2024 届闵行区高三下学期第一次质量预测数学试题

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知定义在 R 上的函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,+\infty\right)$ 上单调递增，且 $y=f\left(x-1\right)$ 的图象关于 $x=1$ 对称，若实数 a 满足 $f\left(\log_{\frac{1}{2}}a\right)<f\left(-2\right)$，则 a 的取值范围是（　　）

A．$\left(0,\frac{1}{4}\right)$　　B．$\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$　　C．$\left(\frac{1}{4},4\right)$　　D．$\left(4,+\infty\right)$

2．在区间 $[-1,1]$ 上随机取一个数 k，使直线 $y=k(x+3)$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交的概率为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{3}$

3．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 120°，则 $\left|\vec{a}-3\vec{b}\right|=$（　　）

A．$\sqrt{11}$　　B．$\sqrt{37}$　　C．$2\sqrt{10}$　　D．$\sqrt{43}$

4．设全集 $U=R$，集合 $A=\{x\,|\,x^2-3x-4>0\}$，则 $\complement_U A=$（　　）

A．$\{x|-1<x<4\}$　　B．$\{x|-4<x<1\}$　　C．$\{x|-1\le x\le 4\}$　　D．$\{x|-4\le x\le 1\}$

5．若 $\sin(\alpha+\frac{3\pi}{2})=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\cos 2\alpha=$（　　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$-\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

6．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x & (x\le 0)\\ \ln x & (x>0)\end{cases}$，且关于 x 的方程 $f(x)+x-a=0$ 有且只有一个实数根，则实数 a 的取值范围（　　）.

A．$[0,+\infty)$　　B．$(1,+\infty)$　　C．$(0,+\infty)$　　D．$[-\infty,1)$

7．已知 $\overrightarrow{AB}=\left(2,-1\right)$，$\overrightarrow{AC}=\left(1,\lambda\right)$，若 $\cos\angle BAC=\frac{\sqrt{10}}{10}$，则实数 λ 的值是（　　）

A．-1　　B．7　　C．1　　D．1 或 7

8．由实数组成的等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，则“$a_1>0$”是“$S_9>S_8$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

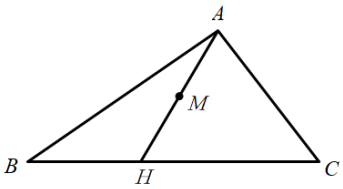
9．双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的离心率是 3，焦点到渐近线的距离为$\sqrt{2}$，则双曲线 C 的焦距为（　　）

A．3　　B．$3\sqrt{2}$　　C．6　　D．$6\sqrt{2}$

10．已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$，F 为抛物线的焦点且 MN 为过焦点的弦，若$|OF|=1$，$|MN|=8$，则$\triangle OMN$ 的面积为（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．$3\sqrt{2}$　　C．$4\sqrt{2}$　　D．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$

11．在ΔABC中，H 为BC 上异于B，C 的任一点，M 为AH 的中点，若$\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则$\lambda+\mu$等于（　　）



A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{1}{6}$　　D．$\frac{1}{3}$

12．设某大学的女生体重 y（单位：kg）与身高 x（单位：cm）具有线性相关关系，根据一组样本数据（x_i，y_i）（i=1，2，…，n），用最小二乘法建立的回归方程为 $\hat{y}$ =0.85x-85.71，则下列结论中不正确的是

A．y 与 x 具有正的线性相关关系

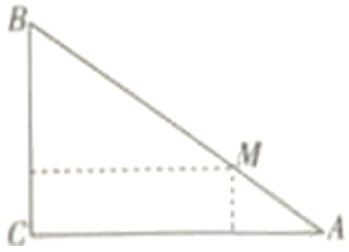
B．回归直线过样本点的中心（$\bar{x}$，$\bar{y}$）

C．若该大学某女生身高增加 1cm，则其体重约增加 0.85kg

D．若该大学某女生身高为 170cm，则可断定其体重比为 58.79kg

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．如图，养殖公司欲在某湖边依托互相垂直的湖岸线CA、CB围成一个三角形养殖区ACB.为了便于管理，在线段AB之间有一观察站点M，M到直线BC，CA的距离分别为 8 百米、1 百米，则观察点M到点A、B距离之和的最小值为_____百米.



14．已知抛物线$C:y=\frac{1}{4}x^2$的焦点为F，其准线与坐标轴交于点E，过F的直线l与抛物线C交于A、B两点，若$3\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+2\overrightarrow{EB}$，则直线$l$的斜率$k=$_____.

15．设S_n为等比数列$\{a_n\}$的前n项和，若$a_1=1$，且$3S_1$，$2S_2$，S_3成等差数列，则$a_n=$_____.

16．正四面体$ABCD$的一个顶点A是圆柱OA上底面的圆心，另外三个顶点BCD圆柱下底面的圆周上，记正四面体$ABCD$的体积为V_1，圆柱OA的体积为V_2，则$\frac{V_1}{V_2}$的值是_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知$\{a_n\}$为等差数列，$\{b_n\}$为等比数列，$\{a_n\}$的前*n*项和为S_n，满足$a_1=3$，$b_1=1$，$b_2+S_2=10$，$a_5-2b_2=a_3$.

（1）求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（2）令$c_n=\begin{cases}\frac{2}{S_n},n\text{为奇数}\\ b_n,\quad n\text{为偶数}\end{cases}$，数列$\{c_n\}$的前*n*项和$T_n$，求$T_{2n}$.

18．（12分）在平面直角坐标系xOy中，已知直线l的参数方程为$\begin{cases}x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}t\\ y=-\frac{1}{2}t\end{cases}$（$t$为参数）和曲线$C:\begin{cases}x=1+\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数），以坐标原点$O$为极点，$x$轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求直线l和曲线C的极坐标方程；

（2）在极坐标系中，已知点M是射线$l_1:\theta=\alpha\ (\alpha\in[0,\frac{\pi}{2}])$与直线$l$的公共点，点$N$是$l_1$与曲线$C$的公共点，求$\frac{|ON|}{|OM|}$的最大值.

19．（12分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{2}+y^2=1$的右焦点为F，直线l：$x=2$被称作为椭圆C的一条准线，点P在椭圆C上(异于椭圆左、右顶点)，过点P作直线$m:y=kx+t$与椭圆C相切，且与直线l相交于点Q.

（1）求证：$PF\perp QF$.

（2）若点P在x轴的上方，当$\triangle PQF$的面积最小时，求直线m的斜率k.

附：多项式因式分解公式：$t^6-3t^4-5t^2-1=\left(t^2+1\right)\left(t^4-4t^2-1\right)$

20．（12分）设函数$f(x)=x\ln x-ae^x$，$p\left(x\right)=kx$，其中$a\in R$，e是自然对数的底数.

（Ⅰ）若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上存在两个极值点，求 a 的取值范围；

（Ⅱ）若 $\varphi(x)=\ln x+1-f'(x),\varphi(1)=e$，函数 $\varphi(x)$ 与函数 $p(x)$ 的图象交于 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，且 AB 线段的中点为 $P(x_0,y_0)$，证明：$\varphi(x_0)<p(1)<y_0$.

21.（12 分）在平面直角坐标系 ***xOy*** 中，直线 ***l*** 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}+t\\ y=-\sqrt{3}t\end{cases}$（***t*** 为参数），以坐标原点为极点，***x*** 轴正半轴为极轴，建立极坐标系，已知曲线 ***C*** 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$.

（1）求直线 ***l*** 的普通方程与曲线 ***C*** 的直角坐标方程；

（2）设点 $M(0,3)$，直线 ***l*** 与曲线 ***C*** 交于不同的两点 ***A***、***B***，求 $\frac{1}{|MA|}+\frac{1}{|MB|}$ 的值.

22.（10 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}\\ y=\dfrac{2\sin\alpha}{1-\cos\alpha}\end{cases}$（$\alpha$ 为参数).以 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\theta=\theta_0(\theta_0\in(0,\pi))$，将曲线 C_1 向左平移 2 个单位长度得到曲线 C.

（1）求曲线 C 的普通方程和极坐标方程；

（2）设直线 l 与曲线 C 交于 A,B 两点，求 $\frac{1}{|OA|}+\frac{1}{|OB|}$ 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

根据题意，由函数的图象变换分析可得函数 $y=f(x)$ 为偶函数，又由函数 $y=f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上单调递增，分析可得 $f\left(\log_{\frac{1}{2}}a\right)<f(-2)\Rightarrow f(|\log_2 a|)<f(2)\Rightarrow|\log_2 a|<2$，解可得 a 的取值范围，即可得答案.

【详解】

将函数$y=f\left(x-1\right)$的图象向左平移1个单位长度可得函数$y=f\left(x\right)$的图象，

由于函数$y=f\left(x-1\right)$的图象关于直线$x=1$对称，则函数$y=f\left(x\right)$的图象关于y轴对称，

即函数$y=f\left(x\right)$为偶函数，由$f\left(\log_{\frac{1}{2}}a\right)<f\left(-2\right)$，得$f\left(\left|\log_2 a\right|\right)<f\left(2\right)$，

Q 函数$y=f\left(x\right)$在区间$\left[0,+\infty\right)$上单调递增，则$\left|\log_2 a\right|<2$，得$-2<\log_2 a<2$，解得$\frac{1}{4}<a<4$.

因此，实数a的取值范围是$\left(\frac{1}{4},4\right)$.

故选：C.

【点睛】

本题考查利用函数的单调性与奇偶性解不等式，注意分析函数$y=f\left(x\right)$的奇偶性，属于中等题.

2、C

【解析】

根据直线与圆相交，可求出 k 的取值范围，根据几何概型可求出相交的概率.

【详解】

因为圆心$(0,0)$，半径$r=1$，直线与圆相交，所以

$d=\frac{|3k|}{\sqrt{1+k^2}}\le 1$，解得$-\frac{\sqrt{2}}{4}\le k\le\frac{\sqrt{2}}{4}$

所以相交的概率$P=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$,故选 C.

【点睛】

本题主要考查了直线与圆的位置关系，几何概型，属于中档题.

3、D

【解析】

先计算$\vec{a}\cdot\vec{b}$，然后将$\left|\vec{a}-3\vec{b}\right|$进行平方,，可得结果.

【详解】

由题意可得：

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos 120^\circ=1\times 2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$

$\therefore \left(\vec{a}-3\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2-6\vec{a}\cdot\vec{b}+9\vec{b}^2=1+6+36=43$

$\therefore$则$\left|\vec{a}-3\vec{b}\right|=\sqrt{43}$.

故选：*D*.

【点睛】

本题考查的是向量的数量积的运算和模的计算，属基础题。

4、C

【解析】

解一元二次不等式求得集合A，由此求得$\complement_U A$

【详解】

由$x^2-3x-4=(x-4)(x+1)>0$，解得$x<-1$或$x>4$.

因为$A=\{x\mid x<-1$或$x>4\}$，所以$\complement_U A=\{x\mid -1\le x\le 4\}$.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查一元二次不等式的解法，考查集合补集的概念和运算，属于基础题.

5、B

【解析】

由三角函数的诱导公式和倍角公式化简即可.

【详解】

因为$\sin\left(\alpha+\frac{3\pi}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$，由诱导公式得$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=-\frac{1}{3}$.

故选 B

【点睛】

本题考查了三角函数的诱导公式和倍角公式，灵活掌握公式是关键，属于基础题.

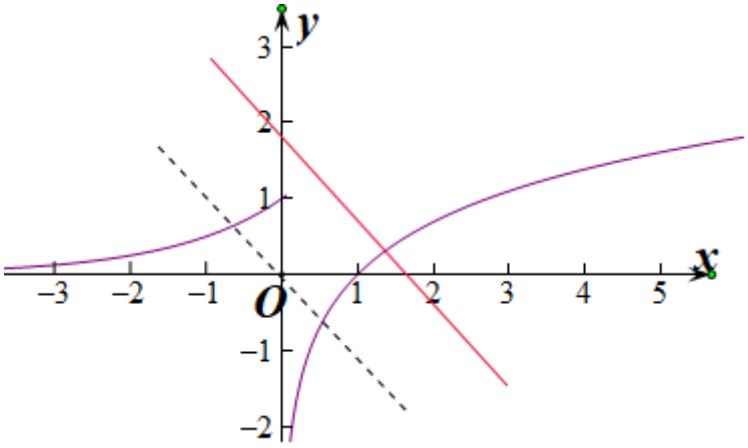
6、B

【解析】

根据条件可知方程$f(x)+x-a=0$有且只有一个实根等价于函数$y=f(x)$的图象与直线$y=-x+a$只有一个交点，作出图象，数形结合即可.

【详解】

解：因为条件等价于函数$y=f(x)$的图象与直线$y=-x+a$只有一个交点，作出图象如图，



由图可知，$a>1$，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查函数图象与方程零点之间的关系，数形结合是关键，属于基础题.

7、C

【解析】

根据平面向量数量积的坐标运算，化简即可求得λ的值.

【详解】

由平面向量数量积的坐标运算，代入化简可得

$$\cos\angle BAC=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\frac{2-\lambda}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{1+\lambda^2}}=\frac{\sqrt{10}}{10}.$$

∴解得$\lambda=1$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了平面向量数量积的坐标运算，属于基础题.

8、C

【解析】

根据等比数列的性质以及充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

解：若$\{a_n\}$是等比数列，则$S_9-S_8=a_9=a_1q^8, q\neq 0$，

若$a_1>0$，则$S_9-S_8=a_9=a_1q^8>0$，即$S_9>S_8$成立，

若$S_9>S_8$成立，则$S_9-S_8=a_9=a_1q^8>0$，即$a_1>0$

，

故“$a_1>0$”是“$S_9>S_8$”的充要条件，

故选：C.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，利用等比数列的通项公式是解决本题的关键.

9、A

【解析】

根据焦点到渐近线的距离，可得b，然后根据$b^2=c^2-a^2, e=\frac{c}{a}$，可得结果.

【详解】

由题可知：双曲线的渐近线方程为$bx\pm ay=0$

取右焦点$F(c,0)$，一条渐近线$l:bx-ay=0$

则点F到l的距离为$\frac{|bc|}{\sqrt{b^2+a^2}}=\sqrt{2}$，由$b^2+a^2=c^2$

所以$b=\sqrt{2}$，则$c^2-a^2=2$

又$\frac{c}{a}=3\Rightarrow\frac{c^2}{a^2}=9\Rightarrow a^2=\frac{c^2}{9}$

所以$c^2-\frac{c^2}{9}=2\Rightarrow c=\frac{3}{2}$

所以焦距为：$2c=3$

故选：A

【点睛】

本题考查双曲线渐近线方程，以及a,b,c,e之间的关系，识记常用的结论：焦点到渐近线的距离为b，属基础题.

10、A

【解析】

根据$|OF|=1$可知$y^2=4x$,再利用抛物线的焦半径公式以及三角形面积公式求解即可.

【详解】

由题意可知抛物线方程为$y^2=4x$,设点$M(x_1,y_1)$点$N(x_2,y_2)$,则由抛物线定义知,$MN|=|MF|+|NF|=x_1+x_2+2$,

$|MN|=8$则$x_1+x_2=6$.

由 $y^2 = 4x$ 得 $y_1^2 = 4x_1, y_2^2 = 4x_2$ 则 $y_1^2 + y_2^2 = 24$.

又 *MN* 为过焦点的弦,所以 $y_1y_2=-4$,则 $\left|y_2-y_1\right|=\sqrt{y_1^2+y_2^2-2y_1y_2}=4\sqrt{2}$,所以 $S_{\triangle OMN}=\frac{1}{2}|OF|\cdot\left|y_2-y_1\right|=2\sqrt{2}$.

故选：A

【点睛】

本题考查抛物线的方程应用,同时也考查了焦半径公式等.属于中档题.

11、A

【解析】

根据题意，用 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ 表示出 $\overrightarrow{AH},\overrightarrow{BH}$ 与 $\overrightarrow{AM}$，求出 λ,μ 的值即可.

【详解】

解：根据题意，设 $\overrightarrow{BH}=x\overrightarrow{BC}$，则

$$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AH}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BH})=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+x\overrightarrow{BC})=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}x(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac{1}{2}(1-x)\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}x\overrightarrow{AC},$$

又 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，

$$\therefore\lambda=\frac{1}{2}(1-x),\mu=\frac{1}{2}x,$$

$$\therefore\lambda+\mu=\frac{1}{2}(1-x)+\frac{1}{2}x=\frac{1}{2},$$

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了平面向量基本定理的应用，关键是要找到一组合适的基底表示向量，是基础题.

12、D

【解析】

根据 y 与 x 的线性回归方程为 y=0.85x− 85.71，则

$\hat{b}$=0.85＞0，y 与 x 具有正的线性相关关系，A 正确；

回归直线过样本点的中心（$\overline{x},\overline{y}$），B 正确；

该大学某女生身高增加 1cm，预测其体重约增加 0.85kg，C 正确；

该大学某女生身高为 170cm，预测其体重约为 0.85×170− 85.71=58.79kg，D 错误.

故选 D.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、$5\sqrt{5}$

【解析】

建系，将直线 AB 用方程表示出来，再用参数表示出线段 AB 的长度，最后利用导数来求函数最小值.

【详解】

以 C 为原点，CA,CB 所在直线分别作为 x,y 轴，建立平面直角坐标系，则 $M(8,1)$.设直线 $AB:y-1=k(x-8)$，即 $y=kx+1-8k$，则 $A\left(-\dfrac{1-8k}{k},0\right),B(0,1-8k)$，

所以 $\begin{cases}-\dfrac{1-8k}{k}>0\\1-8k>0\end{cases}$，所以 $\mathrm{k}<0$，

$AB^2=\left(-\dfrac{1-8k}{k}\right)^2+(1-8k)^2=f(k)(k<0)$，

则 $f(k)=(1-8k)^2\left(1+\dfrac{1}{k^2}\right)(k<0)$，

则 $f'(k)=2(1-8k)\times(-8)\times\left(1+\dfrac{1}{k^2}\right)+(1-8k)^2\times(-2)\times\dfrac{1}{k^3}$

$=\dfrac{-2(1-8k)\left(8k^3+1\right)}{k^3}=\dfrac{-2(1-8k)\left(2k+1\right)\left(4k^2-2k+1\right)}{k^3}$，

当 $x\in\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)$ 时，$f'(x)<0$，则 $f(x)$ 单调递减，当 $x\in\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$ 时，$f'(x)>0$，则 $f(x)$ 单调递增，

所以当 $k=-\dfrac{1}{2}$ 时，AB 最短，此时 $AB=5\sqrt{5}$.

故答案为：$5\sqrt{5}$

【点睛】

本题考查导数的实际应用，属于中档题.

14、$\pm\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

【解析】

求出抛物线焦点坐标，由 $3\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+2\overrightarrow{EB}$，结合向量的坐标运算得 $x_A=-2x_B$，直线 l 方程为 $y=kx+1$，代入抛物线方程后应用韦达定理得 x_A+x_B，x_Ax_B，从而可求得 x_A,x_B，得斜率 k .

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/277201033154006141