

第 21 讲 PISA 类解直角三角形问题专训

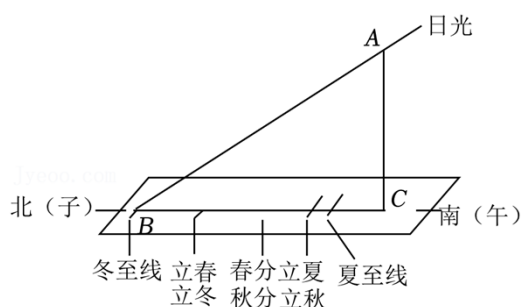
【知识点睛】

- ❖ 资料概括: 本资料针对九年级重点题型 PISA 类数学问题进行专题训练。PISA 类数学问题与传统数学问题有所不同, 对学生的评价主要指向学生的学科素养, 或者说是考察学生使用学科语言的能力, 即把发生在现实情境中的问题转化到数学模型中思考, 让学生知道数学的各个方面对于解决问题都是具有真实效用的。
- ❖ PISA 类问题在浙江九年级数学中经常以填空题的形式考察, 通常放在第 16 题压轴题的位置, 难度一般较大。

【类题训练】

一. 选择题

1. (2021 秋·南宫市期末) 西周时期, 丞相周公旦设计过一种通过测定日影长度来确定节气的仪器, 称为圭表, 如图所示的是一个根据石家庄市的地理位置设计的圭表, 其中, 立柱 AC 根部与圭表的冬至线之间的距离 (即 BC 的长) 为 a . 已知, 冬至时石家庄市的正午日光入射角 $\angle ABC$ 约为 28° , 则立柱 AC 高约为 ()



- A. $a\sin 28^\circ$ B. $a\cos 28^\circ$ C. $a\tan 28^\circ$ D. $\frac{a}{\tan 28^\circ}$

【分析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 利用锐角三角函数进行计算即可解答.

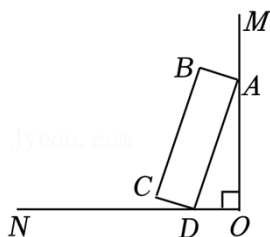
【解答】解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC=a$, $\angle ABC=28^\circ$,

$$\therefore \tan 28^\circ = \frac{AC}{BC},$$

$$\therefore AC = BC \tan 28^\circ = a \tan 28^\circ,$$

故选: C.

2. (2022 秋·晋州市期中) 如图, 一块矩形薄木板 $ABCD$ 斜靠在墙角 MON 处 ($OM \perp ON$, 点 A, B, C, D , O, M, N 在同一平面内), 已知 $AB=m$, $AD=n$, $\angle ADO=\alpha$. 则点 B 到 ON 的距离等于 ()



A. $m \cdot \cos \alpha + n \cdot \cos \alpha$

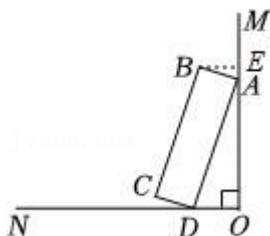
B. $m \cdot \sin \alpha + n \cdot \cos \alpha$

C. $m \cdot \cos \alpha + n \cdot \sin \alpha$

D. $m \cdot \sin \alpha + n \cdot \sin \alpha$

【分析】作 $BE \perp OM$ 于点 E ，在直角三角形 ABE 和直角三角形 AOD 中解直角三角形可求出点 B 到 ON 的距离。

【解答】解：如图，作 $BE \perp OA$ 交 OA 的延长线于点 E ，



$\because OD \perp OA,$

$\therefore \angle AEB = \angle AOD = 90^\circ,$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore BC = AD = n, \angle BAD = 90^\circ,$

$\therefore \angle BAE = 90^\circ - \angle OAD = \angle ADO = \alpha,$

$\because \frac{AE}{AB} = \cos \angle BAE = \cos \alpha,$

$\therefore AE = AB \cdot \cos \alpha = m \cdot \cos \alpha,$

$\because \frac{OA}{AD} = \sin \angle ADO = \sin \alpha,$

$\therefore OA = AD \cdot \sin \alpha = n \cdot \sin \alpha,$

$\therefore OE = AE + OA = m \cdot \cos \alpha + n \cdot \sin \alpha,$

$\because BE \parallel ON,$

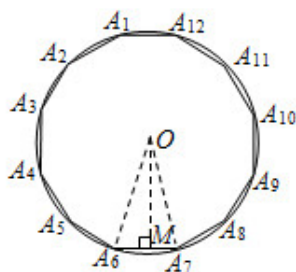
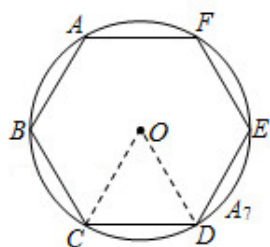
$\therefore$ 点 B 、点 E 到 ON 的距离相等,

$\therefore$ 点 B 到 ON 的距离等于 $m \cdot \cos \alpha + n \cdot \sin \alpha,$

故选：C.

3. (2022•黄石) 我国魏晋时期的数学家刘徽首创“割圆术”：“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不

可割，则与圆周合体，而无所失矣”，即通过圆内接正多边形割圆，从正六边形开始，每次边数成倍增加，依次可得圆内接正十二边形，内接正二十四边形，…。边数越多割得越细，正多边形的周长就越接近圆的周长。再根据“圆周率等于圆周长与该圆直径的比”来计算圆周率。设圆的半径为 R ，图 1 中圆内接正六边形的周长 $l_6=6R$ ，则 $\pi \approx \frac{l_6}{2R} = 3$ 。再利用圆的内接正十二边形来计算圆周率，则圆周率 π 约为()



- A. $12\sin 15^\circ$ B. $12\cos 15^\circ$ C. $12\sin 30^\circ$ D. $12\cos 30^\circ$

【分析】利用圆内接正十二边形的性质求出 $A_6A_7=2A_6M=2R \times \sin 15^\circ$ ，再根据“圆周率等于圆周长与该圆直径的比”，即可解决问题。

【解答】解：在正十二边形中， $\angle A_6OM=360^\circ \div 24=15^\circ$ ，

$$\therefore A_6M=\sin 15^\circ \times OA_6=R \times \sin 15^\circ，$$

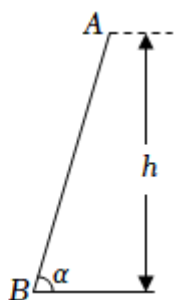
$$\because OA_6=OA_7，OM \perp A_6A_7，$$

$$\therefore A_6A_7=2A_6M=2R \times \sin 15^\circ，$$

$$\therefore \pi \approx \frac{12 \times 2R \times \sin 15^\circ}{2R} = 12\sin 15^\circ，$$

故选：A。

4. (2022•宁德模拟) 市防控办准备制作一批如图所示的核酸检测点指示牌，若指示牌的倾斜角为 α ，铅直高度为 h ，则指示牌的边 AB 的长等于()



- A. $h\sin \alpha$ B. $\frac{h}{\sin \alpha}$ C. $h\cos \alpha$ D. $\frac{h}{\cos \alpha}$

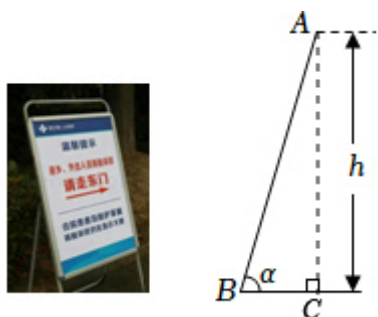
【分析】如图，过点 A 作 $AC \perp BC$ 于 C ，解直角 $\triangle ABC$ 即可。

【解答】解：如图，过点 A 作 $AC \perp BC$ 于 C ，

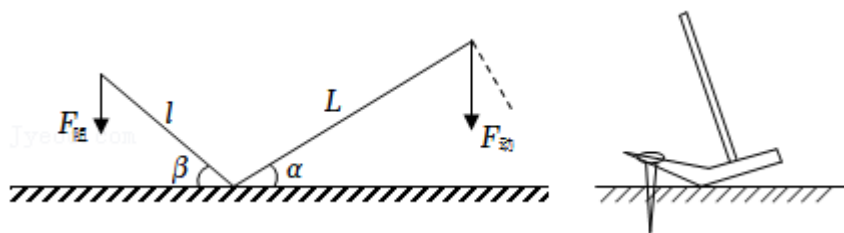
在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC=h$, $\angle B=\alpha$, 则 $\sin\alpha=\frac{h}{AB}$.

所以 $AB=\frac{h}{\sin\alpha}$.

故选: B .



5. (2022•广西模拟) 如图, 撬钉子的工具是一个杠杆, 根据杠杆原理, $F_{\text{阻}} \times L_{\text{阻}} = F_{\text{动}} \times L_{\text{动}}$, 动力臂 $L_1 = L \cdot \cos\alpha$, 阻力臂 $L_2 = l \cdot \cos\beta$, 如果动力 F 的用力方向始终保持竖直向下, 当阻力不变时, 则杠杆向下运动时的动力变化情况是 ()



- A. 越来越小 B. 不变 C. 越来越大 D. 无法确定

【分析】根据杠杆原理及 $\cos\alpha$ 的度数越来越小, 此时 $\cos\alpha$ 的值越来越大, 进而得出正确的结论.

【解答】解: $\because F_{\text{阻}} \times L_{\text{阻}} = F_{\text{动}} \times L_{\text{动}}$.

$\therefore$ 当阻力及阻力臂不变, 动力 $\times$ 动力臂为定值, 且定值 >0 ,

$\therefore$ 动力随着动力臂的增大而减小,

$\because$ 杠杆向下运动时 α 的度数越来越小, 此时 $\cos\alpha$ 的值越来越大, β 的度数越来越大, 此时 $\cos\beta$ 的值越来越小,

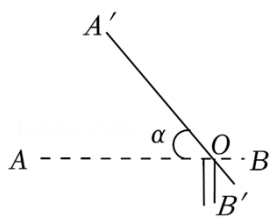
$\therefore$ 阻力臂越来越小, 阻力不变,

$\therefore$ 动力 $\times$ 动力臂越来越小, 而动力臂越来越大,

$\therefore$ 此时动力越来越小;

故选: A .

6. (2022•浦江县模拟) 某停车场入口的栏杆如图所示, 栏杆从水平位置 AB 绕点 O 旋转 A' 到 $A'B'$ 的位置, 已知 $OA=a$ 米, 若栏杆的旋转角 $\angle AOA' = \alpha$, 则栏杆最外点 A 升高的高度为 ()



A. $a \tan \alpha$ 米

B. $a \cos \alpha$ 米

C. $\frac{a}{\sin \alpha}$ 米

D. $a \sin \alpha$ 米

【分析】过点 A' 作 $A'D \perp AB$ ，垂足为 D ，根据旋转的性质可得 $OA = OA' = a$ 米，然后在 $\text{Rt}\triangle A'DO$ 中，利用锐角三角函数的定义求出 $A'D$ 的长，即可解答.

【解答】解：过点 A' 作 $A'D \perp AB$ ，垂足为 D ，

由旋转得：

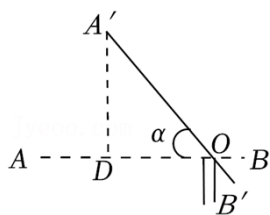
$OA = OA' = a$ 米，

在 $\text{Rt}\triangle A'DO$ 中， $\angle AOA' = \alpha$ ，

$\therefore A'D = A'O \cdot \sin \angle AOA' = a \sin \alpha$ (米)，

$\therefore$ 栏杆最外点 A 升高的高度为 $a \sin \alpha$ 米，

故选：D.



7. (2022•深圳三模) 某学校安装红外线体温检测仪 (如图 1)，其红外线探测点 O 可以在垂直于地面的支杆 OP 上自由调节 (如图 2). 已知最大探测角 $\angle OBC = 67^\circ$ ，最小探测角 $\angle OAC = 37^\circ$. 测温区域 AB 的长度为 2 米，则该设备的安装高度 OC 应调整为 () 米. (精确到 0.1 米. 参考数据: $\sin 67^\circ \approx \frac{12}{13}$, $\cos 67^\circ \approx \frac{5}{13}$, $\tan 67^\circ \approx \frac{12}{5}$, $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$)



图1

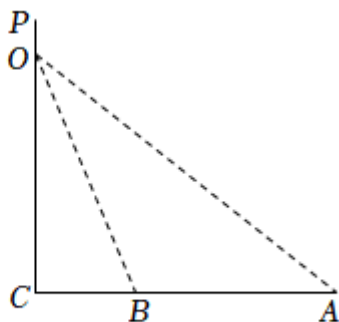


图2

A. 2.4

B. 2.2

C. 3.0

D. 2.7

【分析】设 $BC=xm$ ，则 $AC=(x+2)m$ ，由 $\angle OBC=67^\circ$ ， $\angle OAC=37^\circ$ 可得 $OC=BC \cdot \tan 67^\circ$ ， $OC=AC \cdot \tan 37^\circ$ ，从而可得 $BC \cdot \tan 67^\circ = AC \cdot \tan 37^\circ$ ，即 $\frac{12}{5}x = \frac{3}{4}(x+2)$ ，解得 $x = \frac{10}{11}$ ，即可求解 OC 。

【解答】解：设 $BC=xm$ ，

$$\because AB=2m,$$

$$\therefore AC=(x+2)m,$$

$$\because \angle OBC=67^\circ, \angle OAC=37^\circ$$

$$\therefore \tan \angle OBC = \tan 67^\circ \approx \frac{12}{5}, \tan \angle OAC = \tan 37^\circ \approx \frac{3}{4},$$

$$\because OC=BC \cdot \tan \angle OBC = BC \cdot \tan 67^\circ \approx \frac{12}{5}x, OC=AC \cdot \tan \angle OAC = AC \cdot \tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}(x+2),$$

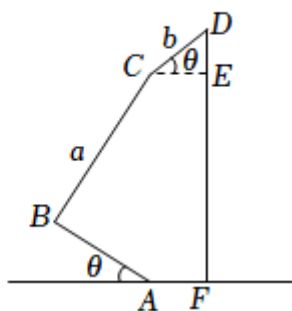
$$\therefore \frac{12}{5}x = \frac{3}{4}(x+2),$$

$$\text{解得：} x = \frac{10}{11},$$

$$\therefore OC \approx \frac{12}{5}x = \frac{24}{11} \approx 2.2m,$$

故选：B.

8. (2022•鹿城区二模) 消防云梯如图所示， $AB \perp BC$ 于 B ，当 C 点刚好在 A 点的正上方时， DF 的长是()



A. $a \cos \theta + b \sin \theta$

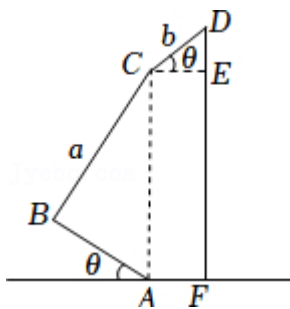
B. $a \cos \theta + b \tan \theta$

C. $\frac{a}{\cos \theta} + b \sin \theta$

D. $\frac{a}{\cos \theta} + \frac{b}{\sin \theta}$

【分析】连接 AC ，根据题意可得 $AC=EF$ ， $\angle CAB+\theta=90^\circ$ ，再利用垂直定义可得 $\angle ABC=90^\circ$ ，从而可得 $\angle BAC+\angle BCA=90^\circ$ ，进而可得 $\angle BCA=\theta$ ，然后在 $Rt\triangle ABC$ 中，利用锐角三角函数的定义求出 AC 的长，从而求出 EF 的长，最后在 $Rt\triangle CDE$ 中，利用锐角三角函数的定义求出 DE 的长，进行计算即可解答。

【解答】解：连接 AC ，



则 $AC=EF$ ， $\angle CAB+\theta=90^\circ$ ，

$\because AB \perp BC$ ，

$\therefore \angle ABC=90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC+\angle BCA=90^\circ$ ，

$\therefore \angle BCA=\theta$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $BC=a$ ，

$$\therefore AC = \frac{BC}{\cos \theta} = \frac{a}{\cos \theta}，$$

$$\therefore EF = AC = \frac{a}{\cos \theta}，$$

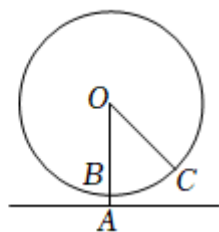
在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中， $\angle DCE=\theta$ ， $CD=b$ ，

$$\therefore DE = CD \cdot \sin \theta = b \sin \theta，$$

$$\therefore DF = DE + EF = b \sin \theta + \frac{a}{\cos \theta}，$$

故选：C.

9. (2022 春·永嘉县月考) 如图，某游乐场矗立起一座摩天轮，其直径为 $90m$ ，旋转 1 周用时 $15min$ ．小明从摩天轮的底部（与地面相距 $0.5m$ ）出发开始观光，摩天轮转动 1 周，小明在离地面 $68m$ 以上的空中时间是（ ）



A. $5min$

B. $6min$

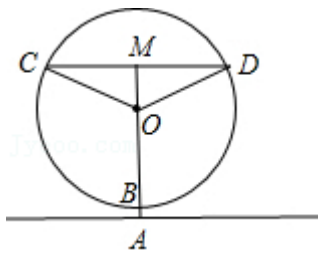
C. $7min$

D. $8min$

【分析】设小明在 C 点和 D 点时距离地面 $68m$ ，利用三角函数求出 $\angle COD$ 的角度即可求出时间．

【解答】解：如图，设小明在 C 点和 D 点时距离地面 $68m$ ，延长 AO 交 CD 于 M ，

即 $OM \perp CD$ ，小明在 $\widehat{CD}$ 上时即为所求，



由题知， $AB=0.5m$ ， $AM=68m$ ， $OB=OD=\frac{90}{2}=45m$ ，

$$\therefore OM=68-45-0.5=22.5m,$$

$$\therefore \frac{OM}{OD}=\frac{1}{2}=\cos \angle MOD,$$

$$\therefore \angle MOD=60^{\circ},$$

$$\therefore \angle COD=120^{\circ},$$

$\therefore$ 摩天轮旋转 1 周用时 $15min$ ，

$$\therefore \text{小明在离地面 } 68m \text{ 以上的空中时间是 } 15 \times \frac{120^{\circ}}{360^{\circ}}=5 \text{ (min)},$$

故选：A.

10. (2022•温州模拟) 把直尺、三角尺和圆形螺母按如图所示的方式放置于桌面上， AB 与螺母相切， D 为螺母与桌面的切点， $\angle CAB=60^{\circ}$. 若量出 $AD=6cm$ ，则圆形螺母的外直径是 ()



A. $12\sqrt{3}cm$

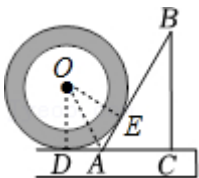
B. $12cm$

C. $6\sqrt{3}cm$

D. $4\sqrt{3}cm$

【分析】设圆形螺母的圆心为 O ，与 AB 切于 E ，连接 OD ， OE ， OA ，然后利用三角函数求出 OD 的长度即可得出直径.

【解答】解：设圆形螺母的圆心为 O ，与 AB 切于 E ，连接 OD ， OE ， OA ，如下图所示：



$\therefore AD$ ， AB 分别为圆的切线，

$\therefore AO$ 为 $\angle DAB$ 的平分线， $OD \perp AC$ ， $OE \perp AB$ ，

又 $\therefore \angle CAB=60^{\circ}$ ，

$$\therefore \angle OAE = \angle OAD = \frac{1}{2} \angle DAB = 60^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中, $\angle OAD = 60^\circ$, $AD = 6\text{cm}$,

$$\therefore \tan \angle OAD = \tan 60^\circ = \frac{OD}{AD},$$

$$\text{即 } \frac{OD}{6} = \sqrt{3},$$

$$\therefore OD = 6\sqrt{3}\text{cm},$$

则圆形螺母的直径为 $12\sqrt{3}$,

故选: A.

11. (2022•济南二模) 为出行方便, 近日来越来越多的长春市民使用起了共享单车, 图 1 为单车实物图, 图 2 为单车示意图, AB 与地面平行, 点 A 、 B 、 D 共线, 点 D 、 F 、 G 共线, 坐垫 C 可沿射线 BE 方向调节. 已知 $\angle ABE = 70^\circ$, 车轮半径为 30cm , 当 $BC = 60\text{cm}$ 时, 小明体验后觉得骑着比较舒适, 此时坐垫 C 离地面高度约为 () (结果精确到 1cm , 参考数据: $\sin 70^\circ \approx 0.94$, $\cos 70^\circ \approx 0.34$, $\tan 70^\circ \approx 1.41$)



图 1

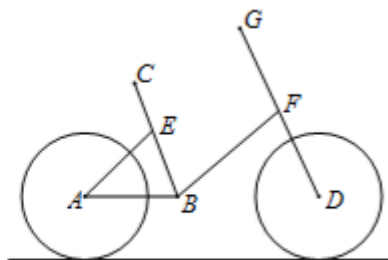


图 2

- A. 90cm B. 86cm C. 82cm D. 80cm

【分析】作 $CH \perp AB$ 于 H , 作 $AP \perp$ 地面于 P , 利用三角函数求出 $CH + AP$ 即可.

【解答】解: 作 $CH \perp AB$ 于 H , 作 $AP \perp$ 地面于 P ,

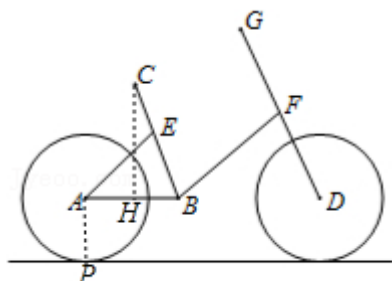


图 2

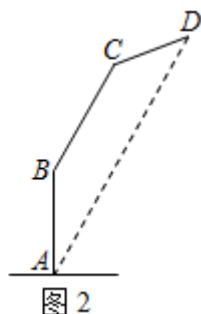
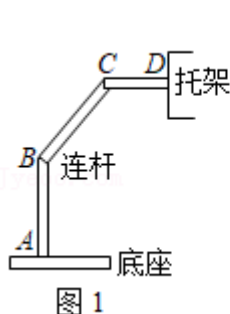
由题知, $AP = 30\text{cm}$, $BC = 60\text{cm}$, $\angle ABE = 70^\circ$,

$$\therefore CH = BC \cdot \sin 70^\circ \approx 60 \times 0.94 = 56.4 (\text{cm}),$$

$\therefore$ 坐垫 C 离地面高度约为 $56.4+30\approx 86$ (cm),

故选: B .

12. (2022•平阴县二模) 如图 1 是一个手机的支架, 由底座、连杆和托架组成 (连杆 AB 、 BC 、 CD 始终在同一平面内), AB 垂直于底座且长度为 9cm , BC 的长度为 10cm , CD 的长度可以伸缩调整. 如图 2, $\angle BCD=143^\circ$ 保持不变, 转动 BC , 使得 $\angle ABC=150^\circ$, 假如 $AD\parallel BC$ 时为最佳视线状态, 则此时 CD 的长度为 (参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.80$, $\cos 53^\circ \approx 0.60$) ()



A. 8cm

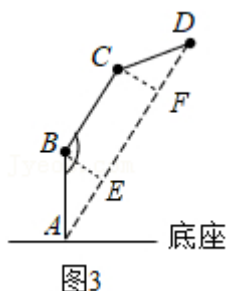
B. 7.7cm

C. 7.5cm

D. 5.6cm

【分析】作 $BE\perp AD$ 于点 E , $CF\perp AD$ 于点 F , 解直角三角形求出 CF 、 CD 即可解决问题.

【解答】解: 作 $BE\perp AD$ 于点 E , $CF\perp AD$ 于点 F , 如图 3,



$\because \angle ABC=150^\circ$, $BC\parallel AD$,

$\therefore \angle BAE=30^\circ$,

$\therefore BE=\frac{1}{2}AB=4.5$ (cm),

$\therefore CF=BE=4.5\text{cm}$,

$\therefore CD=CF\div \cos \angle DCF$,

$\because CF\perp AD$, $AD\parallel BC$,

$\therefore \angle DCF=143^\circ - 90^\circ =53^\circ$,

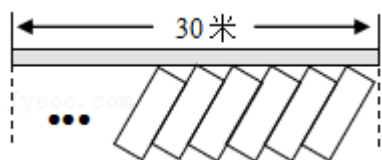
$\therefore CD=4.5\div 0.6\approx 7.5$ (cm),

$\therefore CD$ 的长度为 7.5cm .

故选: C .

二. 填空题

13. (2022•濠江区一模) 为解决停车问题, 某小区在如图所示的一段道路边开辟一段斜列式停车位, 每个车位长 6m , 宽 2.4m , 矩形停车位与道路成 60° 角, 则在这一路段边上最多可以划出 9 个车位. (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.7$)



【分析】根据直角三角形的边角关系可求出 BC , CF , 进而求出 CG , 再进行计算即可.

【解答】解: 如图, 设最后一个车位的点 A 落在边线 AB 上, 延长 ED 于 F 与道路边沿交于 F ,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 60^\circ$, $AC = 6$,

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AC = 3,$$

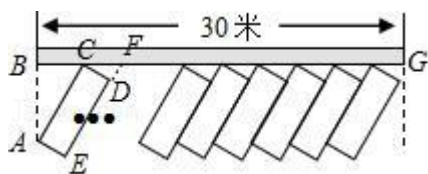
在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中, $CD = 2.4$, $\angle DFC = 60^\circ$,

$$\therefore CF = \frac{CD}{\sin 60^\circ} = \frac{8\sqrt{3}}{5},$$

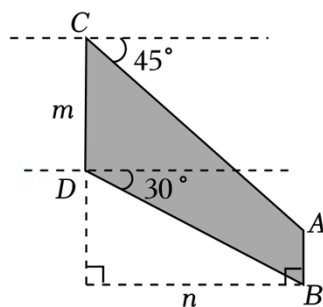
$$\therefore CG = BG - BC = 30 - 3 = 27,$$

$$\therefore \text{可划车位的个数为: } 27 \div \frac{8\sqrt{3}}{5} \approx 9 \text{ (个)},$$

故答案为: 9.



14. (2022秋•巨野县期中) 我市牡丹机场现已成功运营, 给出了某型号客机的机翼示意图. 其中 $m=1$, $n=\sqrt{3}$, 则 AB 的长为 $2 - \sqrt{3}$.



【分析】构造直角三角形, 根据特殊锐角的三角函数求出 DE , AG 即可.

【解答】解: 如图, 延长 BA 与过点 C , D 且平行于 BE 的直线相交于点 G , F ,

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, $\angle DBE=30^\circ$, $BE=n=\sqrt{3}$,

$$\therefore DE=\frac{\sqrt{3}}{3}BE=1,$$

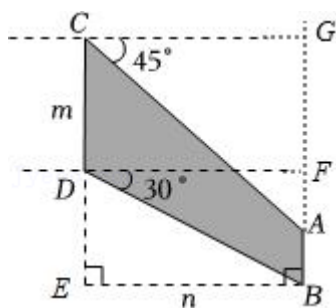
$$\therefore BG=CE=1+1=2,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACG$ 中, $\angle ACG=45^\circ$,

$$\therefore AG=CG=BE=n=\sqrt{3},$$

$$\therefore AB=BG-AG=2-\sqrt{3},$$

故答案为: $2-\sqrt{3}$.



15. (2022 秋•瑞安市期中) 如图 1 是某小车侧面示意图, 图 2 是该车后备箱开起侧面示意图, 具体数据如图 所示 (单位: cm) 且 $AF \parallel BE$, $\angle BAF=60^\circ$, $BD=10$, 箱盖开起过程中, 点 A, C, F 不随箱盖转动, 点 B, D, E 绕点 A 沿逆时针方向转动 90° , 即 $\angle BAB'=90^\circ$ 分别到点 B', D', E' 的位置, 气簧活塞杆 CD 随之伸长 CD' 已知直线 $BE \perp B'E'$, $CD'=CB$, 那么 AB 的长为 40 cm , CD' 的长为 31.25 cm .



图 1

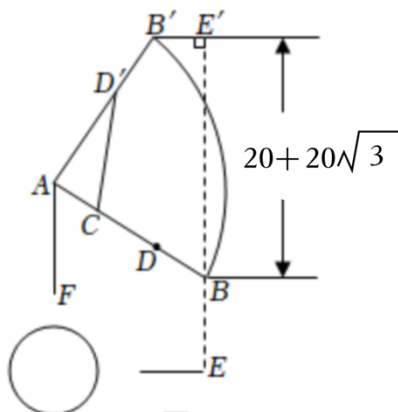
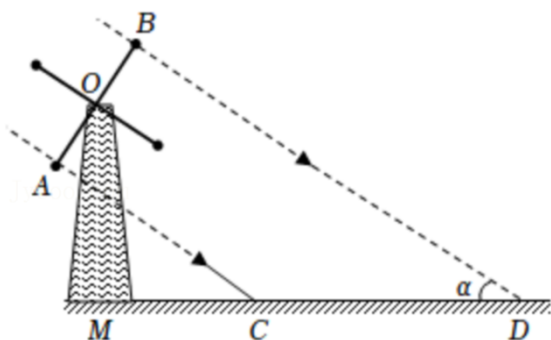


图 2

【分析】过 A 作 $AP \perp EB$ 延长线交于点 P , 由 BE 旋转一定角度后得到 $B'E'$ 可知, 旋转角度为 90° , 过 B' 作 $B'H \perp AP$, 交 AP 于点 H , 分别表示出 $B'H, PB$ 的长, 即可得出 AB 的长, 设 $CD=x\text{cm}$, 利用勾股定理可得 $AC^2+AD^2=CD^2$, 代入解方程即可.

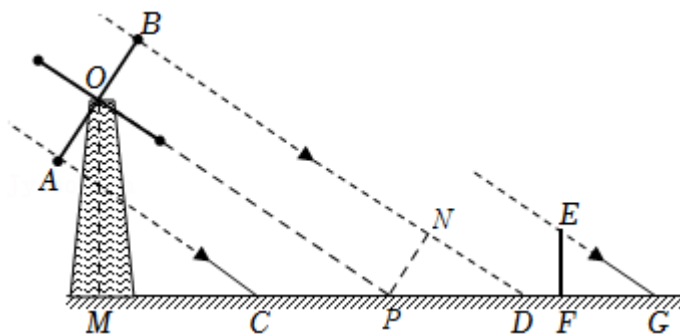
【解答】解: 过 A 作 $AP \perp EB$ 延长线交于点 P ,

CD ，设太阳光线与地面的夹角为 α ，测得 $\tan\alpha = \frac{2}{3}$ ， $MC = 8.5m$ ， $CD = 13m$ ，风车转动时，叶片外端离地面的最大高度等于 $(10 + \sqrt{13})m$ 。



【分析】作平行线 OP ，根据平行线分线段成比例定理可知 $PC = PD$ ，由 EF 与影子 FG 的比为 2:3，可得 OM 的长，同法由等角的正弦可得 OB 的长，从而得结论。

【解答】解：如图，过点 O 作 $OP \parallel BD$ ，交 MG 于 P ，过 P 作 $PN \perp BD$ 于 N ，则 $OB = PN$ ，



$$\because AC \parallel BD,$$

$$\therefore AC \parallel OP \parallel BD,$$

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{CP}{PD}, \quad \angle EGF = \angle OPM,$$

$$\because OA = OB,$$

$$\therefore CP = PD = \frac{1}{2}CD = 6.5,$$

$$\therefore MP = CM + CP = 8.5 + 6.5 = 15,$$

$$\tan \angle EGF = \tan \angle OPM,$$

$$\therefore \frac{EF}{FG} = \frac{OM}{MP} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore OM = \frac{2}{3} \times 15 = 10;$$

$$\because DB \parallel EG,$$

$$\therefore \angle EGF = \angle NDP,$$

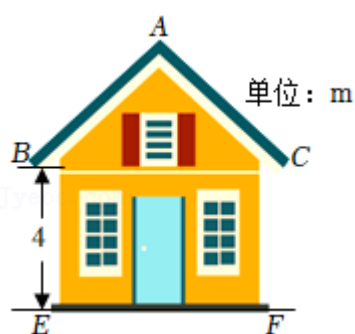
$$\therefore \sin \angle EGF = \sin \angle NDP, \text{ 即 } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{13}} = \frac{PN}{6.5},$$

$$\therefore OB = PN = \sqrt{13},$$

以点 O 为圆心, OA 的长为半径作圆, 当 OB 与 OM 共线时, 叶片外端离地面的高度最大, 其最大高度等于 $(10 + \sqrt{13})$ 米.

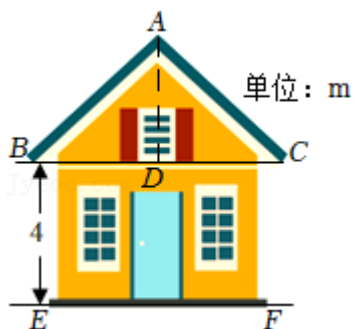
故答案为: $(10 + \sqrt{13})$.

17. (2022 秋·莱西市期中) 一配电房示意图如图所示, 它是一个轴对称图形. 已知 $BC = 6m$, $\angle ABC = 50^\circ$, 则房顶 A 离地面 EF 的高度为 7.6 m . (结果精确到 $0.1m$, 参考数据: $\sin 50^\circ \approx 0.77$, $\cos 50^\circ \approx 0.64$, $\tan 50^\circ \approx 1.19$)



【分析】过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D , 利用直角三角形的边角关系定理求得 AD , 用 $AD + BE$ 即可表示出房顶 A 离地面 EF 的高度.

【解答】解: 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D , 如图:



$\because$ 它是一个轴对称图形,

$$\therefore AB = AC,$$

$$\because AD \perp BC, BC = 6m,$$

$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = 3m,$$

在 $Rt\triangle ADB$ 中,

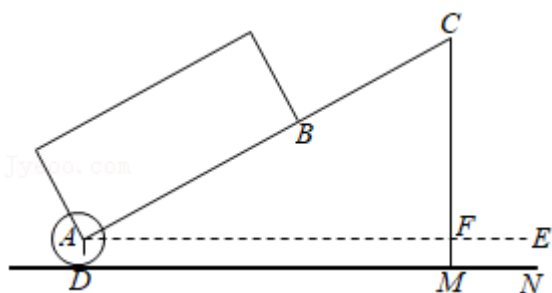
$$\because \tan \angle ABC = \frac{AD}{BD},$$

$$\therefore AD = BD \cdot \tan \angle ABC = 3 \cdot \tan 50^\circ \approx 3 \times 1.19 = 3.57 \text{ (m)}.$$

$$\therefore \text{房顶 } A \text{ 离地面 } EF \text{ 的高度} = AD + BE = 4 + 3.57 \approx 7.6 \text{ (m)}.$$

故答案为：7.6.

18. (2022 秋·孝义市期中) 一种拉杆式旅行箱的示意图如图所示，箱体长 $AB = 55\text{cm}$ ，拉杆最大伸长距离 $BC = 25\text{cm}$ (点 A, B, C 在同一条直线上)，在箱体的底端装有一圆形滚轮，滚轮中心到地面的距离 $AD = 8\text{cm}$ 。当人的手自然下垂拉旅行箱时，感觉较为舒服。已知佳佳的手自然下垂在点 C 处且拉杆达到最大延伸距离时，旅行箱与佳佳身体的夹角 $\angle C$ 为 60° ， $AE \parallel DM$ ，则此时佳佳的手到地面的距离为 48 cm 。



【分析】解直角三角形求出 CF ，可得结论。

【解答】解： $\because AB = 55\text{cm}$ ， $BC = 25\text{cm}$ ，

$$\therefore AC = 80\text{cm},$$

$$\because \angle C = 60^\circ, \angle CFA = 90^\circ,$$

$$\therefore CF = AC \cdot \cos 60^\circ = 40\text{cm},$$

$\because$ 四边形 $ADMF$ 是矩形，

$$\therefore AD = FM = 8\text{cm},$$

$$\therefore CM = 40 + 8 = 48 \text{ (cm)},$$

$\therefore$ 此时佳佳的手到地面的距离为 48cm ，

故答案为：48.

19. (2022·鹿城区校级三模) 图 1 是一款摆臂遮阳蓬的实物图，图 2 是其侧面示意图，点 A, O 为墙壁上的固定点，摆臂 OB 绕点 O 旋转过程中，遮阳蓬 AB 可自由伸缩，蓬面始终保持平整。如图 2， $\angle AOB = 90^\circ$ ， $OA = OB = 1.5$ 米，光线 l 与水平地面的夹角约为 $\tan \alpha = 3$ ，此时身高为 1 米的小朋友 ($MN = 1$ 米) 站在遮阳蓬下距离墙角 1.2 米 ($QN = 1.2$ 米) 处，刚好不被阳光照射到，此时小朋友的头顶 M 距离遮阳蓬的竖直高度 (MP) 为 0.3 米；同一时刻下，旋转摆臂 OB ，点 B 的对应点 B' 恰好位于小朋友头顶 M 的正上方，当小朋友后退至刚好不被阳光照射到时，其头顶距离遮阳蓬的竖直高度为 1.3 米。



图1

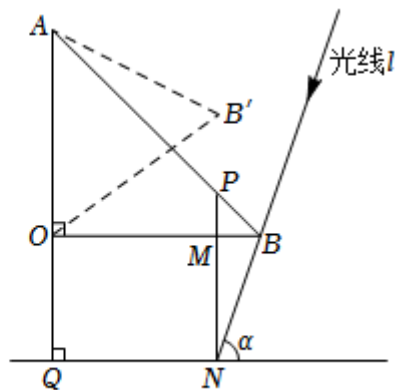


图2

【分析】证明 $BM=MP$ ，从而求得 MP 的值，过点 B' 作 $B'C \parallel BN$ ，与 QN 交于点 C ，过 B' 作 $B'F \perp AQ$ 于 F ，过 C 作 $CD \perp B'F$ 于点 D ，与 AB' 交于点 E ，在 $\text{Rt}\triangle OB'M$ 中，由勾股定理求得 $B'M$ ，在 $\text{Rt}\triangle B'CN$ 中，解直角三角形求得 CN ，再由平行线分线段成比例性质的推论得 $\frac{B'D}{B'F} = \frac{DE}{AF}$ ，便可求得 DE ，问题便可得以解决。

【解答】解：∵ $OA=OB$ ， $\angle AOB=90^\circ$ ，

∴ $\angle ABO=45^\circ$ ，

∴ $MP=MB$ ，

∵ $OM=QN=1.2m$ ， $OB=1.5m$ ，

∴ $MP=MB=1.5-1.2=0.3(m)$ ，

过点 B' 作 $B'C \parallel BN$ ，与 QN 交于点 C ，过 B' 作 $B'F \perp AQ$ 于 F ，过 C 作 $CD \perp B'F$ 于点 D ，与 AB' 交于点 E ，

则 $B'F=OM=QN=1.2(m)$ ，

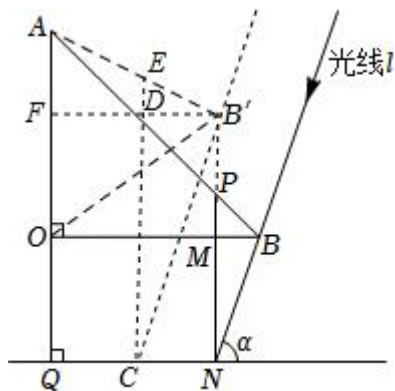


图2

∴ $FO=B'M=\sqrt{OB'^2-OM^2}=\sqrt{1.5^2-1.2^2}=0.9(m)$ ，

∴ $B'N=B'M+MN=1.9(m)$ ， $AF=OA-FO=0.6(m)$ ，

$$\because B' C \parallel BN,$$

$$\therefore \angle B' CN = \angle \alpha,$$

$$\therefore \tan \angle B' CN = \frac{B' N}{CN} = 3,$$

$$\therefore B' D = CN = \frac{1.9}{3} = \frac{19}{30} (m),$$

$$\because DE \parallel AF,$$

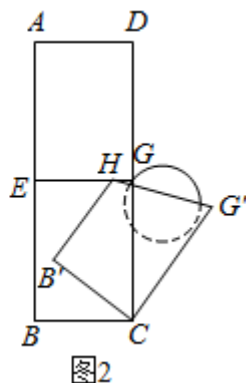
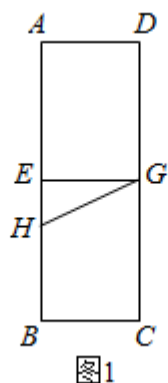
$$\therefore \frac{B' D}{B' F} = \frac{DE}{AF}, \text{ 即 } \frac{\frac{19}{30}}{1.2} = \frac{DE}{0.6}$$

$$\therefore DE = \frac{19}{15} \approx 1.3 (m),$$

即当小朋友后退至刚好不被阳光照射到时，其头顶距离遮阳篷的竖直高度约为 1.3m.

故答案为：0.3；1.3.

20. (2022 春·义乌市月考) 某小区为方便垃圾分类投放垃圾，通过招标选择了一种双层长方体垃圾桶，上层采用手动翻盖，下层采安装旋转出桶装置，如图所示. 已知整体 $AB=112cm$, $BC=40cm$, $CP=50cm$, 侧面如图 1 所示, EG 为隔板, 等分上下两层. 下方内桶 $BCGH$ 绕底部轴 (CP) 旋转打开, 若点 H 恰好能卡在原来点 G 的位置, 则内桶边 BH 的长度应设计为 $16\sqrt{6}$ cm; 现将 BH 调整为 40cm, 打开最大角度时, 点 H 卡在隔板上, 如图 2 所示, 可完全放入下方内桶的球体的直径不大于 33.6 cm.



【分析】如图 1 中，连接 CH ，过点 H 作 $HT \perp CG$ 于 T ，则四边形 $BCTH$ 是矩形. 利用勾股定理求出 CT . 如图 2 中，连接 CH ，过点 G 作 $GJ \perp CG'$ 于 J ，过点 B' 作 $B'M \perp GH$ 于 M 交 BC 于 N . 求出 $\sin \angle BCB'$ ，再证明 $\angle GCG' = \angle BCB'$ ，求出 GJ ，可得结论.

【解答】解：如图 1 中，连接 CH ，过点 H 作 $HT \perp CG$ 于 T ，则四边形 $BCTH$ 是矩形.

$$\because CG = CH = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AB = 56 (cm), HT = BC = 40cm,$$

$$\therefore BH = CT = \sqrt{CH^2 - HT^2} = \sqrt{56^2 - 40^2} = 16\sqrt{6} (cm),$$

如图2中，连接 CH ，过点 G 作 $GJ \perp CG'$ 于 J ，过点 B' 作 $B'M \perp GH$ 于 M 交 BC 于 N 。

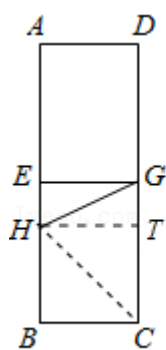


图1

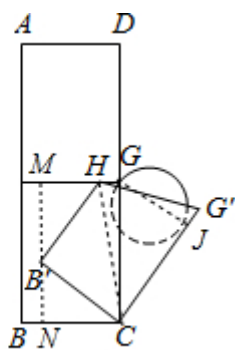


图2

$$\because \angle HMB' = \angle B'NC = \angle CB'H = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B'HM + \angle HB'M = 90^\circ, \angle HB'M + \angle CB'N = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B'HM = \angle CB'N,$$

在 $\triangle B'MH$ 和 $\triangle CNB'$ 中，

$$\begin{cases} \angle HMB' = \angle CNB' = 90^\circ \\ \angle B'HM = \angle CB'N \\ B'H = B'C \end{cases},$$

$$\therefore \triangle B'MH \cong \triangle CNB' \quad (\text{AAS}),$$

$$\therefore MH = NB', \quad MB' = CN,$$

$$\because CH = 40\sqrt{2} \text{ cm}, \quad CG = 56 \text{ cm},$$

$$\therefore HG = \sqrt{CH^2 - CG^2} = \sqrt{(40\sqrt{2})^2 - 56^2} = 8,$$

设 $HM = x$ ，则 $CN = MB' = x + 8$ ，

在 $\text{Rt}\triangle MHB'$ 中，则有 $x^2 + (x + 8)^2 = 40^2$ ，

$$\therefore x = 24 \quad (\text{负值舍去}),$$

$$\therefore CN = 32 \text{ (cm)}, \quad NB' = 24 \text{ (cm)},$$

$$\therefore \tan \angle BCB' = \frac{24}{32} = \frac{3}{4},$$

$$\because \angle B'CG' = \angle BCG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GCG' = \angle BCB',$$

$$\therefore \tan \angle GCG' = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \sin \angle GCG' = \frac{3}{5},$$

$$\therefore GJ = CG \cdot \sin \angle GCG' = 56 \times \frac{3}{5} = 33.6 \text{ (cm)},$$

∴可完全放入下方内桶的球体的直径不大于 33.6cm ,

故答案为: $16\sqrt{6}$, 33.6 .

21. (2022•衢州一模) 三折伞是我们生活中常用的一种伞, 它的骨架是一个“移动副”和多个“转动副”组成的连杆机构, 如图 1 是三折伞一条骨架的结构图, 当“移动副”(标号 1) 沿着伞柄移动时, 折伞的每条骨架都可以绕“转动副”(标号 2 - 9) 转动; 图 2 是三折伞一条骨架的示意图, 其中四边形 $CDEF$ 和四边形 $DGMN$ 都是平行四边形, $AC=BC=13\text{cm}$, $DE=2\text{cm}$, $DN=1\text{cm}$.

(1) 若关闭折伞后, 点 A 、 E 、 H 三点重合, 点 B 与点 M 重合, 则 $BN=$ 23 cm .

(2) 在 (1) 的条件下, 折伞完全撑开时, $\angle BAC=75^\circ$, 则点 H 到伞柄 AB 距离是 69.8 cm .

(参考数据: $\sin 75^\circ \approx 0.97$, $\cos 75^\circ \approx 0.26$, $\tan 75^\circ \approx 3.73$, 结果精确到 0.1cm)

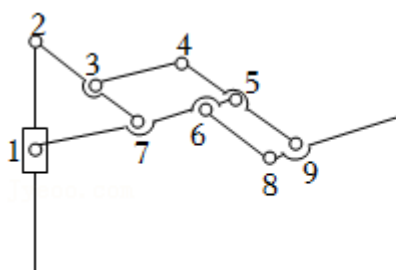


图1

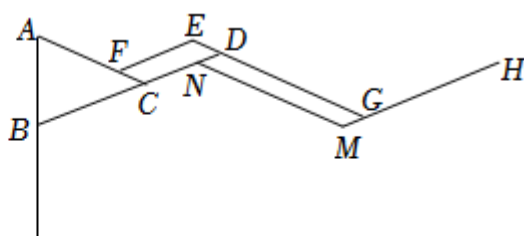


图2

【分析】(1) 根据关闭折伞后, 点 A 、 E 、 H 三点重合, 可知 $AC=CD+DE$, 利用平行四边形的性质可以求出 BN ;

(2) 根据 A 、 E 、 H 三点共线并且 $AH \perp AB$, $BM \perp AB$, 应用等腰三角形和平行四边形的性质进行求解即可.

【解答】解: (1) $\because$ 关闭折伞后, 点 A 、 E 、 H 三点重合,

$$\therefore AC=CD+DE,$$

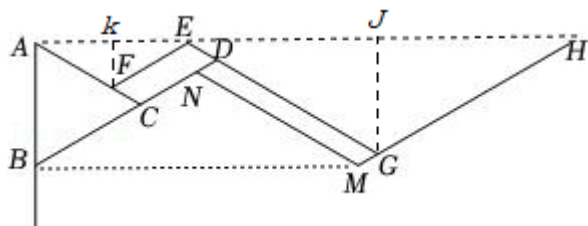
$$\therefore CD=13-2=11,$$

$$\therefore CN=CD-DN=11-1=10,$$

$$\therefore BN=BC+CN=13+10=23 (\text{cm}),$$

故答案为: 23;

(2) 如图 2, A 、 E 、 H 三点共线并且 $AH \perp AB$, 过点 F 作 $FK \perp AE$ 于点 K , 过点 G 作 $GJ \perp EH$ 于点 J ,



$\because \angle BAC = 75^\circ$, $AC = BC = 13\text{cm}$,
 $\therefore \angle ACB = 30^\circ$,
 $\because AC \parallel DE$, $DG \parallel MN$,
 $\therefore \angle AFE = \angle EGH = 150^\circ$,
 $\because AF = EF$, $FK \perp AE$,
 $\therefore \angle AFK = \angle EFK = 75^\circ$, $AK = EK$,
 $\because DE = 2\text{cm}$,
 $\therefore FC = DE = 2\text{cm}$,
 $\therefore AF = EF = AC - FC = 13 - 2 = 11\text{cm}$,
 $\therefore AK = AF \cdot \sin 75^\circ = 11 \times 0.97 \approx 10.67$,
 $\therefore AE = 21.34$,
 $\because$ 关闭折伞后, 点 A 、 E 、 H 三点重合, 点 B 与点 M 重合,
 $\therefore BN = MN = 23\text{cm}$, $EG = GH$,
 $\therefore EG = MN + DE = 23 + 2 = 25\text{cm}$,
 同理, $EJ = EG \cdot \sin 75^\circ = 25 \times 0.97 = 24.25$,
 $\therefore EH = 2EJ = 2 \times 24.25 = 48.5$,
 $\because \angle BAC = 75^\circ$, $\angle FAE = 15^\circ$,
 $\therefore AH = AE + EH = 21.34 + 48.5 \approx 69.8$.
 $\therefore AE \perp AB$,
 $\therefore$ 点 H 到伞柄 AB 距离为 69.8cm .

故答案为: 69.8.

22. (2022•浦江县模拟) 某商场打算给一柱子缠绕上装饰灯带 PQ , 已知该圆柱形柱子的底圆周长为 2.4m , 灯带沿着柱子底部圆可缠绕 5 圈. 若沿着柱子侧壁从底部缠绕到顶部刚好可缠绕 4 圈, 如图 1 所示, 则

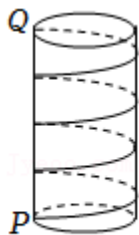


图1

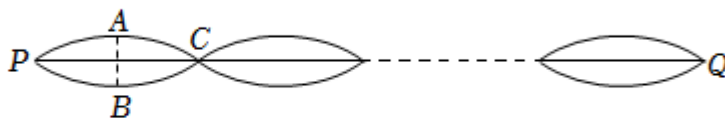


图2

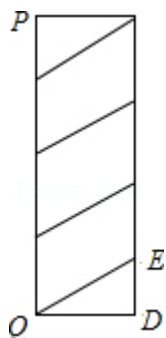
(1) 柱子的高度是 7.2 m .

(2) 现在商场为了使装饰效果更加美观, 利用装饰灯带构造出 4 片相同的树叶图案, 图 2 所示为装饰灯带展开图, PAC 与 PBC 是关于 PQ 对称的两段弧, 且两弧之间的最宽距离 AB 为 $1m$, 则商场还需另行购买 $\frac{74}{9}\pi$ 米的装饰灯带 ($\sin 37^\circ \approx 0.6$, 结果保留 π).

【分析】(1) 根据题意作出圆柱侧面展开图, 利用勾股定理得出柱子的高度即可;

(2) 根据装饰带的长度得出 PC 的长度, 设 AB 与 PC 交于点 M , 设弧 PAC 所在圆的圆心为 O , 根据勾股定理得出半径的长度, 利用解直角三角形的知识得出圆心角的度数, 然后求出装饰灯带的长度即可.

【解答】解: (1) 根据题意, 作圆柱侧面展开图如下:



$$\because QD = 2.4m, QE = 2.4 \times 5 \div 4 = 3 (m),$$

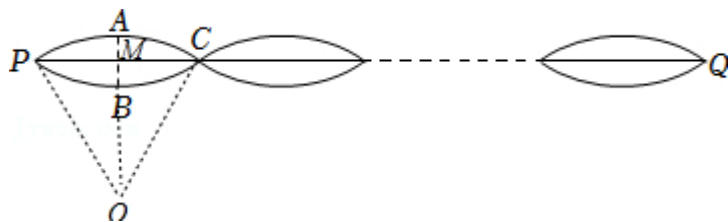
$$\therefore DE = \sqrt{QE^2 - QD^2} = \sqrt{3^2 - 2.4^2} = 1.8 (m),$$

$$\therefore PQ = 1.8 \times 4 = 7.2 (m),$$

即柱子的高度为 $7.2m$,

故答案为: 7.2 ;

(2) 设 AB 与 PC 交于点 M , 设弧 PAC 所在圆的圆心为 O ,



$$\because \text{装饰灯带 } PQ = 2.4 \times 5 = 12 (m),$$

$$\therefore PM = \frac{1}{2}PC = \frac{1}{2} \times 12 \div 4 = 1.5 (m),$$

$$\because AB = 1m,$$

$$\therefore AM = 0.5m$$

设 $OP = AO = r$,

由勾股定理得, $r^2 = 1.5^2 + (r - 0.5)^2$,

解得 $r=2.5$,

$$\because \sin \angle POM = \frac{PM}{OP} = \frac{1.5}{2.5} = 0.6,$$

$$\therefore \angle POM = 37^\circ, \angle POC = 74^\circ,$$

$$\therefore \widehat{PAC} = \frac{74\pi \times 2.5}{180} = \frac{37\pi}{36},$$

$$\therefore \text{增加的装饰灯带长度为 } \frac{37\pi}{36} \times 8 = \frac{74}{9}\pi,$$

故答案为: $\frac{74}{9}\pi$.

23. (2022•新河县一模) 如图 1 是某工厂生产的某种多功能儿童车, 根据需要可变形为滑板车或三轮车, 图 2、图 3 是其示意图, 已知前后车轮半径相同, 车杆 AB 的长为 60cm , 点 D 是 AB 的中点, 前支撑板 $DE=30\text{cm}$, 后支撑板 $EC=40\text{cm}$, 车杆 AB 与 BC 所成的 $\angle ABC=53^\circ$.



图1

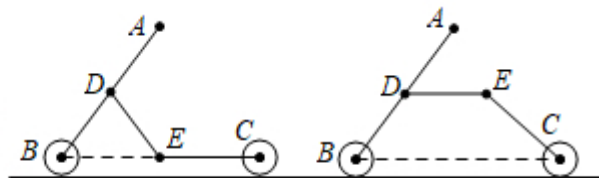


图2

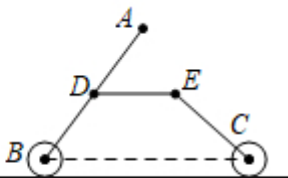


图3

(1) 如图 2, 当支撑点 E 在水平线 BC 上时, 则支撑点 E 与前轮轴心 B 之间的距离 BE 的长为 36cm ;

(2) 如图 3, 当座板 DE 与地面保持平行时, 则变形前后两轴心 BC 的变化量为 增加了 4cm . (参

考数据: $\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$)

【分析】(1) 如图 1, 过点 D 作 $DF \perp BE$ 于点 F , 由题意知 $BD=DE=30\text{cm}$, 根据三角函数的定义即可得到结论;

(2) 如图 2, 过点 D 作 $DM \perp BC$ 于 M , 过点 E 作 $EN \perp BC$ 于点 N , 由题意知四边形 $DENM$ 是矩形, 求得 $MN=DE=30\text{cm}$, 解直角三角形即可得到结论.

【解答】解: (1) 如图 1, 过点 D 作 $DF \perp BE$ 于点 F ,

由题意知 $BD=DE=30\text{cm}$,

$$\therefore BF = BD \cos \angle ABC = 30 \times \frac{3}{5} = 18 \text{ (cm)},$$

$$\therefore BE = 2BF = 36 \text{ (cm)}.$$

(2) 如图 2, 过点 D 作 $DM \perp BC$ 于 M , 过点 E 作 $EN \perp BC$ 于点 N ,

由题意知四边形 $DENM$ 是矩形,

$$\therefore MN=DE=30\text{cm},$$

$$\text{在 Rt}\triangle DBM \text{ 中, } BM=BD\cos\angle ABC=30\times\frac{3}{5}=18\text{ (cm)}, EN=DM=BD\sin\angle ABC=30\times\frac{4}{5}=24\text{ (cm)},$$

$$\text{在 Rt}\triangle CEN \text{ 中, } CE=40\text{cm},$$

$$\therefore \text{由勾股定理可得 } CN=\sqrt{EC^2-EN^2}=\sqrt{40^2-24^2}=32\text{ (cm)},$$

$$\text{则 } BC=18+30+32=80\text{ (cm)},$$

$$\text{原来 } BC=36+40=76\text{ (cm)},$$

$$80-76=4\text{ (cm)},$$

$\therefore$ 变形前后两轴心 BC 的长度增加了 4cm .

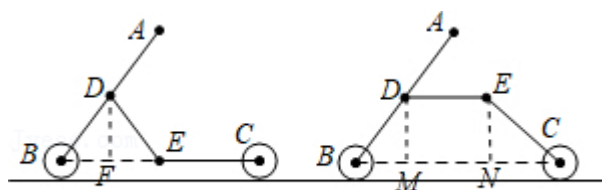


图 1

图 2

24. (2022·丽水一模) 如图 1 的一汤碗，其截面为轴对称图形，碗体 $ECDF$ 呈半圆形状（碗体厚度不计），直径 $EF=26\text{cm}$ ，碗底 $AB=10\text{cm}$ ， $\angle A=\angle B=90^\circ$ ， $AC=BD=3\text{cm}$.

(1) 如图 1，当汤碗平放在桌面 MN 上时，碗的高度是 15 cm .

(2) 如图 2，将碗放在桌面 MN 上，绕点 B 缓缓倾斜倒出部分汤，当碗内汤的深度最小时， $\tan\angle ABM$ 的值是 $-\frac{4}{3}$.

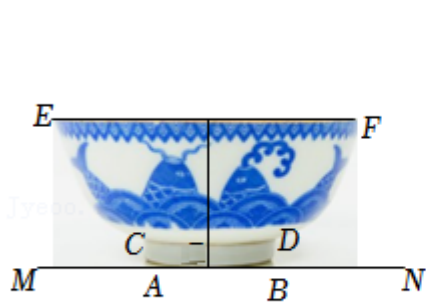


图1

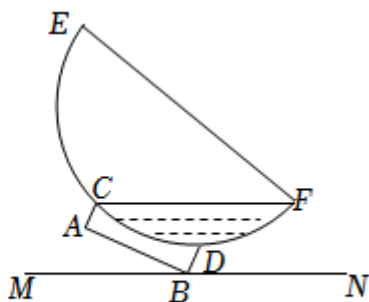


图2

【分析】(1) 由垂径定理和勾股定理可求 PO 的长，即可求解；

(2) 由旋转的性质可得 $OB=O'B=5\sqrt{10}\text{cm}$ ， $\angle ABM=\angle OBO'$ ，由勾股定理可求 RB 的长，由面积关系可求 OK 的长，由锐角三角函数可求解.

【解答】解 (1) 如图，设半圆的圆心为 O ，连接 OC ， OB ，过点 O 作直线 $OP\perp CD$ 于 P ，交 AB 于 Q ，

$$\therefore S_{\triangle OOB} = \frac{1}{2} \times (5+9) \times (15+13) - \frac{1}{2} \times 15 \times 5 - \frac{1}{2} \times 13 \times 9 = 100 \text{ (cm}^2\text{)},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times O'B \times OK = 100,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 5\sqrt{10} \times OK = 100,$$

$$\therefore OK = 4\sqrt{10} \text{ cm},$$

$$\therefore BK = \sqrt{OB^2 - OK^2} = \sqrt{250 - 160} = 3\sqrt{10} \text{ cm},$$

$$\therefore \tan \angle OBO' = \frac{OK}{BK} = \frac{4\sqrt{10}}{3\sqrt{10}} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \tan \angle MBA = \frac{4}{3},$$

故答案为: $\frac{4}{3}$.

25. (2022 春•兰溪市校级月考) 太极推盘是一种常见的健身器材 (如图 1), 转动两个圆盘便能锻炼身体. 取推盘上半径均为 0.4 米的圆 A 与圆 B (如图 2) 且 $AB=1$ 米, 圆 A 绕圆心 A 以 2° 每秒的速度逆时针旋转, 圆 B 绕圆心 B 以 2° 每秒的速度顺时针旋转. 开始转动时圆 A 上的点 C 恰好落在线段 AB 上, 圆 B 上的点 D 在 AB 下方且满足 $\angle DBA=60^\circ$, 则在两圆同时开始转动的 30 秒时, CD 的长是 $\frac{\sqrt{7}}{5}$ 米. 在两圆同时转动的前 30 秒以内, CD 的最小值是 0.5 米



图1

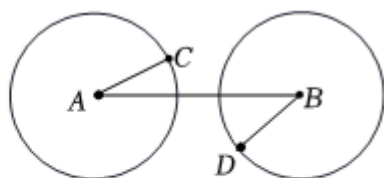


图2

【分析】据题意作出图形, 再过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E, 即可根据含 30° 度角的直角三角形的性质结合勾股定理求出 CD 的长; 以 AC、CD 为邻边作平行四边形 ACDF, 过点 D 作 AB 的平行线 MN, 设 $\angle CAB = 2t^\circ$, 则 $\angle ABD = 60^\circ - 2t^\circ$, 根据四边形 ACDF 为平行四边形, 则可求出 $\angle BDM = 120^\circ + 2t^\circ$, $\angle MDF = 2t^\circ$, 从而可求出 $\angle BDF = 240^\circ - 4t^\circ$, 进而结合等腰三角形的性质可求出 $\angle BFD = \angle FBD = 21^\circ - 30^\circ$, 最后可求出 $\angle ABF = \angle ABF + \angle FBD = 30^\circ$, 即说明当 $AF \perp BF$ 时, AF 的长最小, 即 CD 的长最小, 由此即可.

【解答】解: 根据题意可知, 两圆同时开始转动的 30 秒后, $\angle CAD = 60^\circ$, D 点在 AB 上, 如图, 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/277165164064006123>