陕西省榆林一中 2024 届高三适应性测试数学试题

考生请注意：

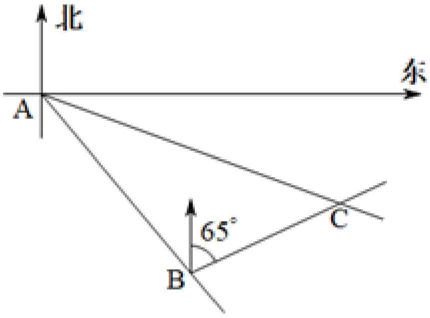
1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

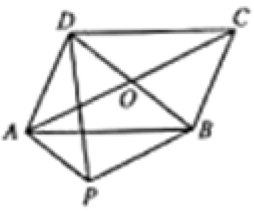
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．一艘海轮从 A 处出发，以每小时 **24** 海里的速度沿南偏东 **40°**的方向直线航行，**30** 分钟后到达 B 处，在 C 处有一座灯塔，海轮在 A 处观察灯塔，其方向是南偏东 **70°**，在 B 处观察灯塔，其方向是北偏东 **65°**，那么 B，C 两点间的距离是（　　）



A．$6\sqrt{2}$ 海里　　B．$6\sqrt{3}$ 海里　　C．$8\sqrt{2}$ 海里　　D．$8\sqrt{3}$ 海里

2．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，O 为对角线的交点，点 P 为平行四边形外一点，且 $AP\parallel OB$，$BP\parallel OA$，则 $\overrightarrow{DP}=$（　　）



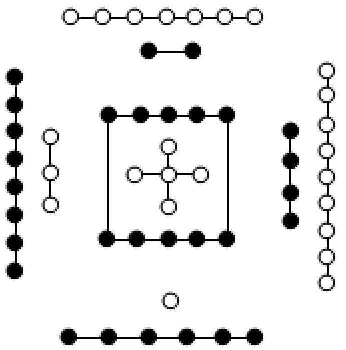
A．$\overrightarrow{DA}+2\overrightarrow{DC}$　　B．$\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}$

C．$2\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}$　　D．$\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$

3．已知复数 z 满足 $z\left(1+i\right)=1-i$（i 为虚数单位），则 z 的虚部为（　　）

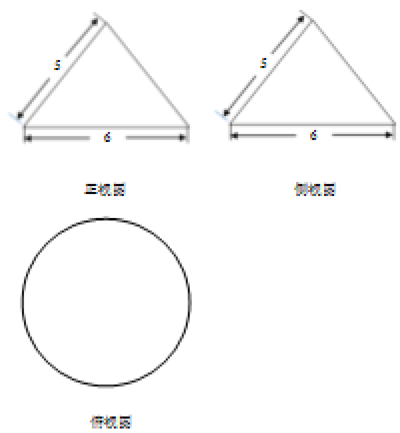
A．$-i$　　B．i　　C．1　　D．-1

4．《易·系辞上》有“河出图，洛出书”之说，河图、洛书是中华文化，阴阳术数之源，其中河图的排列结构是一、六在后，二、七在前，三、八在左，四、九在右，五、十背中.如图，白圈为阳数，黑点为阴数.若从这 **10** 个数中任取 **3** 个数，则这 **3** 个数中至少有 **2** 个阳数且能构成等差数列的概率为（　）



A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{1}{20}$　　C．$\frac{1}{12}$　　D．$\frac{3}{40}$

5．如图所示，已知某几何体的三视图及其尺寸（单位：cm），则该几何体的表面积为(　　)



A．$15\pi\ cm^2$　　B．$21\pi\ cm^2$

C．$24\pi\ cm^2$　　D．$33\pi\ cm^2$

6．已知平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$\vec{a}=(1,-2)$，$\vec{b}=(-3,t)$，且$\vec{a}\perp(\vec{a}+\vec{b})$，则$|\vec{b}|=$（　　）

A．3　　B．$\sqrt{10}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．5

7．二项式$(\sqrt{x}+\frac{2}{x^2})^n$的展开式中只有第六项的二项式系数最大，则展开式中的常数项是( )

A．180　　B．90　　C．45　　D．360

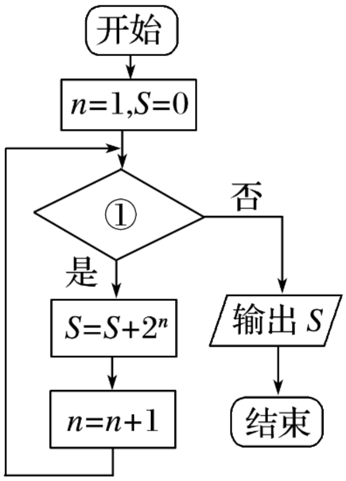
8．若函数$y=2sin(2x+\varphi)\left(|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的图象经过点$\left(\frac{\pi}{12},0\right)$，则函数$f(x)=sin(2x-\varphi)+cos(2x-\varphi)$图象的一条对称轴的方程可以为(　　)

A．$x=-\frac{\pi}{24}$　　B．$x=\frac{37\pi}{24}$　　C．$x=\frac{17\pi}{24}$　　D．$x=-\frac{13\pi}{24}$

9．若函数$f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}x, 0<x\le 1,\\ -x(x-1)(x-3), x>1,\end{cases}$函数$g(x)=f(x)+kx$只有1个零点，则$k$的取值范围是（　　）

A．$(-1,0)$　　B．$(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$　C．$(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$　D．$(0,1)$

10．如图所示的程序框图输出的S是126，则①应为（　）



A．$n\le 5$?　　B．$n\le 6$?　　C．$n\le 7$?　　D．$n\le 8$?

11．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，过原点作一条倾斜角为$\frac{\pi}{3}$直线分别交双曲线左、右两支P，Q两点，以线段PQ为直径的圆过右焦点F，则双曲线离心率为(　　)

A．$\sqrt{2}+1$　　B．$\sqrt{3}+1$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

12．下列函数中既关于直线$x=1$对称，又在区间$[-1,0]$上为增函数的是(　　)

A．$y=\sin\pi x$.　　B．$y=|x-1|$

C．$y=\cos\pi x$　　D．$y=e^x+e^{-x}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知集合$A=\left\{x\,|\,x=a_0+a_1\cdot 3+a_2\cdot 3^2+a_3\cdot 3^3\right\}$，其中$a_k\in\left\{0,1,2\right\}$，$k=0,1,2,3$.且$a_3\ne 0$，则集合$A$中所有元素的和为_________.

14．公比为正数的等比数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，若$a_2=2$，$S_4-5S_2=0$，则S_6-S_3的值为__________.

15．已知△ABC得三边长成公比为$\sqrt{2}$的等比数列，则其最大角的余弦值为_____.

16．关于函数$f\left(x\right)=\ln\left(2+x\right)-\ln\left(4-x\right)$有下列四个命题：

①函数$y=f\left(x\right)$在$\left(-2,4\right)$上是增函数；

②函数$y=f\left(x\right)$的图象关于$\left(1,0\right)$中心对称；

③不存在斜率小于$\frac{2}{3}$且与函数$y=f\left(x\right)$的图象相切的直线；

④函数 $y=f\left(x\right)$ 的导函数 $y=f'\left(x\right)$ 不存在极小值.

其中正确的命题有______.（写出所有正确命题的序号）

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）设函数 $f(x)=1-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$，$g(x)=\ln x$，

（Ⅰ）求曲线 $y=f(2x-1)$ 在点（1,0）处的切线方程；

（Ⅱ）求函数 $y=f(x)\cdot g(x)$ 在区间 $[\dfrac{1}{e},e]$ 上的取值范围.

18．（12 分）在直角坐标平面中，已知 ΔABC 的顶点 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，C 为平面内的动点，且 $\sin A\sin B+3\cos C=0$.

（1）求动点 C 的轨迹 Q 的方程；

（2）设过点 $F(1,0)$ 且不垂直于 x 轴的直线 l 与 Q 交于 P，R 两点，点 P 关于 x 轴的对称点为 S，证明：直线 RS 过 x 轴上的定点.

19．（12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$，F 是椭圆 C 的一个焦点，点 $M(0,2)$，直线 MF 的斜率为 1.

（1）求椭圆 C 的方程；

（1）若过点 M 的直线 l 与椭圆 C 交于 A,B 两点，线段 AB 的中点为 N，是否存在直线 l 使得 $|AB|=2|MN|$？若存在，求出 l 的方程；若不存在，请说明理由.

20．（12 分）已知 a，b，c 分别是 $\vee ABC$ 三个内角 A，B，C 的对边，$a\cos C+\sqrt{3}c\sin A=b+c$.

（1）求 A；

（2）若 $a=\sqrt{3}$，$b+c=3$，求 b，c.

21．（12 分）联合国粮农组织对某地区最近 10 年的粮食需求量部分统计数据如下表：

年份	2010	2012	2014	2016	2018
需求量（万吨）	236	246	257	276	286

（1）由所给数据可知，年需求量与年份之间具有线性相关关系，我们以“年份—2014”为横坐标 x，“需求量 -257”为纵坐标 y，请完成如下数据处理表格：

年份—2014			0		

需求量—257			**0**		

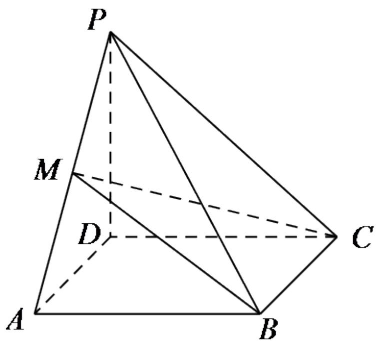
（2）根据回归直线方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 分析，2020 年联合国粮农组织计划向该地区投放粮食 300 万吨，问是否能够满足该地区的粮食需求？

参考公式：对于一组数据 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，…，(x_n,y_n)，其回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为： $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

22.（10 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，M 是 PA 的中点，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，且 $PD=CD=4$，$AD=2$.

（1）求 AP 与平面 CMB 所成角的正弦.

（2）求二面角 $M-CB-P$ 的余弦值.



参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

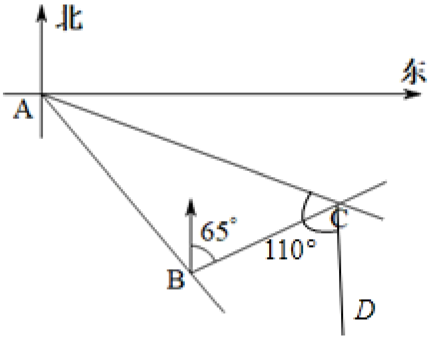
【解析】

先根据给的条件求出三角形 *ABC* 的三个内角，再结合 *AB* 可求，应用正弦定理即可求解.

【详解】

由题意可知：∠*BAC*＝70°﹣ 40°＝30°.∠*ACD*＝110°，∴∠*ACB*＝110°﹣ 65°＝45°，

∴∠*ABC*＝180°﹣ 30°﹣ 45°＝105°.又 *AB*＝24×0.5＝12.



在$\triangle ABC$中，由正弦定理得$\dfrac{AB}{sin45^\circ}=\dfrac{BC}{sin30^\circ}$，

即$\dfrac{12}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\dfrac{BC}{\frac{1}{2}}$，$\therefore BC=6\sqrt{2}$.

故选：***A*.**

【点睛】

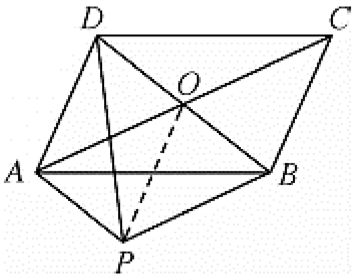
本题考查正弦定理的实际应用，关键是将给的角度、线段长度转化为三角形的边角关系，利用正余弦定理求解.属于中档题.

2、D

【解析】

连接OP，根据题目，证明出四边形$APOD$为平行四边形，然后，利用向量的线性运算即可求出答案

【详解】



连接OP，由$AP \parallel OB$，$BP \parallel OA$知，四边形$APBO$为平行四边形，可得四边形$APOD$为平行四边形，所以

$\overrightarrow{DP}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$.

【点睛】

本题考查向量的线性运算问题，属于基础题

3、D

【解析】

根据复数z满足$z\left(1+i\right)=1-i$，利用复数的除法求得z，再根据复数的概念求解.

【详解】

因为复数 z 满足 $z\left(1+i\right)=1-i$，

所以 $z=\dfrac{1-i}{1+i}=\dfrac{\left(1-i\right)^2}{\left(1+i\right)\left(1-i\right)}=-i$，

所以 z 的虚部为 -1.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查复数的概念及运算，还考查了运算求解的能力，属于基础题.

4、C

【解析】

先根据组合数计算出所有的情况数，再根据“3 个数中至少有 2 个阳数且能构成等差数列”列举得到满足条件的情况，由此可求解出对应的概率.

【详解】

所有的情况数有：$C_{10}^3=120$ 种，

3 个数中至少有 2 个阳数且能构成等差数列的情况有：

$\left(1,2,3\right),\left(3,4,5\right),\left(5,6,7\right),\left(7,8,9\right),\left(1,4,7\right),\left(3,6,9\right),\left(1,3,5\right),\left(3,5,7\right),\left(5,7,9\right),\left(1,5,9\right)$，共 10 种，

所以目标事件的概率 $P=\dfrac{10}{120}=\dfrac{1}{12}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查概率与等差数列的综合，涉及到背景文化知识，难度一般.求解该类问题可通过古典概型的概率求解方法进行分析；当情况数较多时，可考虑用排列数、组合数去计算.

5、C

【解析】

由三视图知，该几何体是一个圆锥，其母线长是 5 cm，底面直径是 6 cm，据此可计算出答案.

【详解】

由三视图知，该几何体是一个圆锥，其母线长是 5 cm，底面直径是 6 cm，

$\therefore$ 该几何体的表面积 $S=\pi\times 3^2+\pi\times 3\times 5=24\pi$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查了三视图的知识，几何体的表面积的计算.由三视图正确恢复几何体是解题的关键.

6、B

【解析】

先求出$\vec{a}+\vec{b}$，再利用$\vec{a}\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=0$求出$t$，再求$\left|\vec{b}\right|$.

【详解】

解：$\vec{a}+\vec{b}=\left(1,-2\right)+\left(-3,t\right)=\left(-2,t-2\right)$

由$\vec{a}\perp\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$，所以$\vec{a}\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=0$

$1\times\left(-2\right)+\left(-2\right)\times\left(t-2\right)=0$，

$t=1$，$\vec{b}=\left(-3,1\right)$，$\left|\vec{b}\right|=\sqrt{10}$

故选：B

【点睛】

考查向量的数量积及向量模的运算，是基础题.

7、A

【解析】

试题分析：因为$(\sqrt{x}+\dfrac{2}{x^2})^n$的展开式中只有第六项的二项式系数最大，所以$n=10$，

$T_{r+1}=C_{10}^r\bullet(\sqrt{x})^{10-r}\bullet(\dfrac{2}{x^2})^r=2^rC_{10}^rx^{5-\frac{5}{2}r}$，令$5-\dfrac{5}{2}r=0$，则$r=2$，$T_3=4C_{10}^2=180$.

考点：1.二项式定理；2.组合数的计算.

8、B

【解析】

由点$\left(\dfrac{\pi}{12},0\right)$求得$\varphi$的值，化简$f\left(x\right)$解析式，根据三角函数对称轴的求法，求得$f\left(x\right)$的对称轴，由此确定正确选项.

【详解】

由题可知$2sin\left(2\times\dfrac{\pi}{12}+\varphi\right)=0,\left|\varphi\right|<\dfrac{\pi}{2}.\varphi=-\dfrac{\pi}{6}$

所以$f\left(x\right)=sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)=\sqrt{2}\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\sin\left(2x+\dfrac{5\pi}{12}\right)$

令$2x+\dfrac{5\pi}{12}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$，

得 $x=\frac{\pi}{24}+\frac{k\pi}{2},k\in Z$

令 $k=3$，得 $x=\frac{37\pi}{24}$

故选：B

【点睛】

本小题主要考查根据三角函数图象上点的坐标求参数，考查三角恒等变换，考查三角函数对称轴的求法，属于中档题.

9、**C**

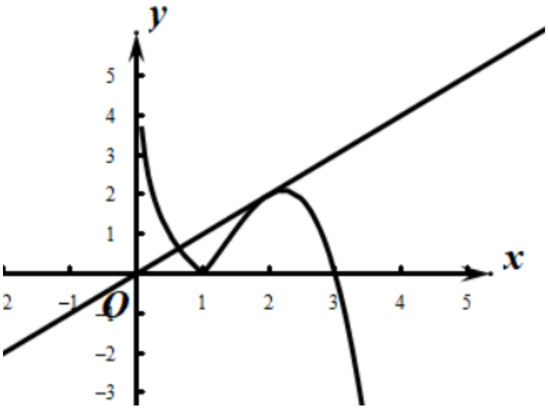
【解析】

转化 $g(x)=f(x)+kx$ 有 **1** 个零点为 $y=f(x)$ 与 $y=-kx$ 的图象有 **1** 个交点，求导研究临界状态相切时的斜率，数形结合即得解.

【详解】

$g(x)=f(x)+kx$ 有 **1** 个零点

等价于 $y=f(x)$ 与 $y=-kx$ 的图象有 **1** 个交点.



记 $h(x)=-x(x-1)(x-3)(x>1)$，则过原点作 $h(x)$ 的切线，

设切点为 (x_0,y_0)，

则切线方程为 $y-h(x_0)=h'(x_0)(x-x_0)$，

又切线过原点，即 $h(x_0)=h'(x_0)x_0$，

将 $h(x_0)=-x_0(x_0-1)(x_0-3),$，

$h'(x_0)=-3x_0^2+8x_0-3$

代入解得 $x_0=2$.

所以切线斜率为 $h^{'}(2)=-3\times 2^2+8\times 2-3=1$，

所以$k<-1$或$k>0$.

故选：**C**

【点睛】

本题考查了导数在函数零点问题中的应用，考查了学生数形结合，转化划归，数学运算的能力，属于较难题.

10、**B**

【解析】

试题分析：分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是累加 **S=2+2²+…+2ⁿ** 的值，并输出满足循环的条件.

解：分析程序中各变量、各语句的作用，

再根据流程图所示的顺序，可知：

该程序的作用是累加 **S=2+2²+…+2ⁿ** 的值，

并输出满足循环的条件.

∵S=2+2²+…+2¹=121，

故①中应填 **n≤1.**

故选 **B**

点评: 算法是新课程中的新增加的内容，也必然是新高考中的一个热点，应高度重视．程序填空也是重要的考试题型，这种题考试的重点有：①分支的条件②循环的条件③变量的赋值④变量的输出．其中前两点考试的概率更大．此种题型的易忽略点是：不能准确理解流程图的含义而导致错误.

11、**B**

【解析】

求得直线PQ的方程，联立直线的方程和双曲线的方程，求得P,Q两点坐标的关系，根据$FQ\perp FP$列方程，化简后求得离心率.

【详解】

设$P\left(x_1,y_1\right),Q\left(x_2,y_2\right)$，依题意直线$PQ$的方程为$y=\sqrt{3}x$，代入双曲线方程并化简得

$x^2=\dfrac{a^2b^2}{b^2-3a^2},y^2=3x^2=\dfrac{3a^2b^2}{b^2-3a^2}$，故$x_1+x_2=0,x_1\cdot x_2=\dfrac{-a^2b^2}{b^2-3a^2}$，$y_1\cdot y_2=\ 3x_1\cdot x_2=\dfrac{-3a^2b^2}{b^2-3a^2}$，设焦点坐标为$F\left(c,0\right)$，由于以$PQ$为直径的圆经过点$F$，故$\overrightarrow{FP}\cdot\overrightarrow{FQ}=0$，即$\left(x_1-c,y_1\right)\cdot\left(x_2-c,y_2\right)=0$，即$4x_1x_2+c^2=0$，即$b^4-6a^2b^2-3a^4=0$，两边除以$a^4$得$\left(\dfrac{b}{a}\right)^4-6\left(\dfrac{b}{a}\right)^2-3=0$，解得$\left(\dfrac{b}{a}\right)^2=3+2\sqrt{3}$.故