# 金科大联考 2024 届高三适应性调研考试数学试题

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知 $A=\dfrac{\sin\left(k\pi+\alpha\right)}{\sin\alpha}+\dfrac{\cos\left(k\pi+\alpha\right)}{\cos\alpha}\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，则 $A$ 的值构成的集合是（　　）

**A．** $\{1,-1,2,-2\}$　　**B．** $\{-1,1\}$　　**C．** $\{2,-2\}$　　**D．** $\{1,-1,0,2,-2\}$

2．在一个数列中，如果 $\forall n\in N^*$，都有 $a_na_{n+1}a_{n+2}=k$（$k$ 为常数），那么这个数列叫做等积数列，$k$ 叫做这个数列的公积.已知数列 $\{a_n\}$ 是等积数列，且 $a_1=1$，$a_2=2$，公积为 $8$，则 $a_1+a_2+\cdots+a_{2020}=$（　　）

**A．** $4711$　　**B．** $4712$　　**C．** $4713$　　**D．** $4715$

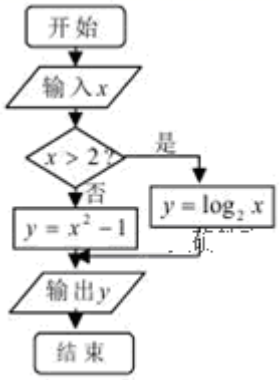
3．已知抛物线 $C:y^2=8x$ 的焦点为 $F$，$A$、$B$ 是抛物线上两个不同的点，若 $|AF|+|BF|=8$，则线段 $AB$ 的中点到 $y$ 轴的距离为（　　）

**A．5**　　**B．3**　　**C．** $\dfrac{3}{2}$　　**D．2**

4．过抛物线 $C$ 的焦点且与 $C$ 的对称轴垂直的直线 $l$ 与 $C$ 交于 $A$，$B$ 两点，$|AB|=4$，$P$ 为 $C$ 的准线上的一点，则 $\Delta ABP$ 的面积为（　　）

**A．1**　　**B．2**　　**C．4**　　**D．8**

5．执行如图所示的程序框图，若输出的结果为 3，则可输入的实数 $x$ 值的个数为（　　）




**A．1**　　**B．2**　　**C．3**　　**D．4**

6．地球上的风能取之不尽，用之不竭.风能是清洁能源，也是可再生能源.世界各国致力于发展风力发电，近 10 年来，全球风力发电累计装机容量连年攀升，中国更是发展迅猛，2014 年累计装机容量就突破了 $100\text{GW}$，达到 $114.6\text{GW}$

，中国的风力发电技术也日臻成熟，在全球范围的能源升级换代行动中体现出大国的担当与决心.以下是近 10 年全球风力发电累计装机容量与中国新增装机容量图. 根据所给信息，正确的统计结论是（　　）







**A．截止到 2015 年中国累计装机容量达到峰值**

**B．10 年来全球新增装机容量连年攀升**

**C．10 年来中国新增装机容量平均超过 20GW**

**D．截止到 2015 年中国累计装机容量在全球累计装机容量中占比超过 $\frac{1}{3}$**

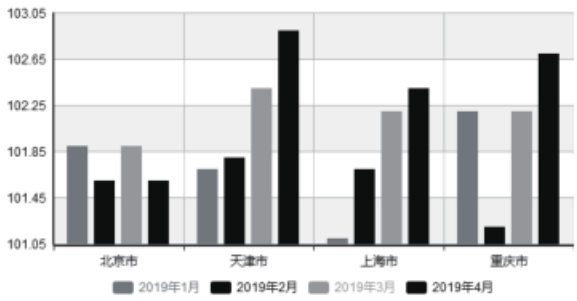
7．已知复数 $z_1=1+ai\left(a\in R\right)$，$z_2=1+2i$（i 为虚数单位），若 $\frac{z_1}{z_2}$ 为纯虚数，则 $a=$（　　）

A．$-2$　　B．2　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

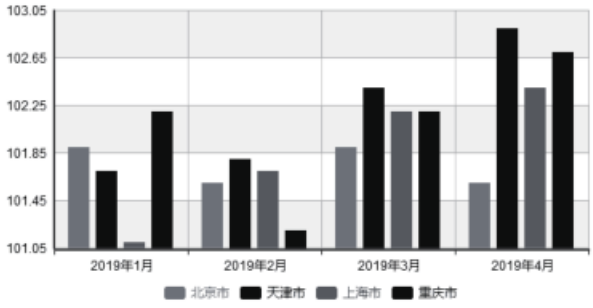
8．已知 $S_n$ 是等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 $n$ 项和，$a_1+a_2=\frac{5}{2}$，$a_2+a_3=4$，则 $S_{10}=$（　　）

A．85　　B．$\frac{85}{2}$　　C．35　　D．$\frac{35}{2}$

9．以下两个图表是 2019 年初的 4 个月我国四大城市的居民消费价格指数（上一年同月 $=100$）变化图表，则以下说法错误的是（　　）




图表一




图表二

（注：图表一每个城市的条形图从左到右依次是 1、2、3、4 月份；图表二每个月份的条形图从左到右四个城市依次是北京、天津、上海、重庆）

**A．3 月份四个城市之间的居民消费价格指数与其它月份相比增长幅度较为平均**

**B．4 月份仅有三个城市居民消费价格指数超过 102**

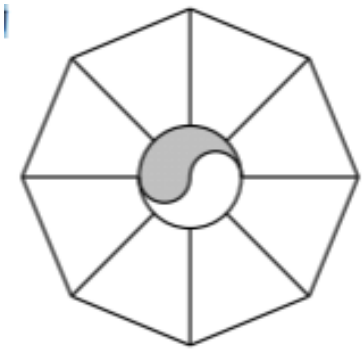
**C．四个月的数据显示北京市的居民消费价格指数增长幅度波动较小**

D．仅有天津市从年初开始居民消费价格指数的增长呈上升趋势

10．双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点为$F$，过点$F$且与$x$轴垂直的直线交两渐近线于$M,N$两点，与双曲线的其中一个交点为$P$，若$\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OM}+\mu\overrightarrow{ON}(\lambda,\mu\in R)$，且$\lambda\mu=\frac{6}{25}$，则该双曲线的离心率为(　　)

A．$\frac{3\sqrt{2}}{4}$　　B．$\frac{5\sqrt{2}}{12}$　　C．$\frac{5\sqrt{3}}{12}$　　D．$\frac{5\sqrt{6}}{12}$

11．《易经》包含着很多哲理，在信息学、天文学中都有广泛的应用，《易经》的博大精深，对今天 的几何学和其它学科仍有深刻的影响．下图就是易经中记载的几何图形——八卦田，图中正八 边形代表八卦，中间的圆代表阴阳太极图，八块面积相等的曲边梯形代表八卦田．已知正八边 形的边长为$10m$，阴阳太极图的半径为$4m$，则每块八卦田的面积约为（　　）



A．$47.79m^2$　　B．$54.07m^2$

C．$57.21m^2$　　D．$114.43m^2$

12．已知命题$p$：任意$x\geq 4$，都有$\log_2 x\geq 2$；命题$q$：$a>b$，则有$a^2>b^2$．则下列命题为真命题的是（　　）

A．$p\wedge q$　　B．$p\wedge(\neg q)$　　C．$(\neg p)\wedge(\neg q)$　　D．$(\neg p)\vee q$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．$\left(3x^2+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$的展开式中二项式系数最大的项的系数为_____（用数字作答）．

14．曲线$f(x)=(x^2+x)\ln x$在点$(1,f(1))$处的切线方程为____．

15．设$\Delta ABC$的内角$A,B,C$的对边分别为$a$，$b$，$c$．若$a=2$，$c=2\sqrt{3}$，$\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则$b=$_____

16．若$(x-2)^n$展开式的二项式系数之和为 64，则展开式各项系数和为_____．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

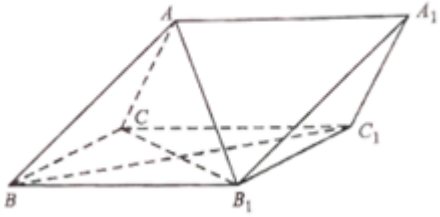
17．（12 分）已知函数$f(x)=\frac{x^2}{e^x}$，

（1）求函数 $f\left(x\right)$ 的单调区间；

（2）当 $0<m<\frac{4}{e^2}$ 时，判断函数 $g\left(x\right)=\frac{x^2}{e^x}-m$，（$x\geq 0$）有几个零点，并证明你的结论；

（3）设函数 $h\left(x\right)=\frac{1}{2}\left[x-\frac{1}{x}+f\left(x\right)\right]-\frac{1}{2}\left|x-\frac{1}{x}-f\left(x\right)\right|-cx^2$，若函数 $h\left(x\right)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 为增函数，求实数 $c$ 的取值范围.

18.（12 分）如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 $BB_1C_1C$ 为菱形，$AC\perp AB_1, AB=BC$.




（1）求证：$BC_1\perp$ 平面 $AB_1C$；

（2）若 $AB\perp B_1C, \angle CBB_1=60°$，求二面角 $B_1-AA_1-C_1$ 的余弦值.

19.（12 分）某市环保部门对该市市民进行了一次垃圾分类知识的网络问卷调查，每位市民仅有一次参加机会，通过随机抽样，得到参与问卷调查的 100 人的得分（满分：100 分）数据，统计结果如表所示：

| 组别 | [40,50) | [50,60) | [60,70) | [70,80) | [80,90) | [90,100] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 男 | **2** | **3** | **5** | **15** | **18** | **12** |
| 女 | **0** | **5** | **10** | **10** | **7** | **13** |

(1)若规定问卷得分不低于 70 分的市民称为“环保关注者”，请完成答题卡中的 $2\times 2$ 列联表，并判断能否在犯错误概率不超过 0.05 的前提下，认为是否为“环保关注者”与性别有关？

(2)若问卷得分不低于 80 分的人称为“环保达人”．视频率为概率．

①在我市所有“环保达人”中，随机抽取 3 人，求抽取的 3 人中，既有男“环保达人”又有女“环保达人”的概率；

②为了鼓励市民关注环保，针对此次的调查制定了如下奖励方案：“环保达人”获得两次抽奖活动；其他参与的市民获得一次抽奖活动．每次抽奖获得红包的金额和对应的概率.如下表：

| 红包金额（单位：元） | 10 | 20 |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| 概率 | $\frac{3}{4}$ | $\frac{1}{4}$ |

现某市民要参加此次问卷调查，记 $X$ （单位：元）为该市民参加间卷调查获得的红包金额，求 $X$ 的分布列及数学期望.

附表及公式：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},n=a+b+c+d$

| $P(K^2\ldots k)$ | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $k_0$ | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

20.（12 分）已知数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 满足 $a_1=3,b_1=1,a_{n+1}-2a_n=2b_n-b_{n+1},a_{n+1}-a_n=b_{n+1}-b_n+1$.

（1）求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

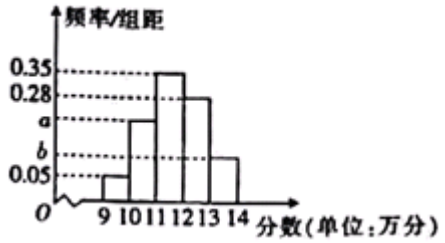
（2）分别求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n$，$T_n$.

21.（12 分）已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$，且 $S_n$ 是 $a_n$ 与 $\frac{1}{a_n}$ 的等差中项.

（1）证明：$\{S_n^2\}$ 为等差数列，并求 $S_n$；

（2）设 $b_n=\frac{1}{S_{n+1}+S_n}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $T_n$，求满足 $T_n\geq 5$ 的最小正整数 $n$ 的值.

22.（10 分）某芯片公司对今年新开发的一批 5*G* 手机芯片进行测评，该公司随机调查了 100 颗芯片，并将所得统计数据分为 $[9,10),[10,11),[11,12),[12,13),[13,14]$ 五个小组（所调查的芯片得分均在 $[9,14]$ 内），得到如图所示的频率分布直方图，其中 $a-b=0.18$.




（1）求这 100 颗芯片评测分数的平均数（同一组中的每个数据可用该组区间的中点值代替）.

（2）芯片公司另选 100 颗芯片交付给某手机公司进行测试，该手机公司将每颗芯片分别装在 3 个工程手机中进行初测。若 3 个工程手机的评分都达到 11 万分，则认定该芯片合格；若 3 个工程手机中只要有 2 个评分没达到 11 万分，则认定该芯片不合格；若 3 个工程手机中仅 1 个评分没有达到 11 万分，则将该芯片再分别置于另外 2 个工程手机中进行二测，二测时，2 个工程手机的评分都达到 11 万分，则认定该芯片合格；2 个工程手机中只要有 1 个评分没达到 11 万分，手机公司将认定该芯片不合格．已知每颗芯片在各次置于工程手机中的得分相互独立，并且芯片公司对芯片的评分方法及标准与手机公司对芯片的评分方法及标准都一致（以频率作为概率）．每颗芯片置于一个工程手机中的测试费用均为 300 元，每颗芯片若被认定为合格或不合格，将不再进行后续测试，现手机公司测试部门预算的测试经费为 10 万元，试问预算经费是否足够测试完这 100 颗芯片？请说明理由．

# 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

对 $k$ 分奇数、偶数进行讨论，利用诱导公式化简可得.

【详解】

$k$ 为偶数时，$A=\dfrac{\sin\alpha}{\sin\alpha}+\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha}=2$；$k$ 为奇数时，$A=-\dfrac{\sin\alpha}{\sin\alpha}-\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha}=-2$，则 $A$ 的值构成的集合为 $\{2,-2\}$.

【点睛】

本题考查三角式的化简，诱导公式，分类讨论，属于基本题.

2、B

【解析】

计算出 $a_3$ 的值，推导出 $a_{n+3}=a_n\left(n\in N^*\right)$，再由 $2020=3\times673+1$，结合数列的周期性可求得数列 $\{a_n\}$ 的前 $2020$ 项和.

【详解】

由题意可知 $a_na_{n+1}a_{n+2}=8$，则对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，$a_n\neq0$，则 $a_1a_2a_3=8$，$\therefore a_3=\dfrac{8}{a_1a_2}=4$，

由 $a_na_{n+1}a_{n+2}=8$，得 $a_{n+1}a_{n+2}a_{n+3}=8$，$\therefore a_na_{n+1}a_{n+2}=a_{n+1}a_{n+2}a_{n+3}$，$\therefore a_{n+3}=a_n$，

Q $2020=3\times673+1$，因此，$a_1+a_2+\cdots+a_{2020}=673\left(a_1+a_2+a_3\right)+a_1=673\times7+1=4712$.

**故选：B.**

**【点睛】**

本题考查数列求和，考查了数列的新定义，推导出数列的周期性是解答的关键，考查推理能力与计算能力，属于中等题.

3、D

【解析】

由抛物线方程可得焦点坐标及准线方程,由抛物线的定义可知$|AF|+|BF|=x_1+2+x_2+2=8$,继而可求出$x_1+x_2=4$,从而可求出$AB$的中点的横坐标,即为中点到$y$轴的距离.

【详解】

解：由抛物线方程可知，$2p=8$，即$p=4$，$\therefore F(2,0)$.设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

则$|AF|=x_1+2,|BF|=x_2+2$，即$|AF|+|BF|=x_1+2+x_2+2=8$，所以$x_1+x_2=4$.

所以线段$AB$的中点到$y$轴的距离为$\frac{x_1+x_2}{2}=2$.

故选:D.

【点睛】

本题考查了抛物线的定义，考查了抛物线的方程.本题的关键是由抛物线的定义求得$A$、$B$两点横坐标的和.

4、C

【解析】

设抛物线的解析式$y^2=2px(p>0)$，得焦点为$F\left(\frac{p}{2},0\right)$，对称轴为$x$轴，准线为$x=-\frac{p}{2}$，这样可设$A$点坐标为$\left(\frac{p}{2},2\right)$，代入抛物线方程可求得$p$，而$P$到直线$AB$的距离为$p$，从而可求得三角形面积.

【详解】

设抛物线的解析式$y^2=2px(p>0)$，

则焦点为$F\left(\frac{p}{2},0\right)$，对称轴为$x$轴，准线为$x=-\frac{p}{2}$，

∵ 直线$l$经过抛物线的焦点，$A$，$B$是$l$与$C$的交点，

又$AB\perp x$轴，∴可设$A$点坐标为$\left(\frac{p}{2},2\right)$，

代入$y^2=2px$，解得$p=2$，

又∵点$P$在准线上，设过点$P$的$AB$的垂线与$AB$交于点$D$，$|DP|=\frac{p}{2}+\left|-\frac{p}{2}\right|=p=2$，

$\therefore S_{\Delta ABP}=\frac{1}{2}|DP|\cdot|AB|=\frac{1}{2}\times 2\times 4=4$.

故应选 C.

【点睛】

本题考查抛物线的性质，解题时只要设出抛物线的标准方程，就能得出 $A$ 点坐标，从而求得参数 $p$ 的值．本题难度一般.

5、C

【解析】

试题分析：根据题意，当 $x\le 2$ 时，令 $x^2-1=3$，得 $x=\pm 2$；当 $x>2$ 时，令 $\log_2 x=3$，得 $x=9$，故输入的实数 $x$ 值的个数为 1.

考点：程序框图.

6、D

【解析】

先列表分析近 10 年全球风力发电新增装机容量，再结合数据研究单调性、平均值以及占比，即可作出选择.

【详解】

| 年份 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 累计装机容量 | 158.1 | 197.2 | 237.8 | 282.9 | 318.7 | 370.5 | 434.3 | 489.2 | 542.7 | 594.1 |
| 新增装机容量 | | 39.1 | 40.6 | 45.1 | 35.8 | 51.8 | 63.8 | 54.9 | 53.5 | 51.4 |

中国累计装机装机容量逐年递增，*A* 错误；全球新增装机容量在 2015 年之后呈现下降趋势，*B* 错误；经计算，10 年来中国新增装机容量平均每年为 $19.77\text{GW}$，选项 *C* 错误；截止到 2015 年中国累计装机容量 $197.7\text{GW}$，全球累计装机容量 $594.1-158.1=436\text{GW}$，占比为 $45.34\%$，选项 *D* 正确.

故选：D

【点睛】

本题考查条形图，考查基本分析求解能力，属基础题.

7、C

【解析】

把 $z_1=1+ai\left(a\in R\right)$，$z_2=1+2i$ 代入 $\frac{z_1}{z_2}$

，利用复数代数形式的除法运算化简，由实部为 0 且虚部不为 0 求解即可.

【详解】

$\because z_1=1+ai\left(a\in R\right)$，$z_2=1+2i$，

$\therefore \dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{1+ai}{1+2i}=\dfrac{(1+ai)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\dfrac{1+2a}{5}+\dfrac{a-2}{5}i$，

$\because \dfrac{z_1}{z_2}$ 为纯虚数，

$\therefore \begin{cases}1+2a=0\\ a-2\neq 0\end{cases}$，解得 $a=-\dfrac{1}{2}$.

故选 C.

【点睛】

本题考查复数代数形式的除法运算，考查复数的基本概念，是基础题.

8、B

【解析】

将已知条件转化为 $a_1,d$ 的形式，求得 $a_1,d$，由此求得 $S_{10}$.

【详解】

设公差为 $d$，则 $\begin{cases}2a_1+d=\dfrac{5}{2}\\ 2a_1+3d=4\end{cases}$，所以 $2d=\dfrac{3}{2}$，$d=\dfrac{3}{4}$，$a_1=\dfrac{7}{8}$，$S_{10}=10a_1+\dfrac{1}{2}\times 10\times 9\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{85}{2}$.

故选：B

【点睛】

本小题主要考查等差数列通项公式的基本量计算，考查等差数列前 $n$ 项和的计算，属于基础题.

9、D

【解析】

采用逐一验证法，根据图表，可得结果.

【详解】

A 正确，从图表二可知，

3 月份四个城市的居民消费价格指数相差不大

B 正确，从图表二可知，

4 月份只有北京市居民消费价格指数低于 102

C 正确，从图表一中可知，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/278105035120006075