2022-2023学年江苏省徐州市高一（下）期末数学试卷

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知复数z满足z（1+i）＝5+i，则复数z在复平面内所对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2．先后两次掷一枚质地均匀的骰子，则两次掷出的点数之和为6的概率为（　　）

A．$\frac{1}{9}$　　B．$\frac{5}{36}$　　C．$\frac{1}{6}$　　D．$\frac{7}{36}$

3．已知m，n是两条不重合的直线，α，β是两个不重合的平面，则下列说法正确的是（　　）

A．若$m\perp\alpha$，$m\perp n$，则$n\subset\alpha$

B．若m，n与α所成的角相等，则$m\parallel n$

C．若$m\parallel\alpha$，$m\parallel\beta$，则$\alpha\parallel\beta$

D．若$m\parallel n$，$n\perp\beta$，$m\subset\alpha$，则$\alpha\perp\beta$

4．有一组样本数据，x_1，x_2，…，x_n，其平均数为a，中位数为b，方差为c，极差为d．由这组数据得到新样本数据，y_1，y_2，…，y_n，其中y_i＝$2x_i$+8（i＝1，2，…，n），则新样本数据的（　　）

A．样本平均数为$2a$

B．样本中位数为$2b$

C．样本方差为$4c$

D．样本极差为$2d$+8

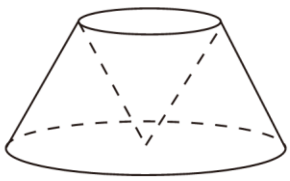
5．已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，若$(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{a}$，则向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为（　　）

A．$\frac{1}{4}\vec{b}$　　B．$\frac{1}{2}\vec{b}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{b}$　　D．$\vec{b}$

6．已知$sin(\alpha+\frac{\pi}{3})+sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则$sin(2\alpha-\frac{\pi}{6})$的值是（　　）

A．$\frac{7}{9}$　　B．$-\frac{7}{9}$　　C．$\frac{2}{9}$　　D．$-\frac{2}{9}$

7．如图，一种工业部件是由一个圆台挖去一个圆锥所制成的．已知圆台的上、下底面半径分别为2和4，且圆台的母线与底面所成的角为$\frac{\pi}{3}$，圆锥的底面是圆台的上底面，顶点在圆台的下底面上，则该工业部件的体积为（　　）



A．$2\sqrt{3}\pi$　　B．$16\sqrt{3}\pi$　　C．$\frac{7\sqrt{3}\pi}{3}$　　D．$\frac{56\sqrt{3}}{3}\pi$

8．在锐角三角形ABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$a\cos B-b\cos A=b$，则$\frac{b}{a+c}$的取值范围是（　　）

A．$(\frac{\sqrt{3}}{3}，\frac{\sqrt{2}}{2})$　　B．$(2-\sqrt{3}，1)$　　C．$(2-\sqrt{3}，\sqrt{2}-1)$D．$(\sqrt{2}+1，\sqrt{3}+2)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分。

9．设 z_1，z_2 是复数，则下列说法正确的是（　　）

A．若 z_1 是纯虚数，则$z_1^2<0$　　B．若$z_1^2+z_2^2=0$，则 $z_1=z_2=0$

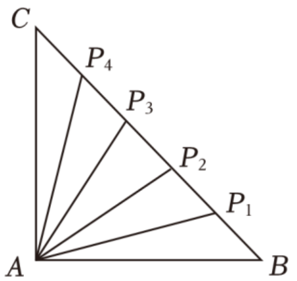
C．若$\overline{z_1}=z_2$，则$|z_1|=|\overline{z_2}|$　　D．若$|z_1|=|z_2|$，则名$z_1\cdot\overline{z_1}=z_2\cdot\overline{z_2}$

10．有 4 个相同的球，分别标有数字 1，2，3，4，从中不放回的随机取两次，每次取 1 个球，A 表示事件“第一次取出的球的数字是奇数”，B 表示事件“第二次取出的球的数字是偶数”，C 表示事件“两次取出的球的数字之和是奇数”，D 表示事件“两次取出的球的数字之和是偶数”，则（　　）

A．A，B 相互独立　　B．B，D 相互独立

C．A，D 相互独立　　D．C，D 相互独立

11．如图，在等腰直角三角形 ABC 中，$AB=1$，$\angle BAC=90^\circ$，设点 P_1，P_2，P_3，P_4 是线段 BC 的五等分点，则（　　）



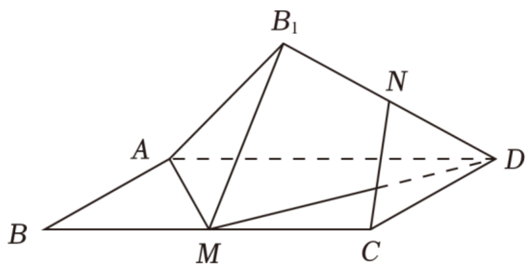
A．$\overrightarrow{AP_3}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

B．$\overrightarrow{AP_1}\cdot\overrightarrow{AP_2}>\overrightarrow{AP_2}\cdot\overrightarrow{AP_3}$

C．$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AP_1}+\overrightarrow{AP_2}+\overrightarrow{AP_3}+\overrightarrow{AP_4}+\overrightarrow{AC}|=3\sqrt{2}$

D．$|t\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}|+|\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+(1-t)\overrightarrow{CB}|(0\le t\le 1)$的最小值为$\frac{\sqrt{5}}{2}$

12．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AD=2AB=2$，M 为边 BC 的中点，将$\triangle ABM$ 沿直线 AM 翻折成$\triangle AB_1M$，连接 B_1D，N 为线段 B_1D 的中点，则在翻折过程中，（　　）



A．异面直线 CN 与 AB_1 所成的角为定值

B．存在某个位置使得 $AM\perp B_1D$

C．点 C 始终在三棱锥 B_1-AMD 外接球的外部

D．当二面角 B_1-AM-D 为 60° 时，三棱锥 B_1-AMD 的外接球的表面积为$\frac{13\pi}{3}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知一组数据：24，30，40，44，48，52．则这组数据的第 30 百分位数、第 50 百分位数的平均数为_________．

14．已知 tanα+tanβ＝﹣6，tan（α+β）＝﹣1，则$\frac{sin(\alpha+\beta)}{cos(\alpha-\beta)}$的值为__________．

15．在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知（$a+b$）sin（$A+C$）＝（$c-a$）•（sin$A$+sin$C$），∠ABC 与∠BAC 的平分线交于点 O，则∠AOB 的值为__________．

16．在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知 AB＝2，AA_1＝1，则点 A_1 到平面 ABC_1 的距离为_________；以 A 为球心，2 为半径的球面与该棱柱表面的交线的总长度为__________．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（10 分）已知向量$\vec{a}=(1，2)$，$\vec{b}=(3cos\alpha，\sqrt{3}sin\alpha)$．

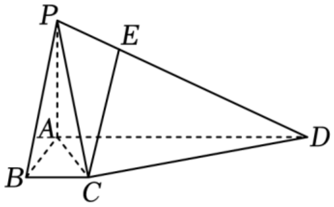
（1）若$\vec{a}\parallel\vec{b}$，求 tan2α；

（2）若$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，求$\frac{sin2\alpha}{1+cos2\alpha}$．

18．（12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为梯形，BC∥AD，AD＝4BC，PA⊥底面 $ABCD$，平面 PAC⊥平面 PCD，点 E 在棱 PD 上，且 PD＝4PE．

（1）证明：CE∥平面 PAB；

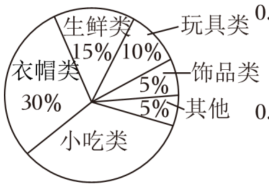
（2）证明：$AC\perp CD$．



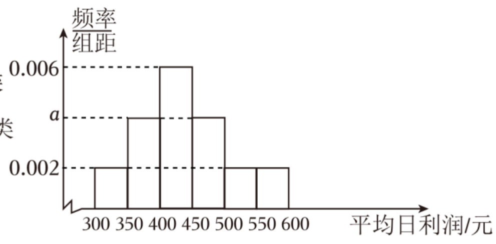
19．（12 分）近年来，“直播带货”受到越来越多人的喜爱，目前已经成为推动消费的一种流行营销形式．某直播平台有 800 个直播商家，对其进行调查统计，发现所售商品多为小吃、衣帽、生鲜、玩具、饰品类等，各类直播商家所占比例如图①所示．为了更好地服务买卖双方，该直播平台打算用分层抽样的方式抽取 60 个直播商家进行问询交流．

（1）应抽取小吃类、生鲜类商家各多少家？

（2）在问询了解直播商家的利润状况时，工作人员对抽取的 60 个商家的平均日利润进行了统计（单位：元），所得频率直方图如图②所示．



图①



图②

（*i*）估计该直播平台商家平均日利润的中位数与平均数（求平均数时同一组中的数据用该组区间中点的数值为代表）；

（*ii*）若将平均日利润超过 470 元的商家称为"优质商家"，估计该直播平台"优质商家"的个数．

20．（12 分）每年的 3 月 14 日为国际数学日，为庆祝该节日，某中学举办了数学文化节，其中一项活动是"数学知识竞赛"，竞赛共分为两轮，每位参赛学生均须参加两轮比赛，若其在两轮竞赛中均胜出，则视为优秀，已知在第一轮竞赛中，学生甲、乙胜出的概率分别为$\frac{4}{5}$，$\frac{3}{5}$；在第二轮竞赛中，甲、乙胜出的概率分别为 p，q．甲、乙两人在每轮竞赛中是否胜出互不影响．

（1）若$p=\frac{5}{8}$，求甲恰好胜出一轮的概率；

（2）若甲、乙各胜出一轮的概率为$\frac{9}{50}$，甲、乙都获得优秀的概率为会$\frac{6}{25}$．

（*i*）求 p，q，的值；

（*ii*）求甲、乙两人中至少有一人获得优秀的概率．

21．（12 分）在①$\frac{sinA}{cosBcosC}=\frac{2a^2}{a^2+c^2-b^2}$，②$sinB-cosB=\frac{\sqrt{2}b-a}{c}$，③△$ABC$ 的面积$S=\frac{\sqrt{2}}{4}b(bsinC+ctanCcosB)$这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，并完成解答．

在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知_____．

（1）求角 C；

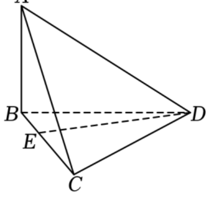
（2）若点 D 在边 AB 上，且 $BD=2AD$，$cosB=\frac{5}{13}$，求 $\tan\angle BCD$．

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分

22．（12 分）如图，在三棱锥 $A-BCD$ 中，底面 BCD 是边长为 2 的正三角形，$AB\perp$平面 BCD，点 E 在棱 BC 上，且 $BE=\lambda BC$，其中 $0<\lambda<1$．

（1）若二面角 $A-CD-B$ 为 30°，求 AB 的长；

（2）若 $AB=2$，求 DE 与平面 ACD 所成角的正弦值的取值范围．



2022-2023 学年江苏省徐州市高一（下）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知复数 z 满足 z（1+i）＝5+i，则复数 z 在复平面内所对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

解：z（1+i）＝5+i，

则 $z=\frac{5+i}{1+i}=\frac{(5+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=3-2i$，

故复数 z 在复平面内所对应的点（3，－2）位于第四象限．

故选：D．

2．先后两次掷一枚质地均匀的骰子，则两次掷出的点数之和为 6 的概率为（　　）

A．$\frac{1}{9}$　　B．$\frac{5}{36}$　　C．$\frac{1}{6}$　　D．$\frac{7}{36}$

解：先后两次掷一枚质地均匀的骰子，

则两次掷出的点数分别为：

（1，1），（1，2），…（6，6）共 36 个基本事件，

而 6＝1+5＝2+4＝3+3＝4+2＝5+1，

两次掷出的点数之和为 6 的基本事件有 5 个，

故满足条件的概率 $P=\frac{5}{36}$，

故选：B．

3．已知 m，n 是两条不重合的直线，α，β 是两个不重合的平面，则下列说法正确的是（　　）

A．若 $m\perp\alpha$，$m\perp n$，则 $n\subset\alpha$　　B．若 m，n 与 α 所成的角相等，则 $m\parallel n$

C．若 $m\parallel\alpha$，$m\parallel\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$　　D．若 $m\parallel n$，$n\perp\beta$，$m\subset\alpha$，则 $\alpha\perp\beta$

解：若 $m\perp\alpha$，$m\perp n$，则 $n\subset\alpha$ 或 $n\parallel\alpha$，故 A 错误；

若 m，n 与 α 所成的角相等，则 m 与 n 的位置关系有三种：平行、相交或异面，故 B 错误；

若 $m\parallel\alpha$，$m\parallel\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$ 或 α 与 β 相交，故 C 错误；

若 $m\parallel n$，$n\perp\beta$，则 $m\perp\beta$，又 $m\subset\alpha$，则 $\alpha\perp\beta$，故 D 正确．

故选：D．

4．有一组样本数据，x_1，x_2，…，x_n，其平均数为 a，中位数为 b，方差为 c，极差为 d．由这组数据得到新样本数据，y_1，y_2，…，y_n，其中 $y_i=2x_i+8$（i＝1，2，…，n），则新样本数据的（　　）

A．样本平均数为 $2a$　　　　B．样本中位数为 $2b$

C．样本方差为 $4c$　　　　D．样本极差为 $2d+8$

解：A 选项，由题意得 $x_1+x_2+\cdots+x_n=na$，

则$\overline{y}=\frac{y_1+y_2+\cdots+y_n}{n}=\frac{2(x_1+x_2+\cdots+x_n)+8n}{n}=2a+8$，故 A 错误；

B 选项，由于 $y_i=2x_i+8$（$i=1$，2，…，n），

故 x_1，x_2 …，x_n 的大小排列顺序与变化后的 y_1，y_2 …，y_n 的大小排列顺序一致，

由于 x_1，x_2 …，x_n 的中位数为 b，故 y_1，y_2 …，y_n 的中位数为 $2b+8$，B 错误；

C 选项，由题意得 $\frac{(x_1-a)^2+(x_2-a)^2+\cdots+(x_n-a)^2}{n}=c$，

所以 $\frac{(y_1-\overline{y})^2+(y_2-\overline{y})^2+\cdots+(y_n-\overline{y})^2}{n}$

$=\frac{(2x_1+8-2a-8)^2+(2x_2+8-2a-8)^2+\cdots+(2x_n+8-2a-8)^2}{n}$

$=\frac{4(x_1-a)^2+4(x_2-a)^2+\cdots+4(x_n-a)^2}{n}=4c$，$C$ 正确；

D 选项，由于 $y_i=2x_i+8$（$i=1$，2，…，n），

故 x_1，x_2 …，x_n 中最大值和最小值，

经过变化后仍然为 y_1，y_2 …，y_n 中的最大值和最小值，

即 $x_{max}-x_{min}=d$，则 $y_{max}-y_{min}=2x_{max}+8-(2x_{min}+8)=2d$，$D$ 错误．

故选：C．

5．已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，若$(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{a}$，则向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为（　　）

A．$\frac{1}{4}\vec{b}$　　B．$\frac{1}{2}\vec{b}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{b}$　　D．$\vec{b}$

解：∵$(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{a}$，∴（$\vec{a}-\vec{b}$）$\cdot\vec{a}=0$，

∴$|\vec{a}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，

又∵向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，∴$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|$，

∴$|\vec{a}|^2-\frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|=0$，

∴$|\vec{a}|=\frac{1}{2}|\vec{b}|$，

∴向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为$\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}\cdot\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{\frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|}{|\vec{b}|^2}\cdot\vec{b}=\frac{\frac{1}{2}|\vec{a}|}{|\vec{b}|}\cdot\vec{b}=\frac{\frac{1}{4}|\vec{b}|}{|\vec{b}|}\cdot\vec{b}=\frac{1}{4}\vec{b}$．

故选：A．

6．已知$sin(\alpha+\frac{\pi}{3})+sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则$sin(2\alpha-\frac{\pi}{6})$的值是（　　）

A．$\frac{7}{9}$　　　　B．$-\frac{7}{9}$　　　　C．$\frac{2}{9}$　　　　D．$-\frac{2}{9}$

解：$\because sin(\alpha+\frac{\pi}{3})+sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

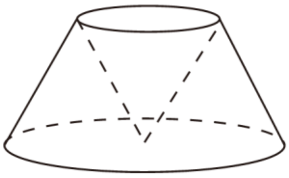
$\therefore \frac{1}{2}sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}cos\alpha+sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，即$sin(\alpha+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{3}$，

$\therefore cos(2\alpha+\frac{\pi}{3})=1-2sin^2(\alpha+\frac{\pi}{6})=1-2\times\frac{1}{9}=\frac{7}{9}$，

$\therefore sin(2\alpha-\frac{\pi}{6})=sin(2\alpha-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3})=-cos(2\alpha+\frac{\pi}{3})=-\frac{7}{9}$.

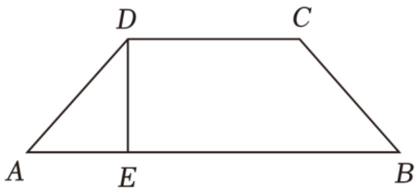
故选：*B*．

7．如图，一种工业部件是由一个圆台挖去一个圆锥所制成的．已知圆台的上、下底面半径分别为2和4，且圆台的母线与底面所成的角为$\frac{\pi}{3}$，圆锥的底面是圆台的上底面，顶点在圆台的下底面上，则该工业部件的体积为（　　）



A．$2\sqrt{3}\pi$　　　　B．$16\sqrt{3}\pi$　　　　C．$\frac{7\sqrt{3}\pi}{3}$　　　　D．$\frac{56\sqrt{3}}{3}\pi$

解：根据题意，该圆台的轴截面为等腰梯形，如图，



所以$\angle DAB$即为圆台母线与底面所成角，即$\angle DAB=\frac{\pi}{3}$，

因为圆台的上、下底面半径分别为2和4，

所以，过D作$DE\perp AB$，垂足为E，则$AE=2$，$DE=2\sqrt{3}$，

所以，圆台，圆锥的高均为$DE=2\sqrt{3}$，

所以，该工业部件的体积为$V=V_{圆台}-V_{圆锥}=\frac{1}{3}\times2\sqrt{3}(4\pi+16\pi+\sqrt{4\pi\times16\pi})-\frac{1}{3}\pi\times2^2\times2\sqrt{3}=16\sqrt{3}\pi$.

故选：*B*．

8．在锐角三角形ABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$a\cos B-b\cos A=b$，则$\frac{b}{a+c}$的取值范围是（　　）

A．$(\frac{\sqrt{3}}{3}，\frac{\sqrt{2}}{2})$　　B．$(2-\sqrt{3}，1)$　　C．$(2-\sqrt{3}，\sqrt{2}-1)$D．$(\sqrt{2}+1，\sqrt{3}+2)$

解：由于 $a\cos B-b\cos A=b$，利用正弦定理 $\sin A\cos B-\sin B\cos A=\sin（A-B）=\sin B$，

故 $A-B=B$，整理得 $A=2B$；

由于 $A+B+C=\pi$，故 $C=\pi-3B$，

由于△ABC 为锐角三角形，

故$\begin{cases}0<2B<\frac{\pi}{2}\\0<\pi-3B<\frac{\pi}{2}\end{cases}$，解得$\frac{\pi}{6}<B<\frac{\pi}{4}$，

所以$\frac{b}{a+c}=\frac{sinB}{sinA+sinC}=\frac{sinB}{sin2B+sin3B}=\frac{sinB}{sin2B+sin2BcosB+cos2BsinB}=\frac{1}{4cos^2B+2cosB-1}$，

由于$\frac{\pi}{6}<B<\frac{\pi}{4}$，设 $\cos B=t$，$(\frac{\sqrt{2}}{2}<t<\frac{\sqrt{3}}{2})$，

所以$\frac{1}{4cos^2B+2cosB-1}=\frac{1}{4t^2+2t-1}$且在$t\in(\frac{\sqrt{2}}{2}，\frac{\sqrt{3}}{2})$上该函数单调递减，

故$\frac{b}{a+c}\in(2-\sqrt{3}，\sqrt{2}-1)$．

故选：C．

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分。

9．设 z_1，z_2 是复数，则下列说法正确的是（　　）

A．若 z_1 是纯虚数，则$z_1^2<0$　　B．若$z_1^2+z_2^2=0$，则 $z_1=z_2=0$

C．若$\overline{z_1}=z_2$，则$|z_1|=|\overline{z_2}|$　　D．若$|z_1|=|z_2|$，则名$z_1\cdot\overline{z_1}=z_2\cdot\overline{z_2}$

解：对于 A，设 $z_1=bi$（$b\neq0$，$b\in\mathbf{R}$），

则$z_1^2=-b^2<0$，故 A 正确；

对于 B，令 $z_1=1$，$z_2=i$，满足$z_1^2+z_2^2=0$，故 B 错误；

对于 C，设 $z_2=c+di$（c，$d\in\mathbf{R}$），$\overline{z_1}=z_2$，则 $z_1=c-di$，故$|z_1|=|\overline{z_2}|=\sqrt{c^2+d^2}$，故 C 正确；

对于 D，$|z_1|=|z_2|$，则$z_1\cdot\overline{z_1}=|z_1|^2$，$z_2\cdot\overline{z_2}=|z_2|^2$，故 D 正确．

故选：ACD．

10．有 4 个相同的球，分别标有数字 1，2，3，4，从中不放回的随机取两次，每次取 1 个球，A 表示事件"第一次取出的球的数字是奇数"，B 表示事件"第二次取出的球的数字是偶数"，C 表示事件"两次取出的球的数字之和是奇数"，D 表示事件"两次取出的球的数字之和是偶数"，则（　　）

A．A，B 相互独立　　B．B，D 相互独立

C．A，D 相互独立　　D．C，D 相互独立

解：从上述四个球中不放回的随机取两次，每次取 1 个球，所有的基本事件：

（1，2）、（1，3）、（1，4）、（2，1）、（2，3）、（2，4）、（3，1）、（3，2）、（3，4）、（4，1）、（4，2）、（4，3），共 12 种，

其中事件 A 包含的基本事件有：（1，2）、（1，3）、（1，4）、（3，1）、（3，2）、（3，4），共 6 种，

事件 B 包含的基本事件有：（1，2）、（1，4）、（2，4）、（3，2）、（3，4）、（4，2），共 6 种，

事件 C 包含的基本事件有：（1，2）、（1，4）、（2，1）、（2，3）、（3，2）、（3，4）、（4，1），（4，3），共 8 种，

事件 D 包含的基本事件有：（1，3）、（2，4）、（3，1）、（4，2），共 4 种，

对于 A 选项，$P(A)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$，

件 AB 包含的基本事件有：（1，2）、（3，2）、（1，）、（3，4），共 4 种，

则 P（AB）$=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}\neq\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$$=P$（$A$）$P$（$B$），故 A，B 不独立，A 错；

对于 B 选项，事件 BD 包含的基本事件有：（2，4）、（4，2），共 2 种，

则 P（BD）$=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$，

又因为$P(D)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$，则 P（BD）$=P$（B）P（D），共 B、D 相互独立，B 对；

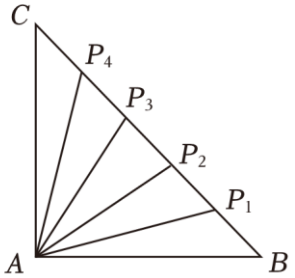
对于 C 选项，事件 AD 包含的基本事件有：（1，3）、（3，1），共 2 种，

则$P(AD)=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$，则 P（AD）$=P$（A）P（D），故 A，D 相互独立，C 对；

对于 D 选项，P（CD）$=0\neq P$（C）P（D），故 C、D 不相互独立，D 错.

故选：BC.

11．如图，在等腰直角三角形 ABC 中，$AB=1$，$\angle BAC=90^\circ$，设点 P_1，P_2，P_3，P_4 是线段 BC 的五等分点，则（　　）



A．$\overrightarrow{AP_3}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

B．$\overrightarrow{AP_1}\cdot\overrightarrow{AP_2}>\overrightarrow{AP_2}\cdot\overrightarrow{AP_3}$

C．$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AP_1}+\overrightarrow{AP_2}+\overrightarrow{AP_3}+\overrightarrow{AP_4}+\overrightarrow{AC}|=3\sqrt{2}$

D．$|t\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}|+|\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+(1-t)\overrightarrow{CB}|(0\leq t\leq 1)$的最小值为$\frac{\sqrt{5}}{2}$

解：对于 A，$\overrightarrow{AP_3}=\overrightarrow{AB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{3}{5}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$，故 A 错误；

对于 B，同上可得$\overrightarrow{AP_1}=\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{AP_2}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$，

因为在等腰直角三角形 ABC 中，$AB=1$，

所以$\overrightarrow{AB}^2=\overrightarrow{AC}^2=1$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，

所以$\overrightarrow{AP_1}\cdot\overrightarrow{AP_2}=(\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{5}\overrightarrow{AC})\bullet(\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC})$

$=\frac{12}{25}\overrightarrow{AB}^2+\frac{11}{25}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\frac{2}{25}\overrightarrow{AC}^2=\frac{14}{25}$，

$\overrightarrow{AP_2}\cdot\overrightarrow{AP_3}=(\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC})\bullet(\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AC})$

$=\frac{6}{25}\overrightarrow{AB}^2+\frac{13}{25}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\frac{6}{25}\overrightarrow{AC}^2=\frac{12}{25}$，

所以$\overrightarrow{AP_1}\cdot\overrightarrow{AP_2}>\overrightarrow{AP_2}\cdot\overrightarrow{AP_3}$，故 B 正确；

对于 C，设 BC 的中点为 M，

则$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$，$\overrightarrow{AP_1}+\overrightarrow{AP_4}=2\overrightarrow{AM}$，$\overrightarrow{AP_2}+\overrightarrow{AP_3}=2\overrightarrow{AM}$，

所以$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AP_1}+\overrightarrow{AP_2}+\overrightarrow{AP_3}+\overrightarrow{AP_4}+\overrightarrow{AC}|=6|\overrightarrow{AM}|=6\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$，故 C 正确；

对于 D，设 AC 的中点为 N，P 为线段 BC 上一点，

设$\overrightarrow{BP}=t\overrightarrow{BC}$（$0\leqslant t\leqslant 1$），则$\overrightarrow{CP}=(1-t)\overrightarrow{CB}$，

则$|t\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}|=|\overrightarrow{BP}-\overrightarrow{BA}|=|\overrightarrow{AP}|$，

$|\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+(1-t)\overrightarrow{CB}|=|\overrightarrow{CP}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}|=|\overrightarrow{CP}-\overrightarrow{CN}|=|\overrightarrow{NP}|$，

所以$|t\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}|+|\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+(1-t)\overrightarrow{CB}|=|\overrightarrow{AP}|+|\overrightarrow{NP}|$，

作点 A 关于 BC 的对称点 A'，则四边形 $ABA'C$ 为边长为 1 的正方形，

故$|\overrightarrow{AP}|+|\overrightarrow{NP}|=|\overrightarrow{A'P}|+|\overrightarrow{NP}|\geqslant|\overrightarrow{A'N}|=\frac{\sqrt{5}}{2}$，当 N，P，A' 三点共线时取等号，

所以$|t\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}|+|\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+(1-t)\overrightarrow{CB}|$（$0\leqslant t\leqslant 1$）的最小值为$\frac{\sqrt{5}}{2}$，故 D 正确．

故选：BCD．