, AC$  分别交于  $D, E$

两点，且  $DE = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ，则  $BE^2 =$ \_\_\_\_\_.



#### 四、解答题

21. 如图，在平面四边形  $ABCD$  中， $DC = 2AD = 4\sqrt{2}$ ， $\angle BAD = \frac{\pi}{2}$ ， $\angle BDC = \frac{\pi}{6}$ ，

(1) 若  $\tan \angle ADC = 3\sqrt{3}$ ，求  $AB$ ；

(2) 若  $\angle ADC = \angle C$ ，求  $BC$ 。

22. 如图，在梯形  $ABCD$  中， $AB \parallel CD$ ， $AB = 2$ ， $CD = 5$ ， $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$ ，

(1) 若  $AC = 2\sqrt{7}$ ，求三角形  $ABC$  的面积；

(2) 若  $AC \perp BD$ ，求  $\tan \angle ZABD$ 。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/277023035150006056>