

# 立体图形的表面积和体积

## 【知识精讲+典型例题+高频真题+答案解析】

**编者的话：**同学们，恭喜你已经开启了奥数思维拓展的求知之旅，相信你已经正确规划了自己的学习任务，本套资料为小升初思维拓展、分班考、择校考而设计，针对小升初的高频知识点进行全面精讲，易错点逐个分解，强化练习高频易错真题，答案解析非常通俗易懂，可助你轻松掌握、理解、运用该知识点解决问题！

2024年9月

### 目录导航

### 资料说明

- 第一部分：知识精讲：把握知识要点，掌握方法技巧，理解数学本质，提升数学思维。
- 第二部分：典型例题：选题典型、高频易错、考试母题，具有理解一题，掌握一类的优势。
- 第三部分：高频真题：精选近两年统考真题，助您学习有方向，做好题，达到事半功倍的效果。
- 第四部分：答案解析：重点、难点题精细化解析，犹如名师讲解，可以轻松理解。

### 第一部分

### 知识精讲



## 知识清单+方法技巧

### 一、组合图形的体积

可以先把组合图形分解成独立的图形，然后相加减去重叠部分的体积。

### 二、规则立体图形的表面积

立体图形表面积公式：

#### 1. 圆柱体：

表面积： $2\pi R^2+2\pi Rh$  体积： $\pi R^2h$  ( $R$ 为圆柱体上下底圆半径， $h$ 为圆柱体高)

2. 圆锥体:

体积:  $\frac{1}{3}\pi R^2 h$  ( $r$  为圆锥体底圆半径,  $h$  为其高)

3. 长方体:

表面积 = (长 × 宽 + 长 × 高 + 宽 × 高) × 2

### 三、规则立体图形的体积

#### 【知识点归纳】

公式:

正方体:  $V = a^3$ , ( $a$  表示正方体的边长)

长方体:  $V = abh$ , ( $a$  表示长方体的长,  $b$  表示长方体的宽,  $h$  表示长方体的高)

圆柱:  $V = \pi r^2 h$ , ( $r$  表示底面半径,  $h$  表示圆柱的高)

圆锥:  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ , ( $r$  表示底面半径,  $h$  表示圆柱的高)

### 四、不规则立体图形的表面积和体积

实际问题中, 有些图形不是以基本图形的形状出现, 而是由一些基本图形组合、拼凑成的, 它们的面积及周长无法应用公式直接计算. 一般我们称这样的图形为不规则图形. 不规则图形通过实施割补、剪拼等方法将它们转化为基本图形的和、差关系, 问题就能解决了.

不规则图形的另外一种情况, 就是由圆、扇形、弓形与三角形、正方形、长方形等规则图形组合而成的, 这是一类更为复杂的不规则图形, 为了计算它的面积, 常常要变动图形的位置或对图形进行适当的分割、拼补、旋转等手段使之转化为规则图形的和、差关系, 同时还常要和“容斥原理”合并使用才能解决.

方法: 1、相加法: 将不规则图形分解转化成几个基本规则图形, 分别计算它们的面积, 然后相加求出整个图形的面积.

2、相减法: 将所求的不规则图形的面积看成是若干个基本规则图形的面积之差.

3、直接求法: 根据已知条件, 从整体出发直接求出不规则图形面积

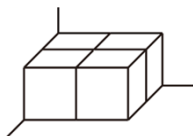
4、重新组合法: 将不规则图形拆开, 根据具体情况和计算上的需要, 重新组合成一个新的图形, 设法求出这个新图形面积即可.

- 5、辅助线法：根据具体情况在图形中添一条或若干条辅助线，使不规则图形转化成若干个基本规则图形，然后再采用相加、相减法解决即可。
- 6、割补法：把原图形的一部分切割下来补在图形中的另一部分使之成为基本规则图形，从而使问题得到解决。
- 7、平移法：将图形中某一部分切割下来平行移动到一个恰当位置，使之组合成一个新的基本规则图形，便于求出面积。
- 8、旋转法：将图形中某一部分切割下来之后，使之沿某一点或某一轴旋转一定角度贴补在另一图形的一侧，从而组合成一个新的基本规则的图形，便于求出面积。
- 9、对称添补法：作出原图形的对称图形，从而得到一个新的基本规则图形。原来图形面积就是这个新图形面积的一半。
- 10、重叠法：将所求的图形看成是两个或两个以上图形的重叠部分，然后运用“容斥原理”解决。

## 第二部分

### 典型例题

例题 1: 4 个棱长为  $30\text{cm}$  的正方体纸箱放在墙角（如图），有几个面露在外面？露在外面的面积是多少平方厘米？



【答案】见试题解答内容

【分析】因为是放在墙角处，所以露在外部的有：正面 2 个正方形，右面 2 个正方形，上面 4 个正方形，一共有  $2+2+4=8$  个，每个小正方形面的面积是  $30 \times 30 = 900$  平方厘米，据此再乘 8 就是露在外部的总面积。

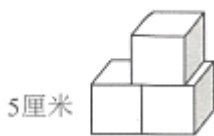
【解答】解：露在外部的面有： $2+2+4=8$ （个）

$$\begin{aligned}
 &30 \times 30 \times 8 \\
 &= 900 \times 8 \\
 &= 7200 \text{（平方厘米）}
 \end{aligned}$$

答：有 8 个面露在外部，露在外部的面积是 7200 平方厘米。

【点评】考查了规则立体图形的表面积，明确露在外部的有哪几个面是解决此类问题的关键。

例题 2: 如图，用三个棱长 5 厘米的正方体，拼成这样的模型，表面积比原来三个正方体表面积的和减少多少平方厘米？



【答案】见试题解答内容

【分析】按如图 3 个小正方体拼成一个立体图形，拼组后表面积比原来三个正方体表面积的和减少了 4 个小正方体的面的面积，据此即可解答。

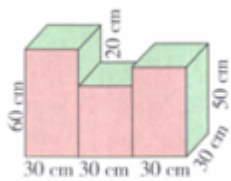
【解答】解： $5 \times 5 = 25$ （平方厘米）

$25 \times 4 = 100$ （平方厘米）

答：表面积比原来三个正方体表面积的和减少了 100 平方厘米。

【点评】抓住 3 个正方体拼组长方体的方法得出表面积减少部分是哪些面是解决此类问题的关键。

例题 3：一个机器零件（如图），要在它的前后两面涂红色防锈漆，其它露出的面（底面不涂）涂绿色防锈漆。涂红色防锈漆和绿色防锈漆的面积各是多少？



【答案】见试题解答内容

【分析】通过图形可以看出，涂红色防锈漆的部分是前后两个面，两个长  $60\text{cm}$ ，宽  $30\text{cm}$  的长方形；两个长  $(60 - 20)\text{cm}$ ，宽  $30\text{cm}$  的长方形；两个长  $50\text{cm}$ ，宽  $30\text{cm}$  的长方形；涂绿色防锈漆的部分有：左侧和右侧分别是长  $60\text{cm}$  宽  $30\text{cm}$  的长方形，长  $50\text{cm}$  宽  $30\text{cm}$  的长方形，上面是三个边长  $30\text{cm}$  的正方形，还有长  $30\text{cm}$  宽  $20\text{cm}$  的长方形；长  $30\text{cm}$  宽  $(50 + 20 - 60)\text{cm}$  的长方形；把它们按照长方形的面积公式  $S = ab$  和正方形的面积公式  $S = a^2$  计算，即可得解。

【解答】解： $[60 \times 30 + (60 - 20) \times 30 + 50 \times 30] \times 2$

$= (1800 + 40 \times 30 + 1500) \times 2$

$= (1800 + 1200 + 1500) \times 2$

$= 4500 \times 2$

$= 9000$ （平方厘米）

$60 \times 30 + 50 \times 30 + 30 \times 30 \times 3 + 30 \times 20 + 30 \times (50 + 20 - 60)$

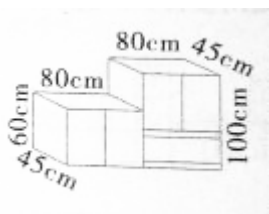
$= 1800 + 1500 + 2700 + 600 + 300$

$= 6900$ （平方厘米）

答：涂红色防锈漆的面积是 9000 平方厘米，涂绿色防锈漆的面积是 6900 平方厘米。

【点评】解答此题的关键是，要弄清楚每个面的边长各是多少，进而求出每个面的面积。

例题 4：一种组合连体高低柜是由一个长 80cm、宽 45cm、高 60cm 的长方体和一个长 80cm、宽 45cm、高 100cm 的长方体组合成的（如图）。油漆工要给这个高低柜刷油漆，前、后面刷浅黄色，其他露出部分都刷油绿色。刷浅黄色和油绿色的面积各是多少平方米？



【答案】见试题解答内容

【分析】根据题意，前后面都是两个长方形：长 80 厘米、宽 60 厘米的长方形和长 100 厘米、宽 80 厘米的长方形，则刷浅黄色的面积为： $80 \times 60 \times 2 + 100 \times 80 \times 2 = 25600$ （平方厘米）。刷油绿色的部分为：两个长 80 厘米、宽 45 厘米的长方形和两个长 100 厘米、宽 45 厘米的长方形，其面积为： $80 \times 45 \times 2 + 100 \times 45 \times 2 = 16200$ （平方厘米）。

【解答】解： $80 \times 60 \times 2 + 100 \times 80 \times 2$

$$= 160 \times 80 \times 2$$

$$= 25600 \text{（平方厘米）}$$

$$80 \times 45 \times 2 + 100 \times 45 \times 2$$

$$= 180 \times 45 \times 2$$

$$= 16200 \text{（平方厘米）}$$

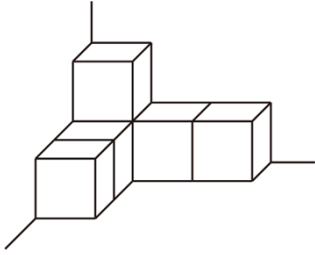
答：刷浅黄色的面积为 25600 平方厘米；油绿色面积为 16200 平方厘米。

【点评】本题主要运用长方形面积公式：长方形面积 = 长 × 宽，解决问题。

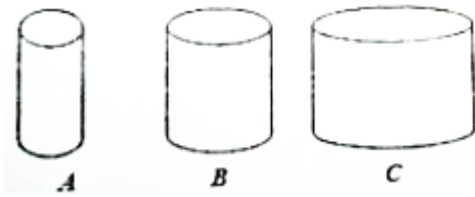
### 第三部分

### 高频真题

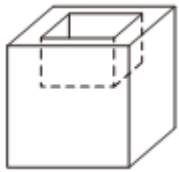
1. 一个长方体容器长 10 厘米，宽 10 厘米，高 20 厘米，盛满水后，将容器绕着靠地面的一条棱倾斜  $45^\circ$ ，求容器内剩下水的体积。
2. 在一个正方体的前、后以及左、右两侧面的中心各打通一个长方体的洞，并在上、下面的中心打通一个圆柱形的洞。已知正方体棱长为 10 厘米，前、后以及左、右两侧面上的洞口是边长为 4 厘米的正方形，上、下面的洞口是直径为 4 厘米的圆，求这个立体图形的体积。
3. 6 个棱长都是 40 厘米的正方体纸箱堆放在墙角处（如图），露在外面的面的面积是多少平方米？



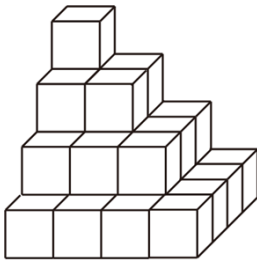
4. 如图，有高度相同的  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三只圆柱形杯子， $A$ 、 $B$  两只杯子已经盛满水，小颖把  $A$ 、 $B$  两只杯子中的水全部倒进  $C$  杯中， $C$  杯恰好装满，小颖测量得  $A$ 、 $B$  两只杯子底面圆的半径分别是 3 厘米和 4 厘米，你能求出  $C$  杯底面的半径是多少吗？



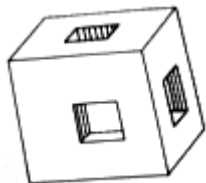
5. 从一个棱长为 10 厘米的正方体木块上挖掉一个长 6 厘米、宽 5 厘米、高 4 厘米的长方体木块（如图），求剩下木块的体积。



6. 如图，把棱长为  $2\text{cm}$  的小正方体堆成如图所示的形状，求这个立体图形的表面积和体积。

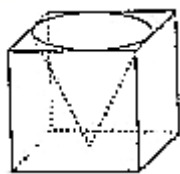


7. 如图表示一个正方体，它的棱长为 4 厘米，在它的上下、前后、左右的正中位置各挖去一个棱长为 1 厘米的正方体。问：此图的表面积是多少？

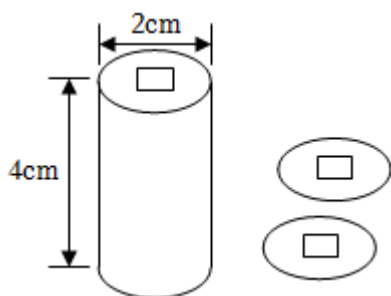


8. 在一个棱长为 8 厘米的正方体钢坯上下底面正中打一个对穿孔，制成一个机器零件，已知这个对穿孔是底面为边长 2 厘米的正方形，求这个零件的体积和表面积。

9. 如果从一个体积为  $120\text{cm}^3$  的正方体木块中挖去最大的圆锥，做成如图所示的工件模具，求这个模具的体积。（ $\pi$  取 3.14）

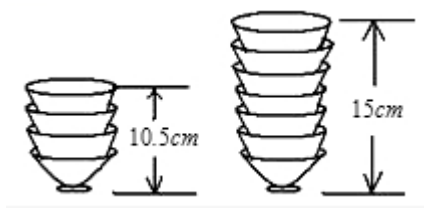


10. 古代的铜钱都是“外圆内方”，铜钱内正方形的边长是 0.5 厘米。小明把 20 枚相同的古代铜钱叠在一起的形状如图，每枚铜钱的体积是多少立方厘米？（ $\pi$  取值 3.14）

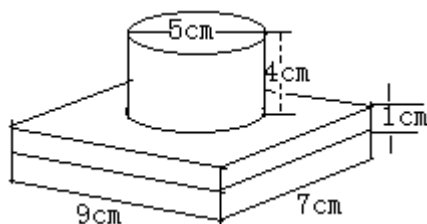


11. 如图，两摞相同规格的饭碗整齐地叠放在桌面上，请根据图中给的数据信息，解答下列问题：

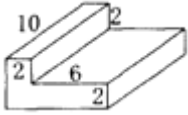
- ① 一个碗的高度是多少厘米？
- ② 把这两摞饭碗整齐地摆成一摞时，这摞饭碗的高度是多少？
- ③ 一个长方体木箱子内部高度是  $25\text{cm}$ ，最高的一摞最多能摆下几个碗？
- ④ 量得碗口的直径是 6 厘米，这个长方体木箱子的底面的长 28 厘米，宽 22 厘米，这个木箱最多可放下多少个这样的碗？



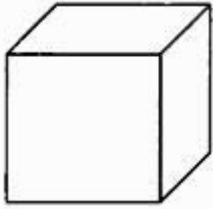
12. 计算下面物体的体积和表面积



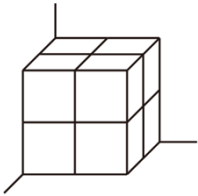
13. 如图的物体摆放在地面上（如图，单位：分米），露在外面的面积和是多少平方分米？



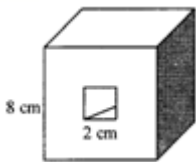
14. 如图是棱长为 5 厘米的正方体，如果在这个正方体中切去一个棱长为 3 厘米的小正方体，剩下几何体的表面积是多少平方厘米？请作具体分析。



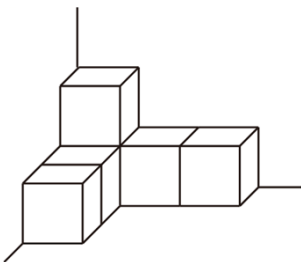
15. 如图，小正方体的棱长是  $2\text{cm}$ ，求露在外面的面积是多少平方厘米？



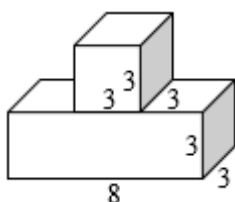
16. 如图，一个棱长 8 厘米的正方体，在它的前面的正中间画一个边长 2 厘米的正方形，再由正方形向对面挖一个长方体洞，剩下物体的表面积是多少平方厘米？



17. 6 个棱长都是  $20\text{cm}$  的正方体纸箱堆放在墙角处（如图），露出多少个面？露在外面的面积是多少平方厘米？

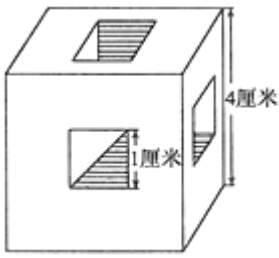


18. 如图是一个机器零件，要在这个机器零件的表面涂上一层漆，涂漆的面积是多少？（单位：厘米）

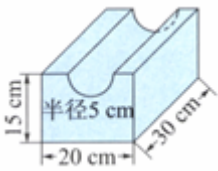




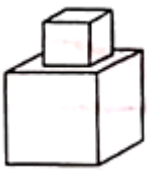
19. 如图，棱长为  $4\text{cm}$  的正方体木块的每个面的中心打上一个直穿木块的洞，洞口呈边长为  $1\text{cm}$  的正方形，求挖洞后木块的体积及表面积。



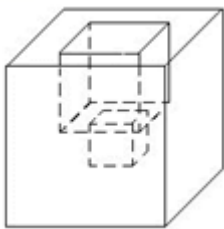
20. 如图，在长  $30\text{cm}$ 、宽  $20\text{cm}$ 、高  $15\text{cm}$  的长方体中挖去一个半径是  $5\text{cm}$  的半圆柱，求剩余几何体的表面积。



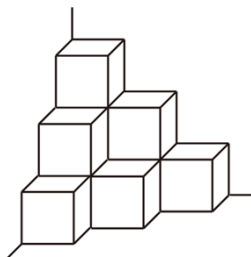
21. 如图是一个机器零件，它由棱长为  $10\text{cm}$  的大正方体和棱长为  $5\text{cm}$  的小正方体拼成的。这个零件的表面积是多少  $\text{cm}^2$ 。



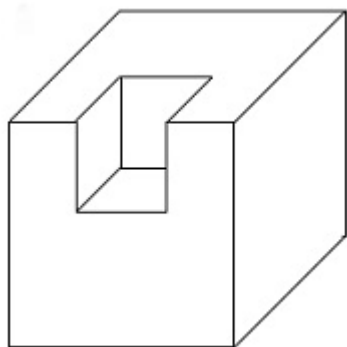
22. 从一个棱长为  $2$  厘米的正方体的上面正中，向下挖一个棱长为  $1$  厘米的正方体小洞，接着在小洞的底面正中再向下挖一个棱长为  $0.5$  厘米棱长的小洞，接着再在小洞底面正中再向下挖一个棱长为  $0.25$  厘米的正方体小洞，求现在得到的立体图形的表面积。



23. 把  $10$  个棱长为  $5\text{dm}$  的正方体纸箱堆在墙角（如图所示），露在外面的面积有多少平方米？



24. 如图，在一个棱长为 5 分米的正方体边上挖去一个棱长为 2 分米的小正方体，剩余部分的表面积是多少平方分米？

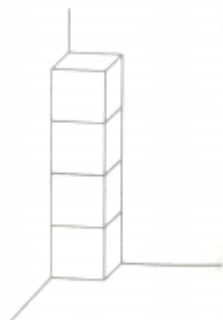


25. 下面的立体图形是由棱长  $3\text{cm}$  的小正方体搭成的，它的表面积和体积分别是多少？



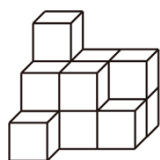
26. 如图，把 4 个棱长为  $5\text{cm}$  的正方体放在墙角。

- (1) 一共有多少个面露在外面？
- (2) 露在外面的面积是多少  $\text{cm}^2$ ？

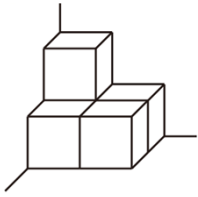


27. 如图所示是一个用棱长为 1 厘米的小正方体木块堆放而成的物体。

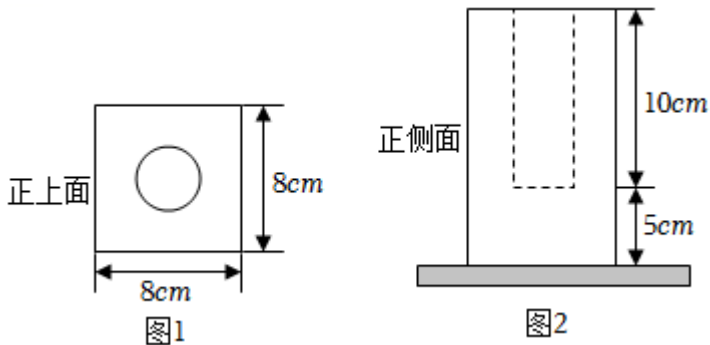
- (1) 这个物体的表面积是多少平方厘米？
- (2) 要把这个物体补成一个大正方体，这个大正方体的表面积至少是多少平方厘米？



28. 有 5 个棱长是  $20\text{cm}$  的正方体纸盒放在墙角处（如图），有几个面露在外面？露在外面的面积一共有多少平方厘米？



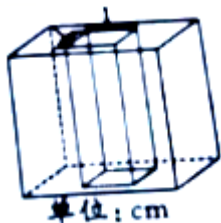
29. 如图是从一个立体图形的正上面与正侧面看到的图形，从正面看到的圆的半径是 2 厘米。
- (1) 以每秒 1 毫升的速度，往容器内注水时，水面到离地面 10 厘米的地方，需要多少秒？
  - (2) 这个立体图形的体积是多少？
  - (3) 这个立体图形的表面积是多少？



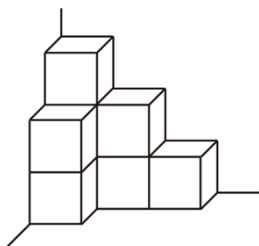
30. 有 5 个棱长为 4 分米的立方体放置在墙角处，露在外面的面积是多少平方米？



31. 有一个棱长是  $3\text{cm}$  的正方体零件，从它的一个面的正中间挖去一个小长方体（如图），这个零件的表面积是增加了还是减少了？增加（或减少）了多少平方厘米？说说你的理由。



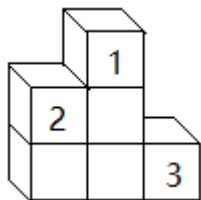
32. 将 8 个棱长都是  $30\text{cm}$  的正方体纸箱堆放在墙角处（如图所示），露出多少个面？露在外面的面积是多少平方厘米？



33. 如图所示的领奖台是由 6 个棱长是 3 分米的正方体组合而成的。

(1) 如果要在领奖台的表面喷漆（底面不喷漆），需要喷漆的面积是多少？

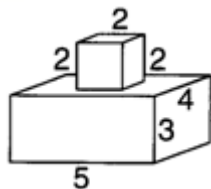
(2) 这个领奖台的体积是多少？



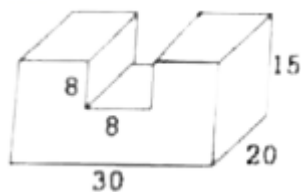
34. 有一个形状如图的零件。（单位： $dm$ ）

(1) 要在它的表面涂上油漆涂，油漆的面积有多少平方分米？

(2) 它的体积是多少立方分米？



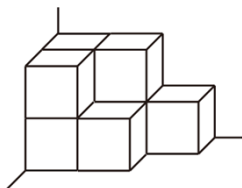
35. 从一个长方体木块中，挖掉一小长方体后（如图），它的表面积是多少平方厘米？



36. 看图回答问题。

(1) 如图中一共有多少个小正方体？有多少个面露在外面？

(2) 如果每个小正方体的棱长均是  $5cm$ ，那么露在外面的面积是多少平方厘米？



#### 参考答案与试题解析

1. 一个长方体容器长 10 厘米，宽 10 厘米，高 20 厘米，盛满水后，将容器绕着靠地面的一条棱倾斜  $45^\circ$ ，求容器内剩下水的体积。

**【答案】** 1000 立方厘米。

**【分析】**

这个长方体容器平放时，里面水的体积是  $10 \times 10 \times 20 = 2000$ （立方厘米），当长 10 厘米靠着桌面倾斜  $45^\circ$  时，流出水的体积是  $10 \times 10 \times 10 \div 2 = 500$ （立方厘米），由此可知，当宽靠着桌面倾斜  $45^\circ$  时，流出水的体积是  $10 \times 10 \times 10 \div 2 = 500$ （立方厘米），由此可知，容器内剩下的水的体积。

**【解答】**解： $10 \times 10 \times 20 - 10 \times 10 \times 10$   
 $= 2000 - 1000$   
 $= 1000$ （立方厘米）

答：容器内剩下水的体积 1000 立方厘米。

**【点评】**关键明白，当这个容器底面的一条棱长靠着桌面倾斜  $45^\circ$  时，平放装满水时流出的水的体积是或靠着桌面倾斜  $45^\circ$  时的空间是一个三棱体，体积是四棱体的一半。

2. 在一个正方体的前、后以及左、右两侧面的中心各打通一个长方体的洞，并在上、下面的中心打通一个圆柱形的洞。已知正方体棱长为 10 厘米，前、后以及左、右两侧面上的洞口是边长为 4 厘米的正方形，上、下面的洞口是直径为 4 厘米的圆，求这个立体图形的体积。

**【答案】**见试题解答内容

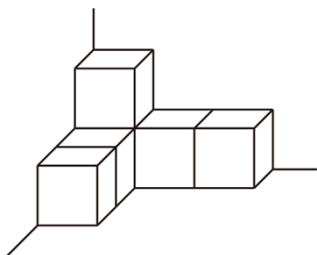
**【分析】**根据题意，先求出前后、左右打通的长方体的体积，再求出上下圆柱的体积，最后用正方体的体积减去即可。

**【解答】**解： $4 \times 4 \times 10 \times 2 - 4 \times 4 \times 4$   
 $= 320 - 64$   
 $= 256$ （立方厘米）  
 $10 - 4 = 6$ （厘米）  
 $4 \div 2 = 2$ （厘米）  
 $2 \times 2 \times 3.14 \times 6 + 256$   
 $= 75.36 + 256$   
 $= 331.36$ （立方厘米）  
 $10 \times 10 \times 10 - 331.36$   
 $= 1000 - 331.36$   
 $= 668.64$ （立方厘米）

答：这个立体图形的体积是 668.64 立方厘米。

**【点评】**此题考查立体图形的相关知识，注意立体图形之间的联系。

3. 6 个棱长都是 40 厘米的正方体纸箱堆放在墙角处（如图），露在外面的面的面积是多少平方米？



**【答案】** 露在外面的面的面积是 2.08 平方米。

**【分析】** 观察图形知道，从上面看到 5 个正方形面，从前面看到 4 个正方形面，从右面看到 4 个正方形的面，所以露在外面的面一共是  $5+4+4=13$  个，由此根据正方形的面积公式  $S=a \times a$ ，求出一个正方形的面积，再乘 13 即可。

**【解答】** 解：  $40 \times 40 \times (5+4+4)$

$$= 1600 \times 13$$

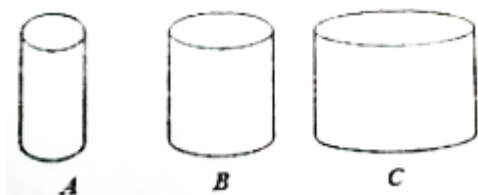
$$= 20800 \text{ (平方厘米)}$$

$$20800 \text{ 平方厘米} = 2.08 \text{ 平方米}$$

答：露在外面的面的面积是 2.08 平方米。

**【点评】** 本题考查了运用正方体的表面积计算方法解决问题，解答本题的关键是要先找出每个正方体露在外面的有几个面，然后再求出露在外面的面积即可。

4. 如图，有高度相同的  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三只圆柱形杯子， $A$ 、 $B$  两只杯子已经盛满水，小颖把  $A$ 、 $B$  两只杯子中的水全部倒进  $C$  杯中， $C$  杯恰好装满，小颖测量得  $A$ 、 $B$  两只杯子底面圆的半径分别是 3 厘米和 4 厘米，你能求出  $C$  杯底面的半径是多少吗？



**【答案】** 5 厘米。

**【分析】** 根据题意， $A$  和  $B$  的体积的和等于  $C$  的体积，利用圆柱的体积公式： $V=Sh$ ，根据  $A$  和  $B$  的底面半径，求  $C$  的半径即可。

**【解答】** 解：  $(3.14 \times 3^2 \times h + 3.14 \times 4^2 \times h) \div 3.14 \div h$

$$= 9 + 16$$

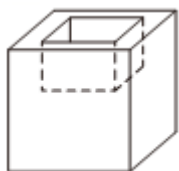
$$= 25 \text{ (平方厘米)}$$

因为  $25 = 5 \times 5$

所以  $C$  杯的底面半径是 5 厘米。

**【点评】**本题主要考查规则立体图形的体积，关键根据  $A$  杯水和  $B$  杯水的体积的和等于  $C$  杯水的体积计算。

5. 从一个棱长为 10 厘米的正方体木块上挖掉一个长 6 厘米、宽 5 厘米、高 4 厘米的长方体木块（如图），求剩下木块的体积。



**【答案】**880 立方厘米。

**【分析】**根据剩下木块的体积 = 正方体的体积 - 长方体的体积，结合正方体的体积公式： $V=a^3$ ，长方体的体积公式： $V=abc$ ，依此代入数据计算即可求解。

**【解答】**解： $10 \times 10 \times 10 - 6 \times 5 \times 4$

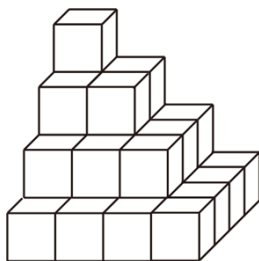
$$= 1000 - 120$$

$$= 880 \text{（立方厘米）}$$

答：剩下木块的体积是 880 立方厘米。

**【点评】**本题主要考查了规则立体图形的体积，解题的关键是熟记正方体和长方体的体积公式。

6. 如图，把棱长为  $2\text{cm}$  的小正方体堆成如图所示的形状，求这个立体图形的表面积和体积。



**【答案】**见试题解答内容

**【分析】**（1）这个几何体的表面积就是露出小正方体的面的面积之和，从上面看有 16 个面；从下面看有 16 个面；从前面看有 10 个面；从后面看有 10 个面；从左面看有 10 个面；从右面看有 10 个面。由此即可解决问题；

（2）根据题干，这个几何体的体积就是这些小正方体的体积之和，棱长 2 厘米的正方体的体积是 8 立方厘米，由此只要数出有几个小正方体就能求得这个几何体的体积。

**【解答】**解：（1）图中几何体露出的面有： $10 \times 4 + 16 \times 2 = 72$ （个）

所以这个几何体的表面积是： $2 \times 2 \times 72 = 288$ （平方厘米）

（2）这个几何体共有 4 层组成，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/278016070125006124>