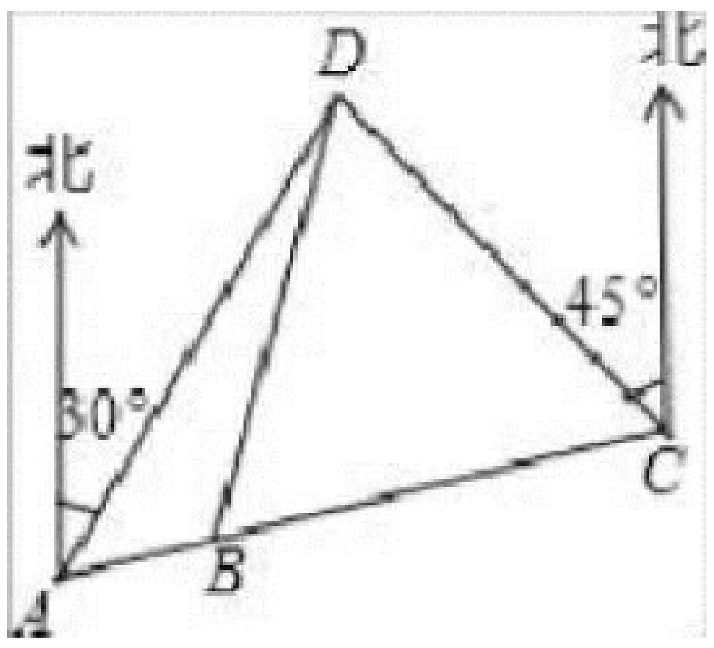
锐角三角函数的经典测试题及答案

一、选择题

1．“奔跑吧，兄弟！”节目组，预设计一个新的游戏：“奔跑”路线需经 A、B、C、D 四地．如图，其中 A、B、C 三地在同一直线上，D 地在 A 地北偏东 30°方向、在C 地北偏西 45°方向．C 地在 A 地北偏东 75°方向．且BD=BC=30m．从 A 地到 D 地的距离是( )



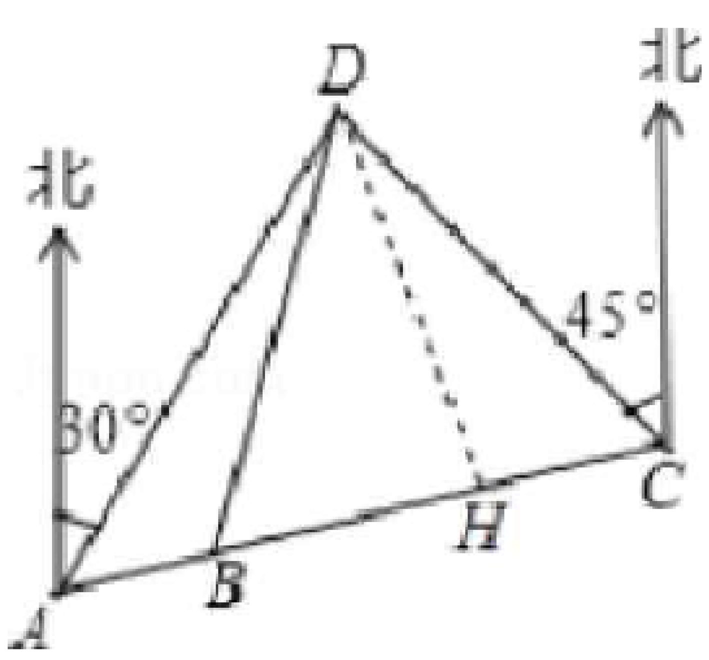
A．$30\sqrt{3}$m　　B．$20\sqrt{5}$ m　　C．$30\sqrt{2}$ m　　D．$15\sqrt{6}$ m

【答案】 D

【解析】

分析：过点 D 作 DH 垂直于 AC，垂足为 H，求出∠DAC 的度数，判断出 △BCD 是等边三角形，再利用三角函数求出 AB 的长，从而得到 AB+BC+CD 的长．

详解：过点 D 作 DH 垂直于 AC，垂足为 H，由题意可知∠DAC=75°-30°=45°．∵△BCD 是等边三角形，∴∠DBC=60°，BD=BC=CD=30m，∴ DH=$\frac{\sqrt{3}}{2}$×30=$15\sqrt{3}$，∴ AD=$\sqrt{2}$DH=$15\sqrt{6}$ m．故从 A 地到 D 地的距离是 $15\sqrt{6}$ m． 故选 D．



点睛：本题考查了解直角三角形的应用－－方向角问题，结合航海中的实际问题，将解直角三角形的相关知识有机结合，体现了数学应用于实际生活的思想．

2．公元三世纪，我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的“赵爽弦图”如图所示，它是由四个全等的直角三角形与中间的小正方形拼成的一个大正方形．如果大正方形的面积是 125，小正方形面积是 25，则 $\sin\ \cos\ ^2$ ( )

A. $\frac{1}{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ D.

【答案】 A

【解析】

【分析】

根据正方形的面积公式可得大正方形的边长为 $5\sqrt{5}$，小正方形的边长为 5，再根据直角三角形的边角关系列式即可求解.

【详解】 解：∵大正方形的面积是 125，小正方形面积是 25， ∴大正方形的边长为 $5\sqrt{5}$，小正方形的边长为 5，

$5\sqrt{5}\cos\theta - 5\sqrt{5}\sin\theta = 5$，

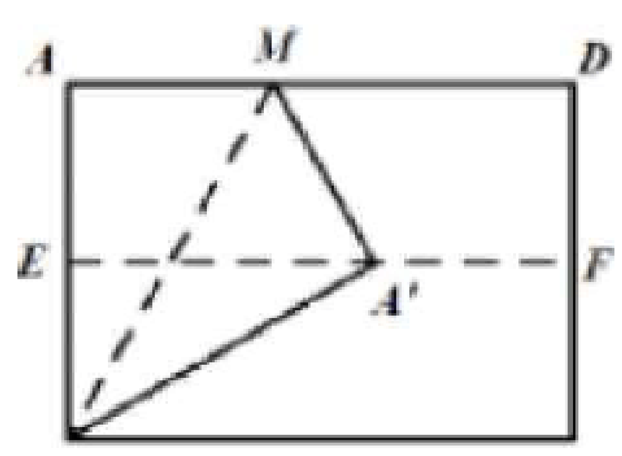
$\cos\theta - \sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$，

$(\sin\theta - \cos\theta)^2 = \frac{1}{5}$.

故选： A.

【点睛】 本题考查了解直角三角形、勾股定理的证明和正方形的面积，难度适中，解题的关键是正确得出 $\cos\theta - \sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

3．如图，对折矩形纸片 ABCD，使 AD 与 BC 重合，得到折痕 EF，把纸片展平，再一次折叠纸片，使点 A 落在 EF 上的点 A′ 处，并使折痕经过点 B，得到折痕 BM，若矩形纸片的宽 AB=4，则折痕 BM 的长为（ ）



A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C．8 D. $8\sqrt{3}$

【答案】 A

【解析】

【分析】

根据折叠性质可得 $BE=\frac{1}{2}AB$，A′B=AB=4，∠BA′M=∠A=90°，∠ABM=∠MBA′，可得∠EA′B=30°，根据直角三角形两锐角互余可得∠EBA′=60°，进而可得∠ABM=30°，在 Rt△ABM 中，利用∠ ABM 的余弦求出 BM 的长即可 .

【详解】

∵对折矩形纸片 ABCD，使 AD 与 BC 重合， AB=4，

∴$BE=\frac{1}{2}AB=2$，∠ BEF=90°，

∵把纸片展平，再一次折叠纸片，使点 A 落在 EF 上的点 A′处，并使折痕经过点 B，

∴A′B=AB=4，∠ BA′M= ∠ A=90°，∠ABM=∠ MBA′，

∴∠ EA′B=30°，

∴∠ EBA′=60°，

∴∠ ABM=30°，

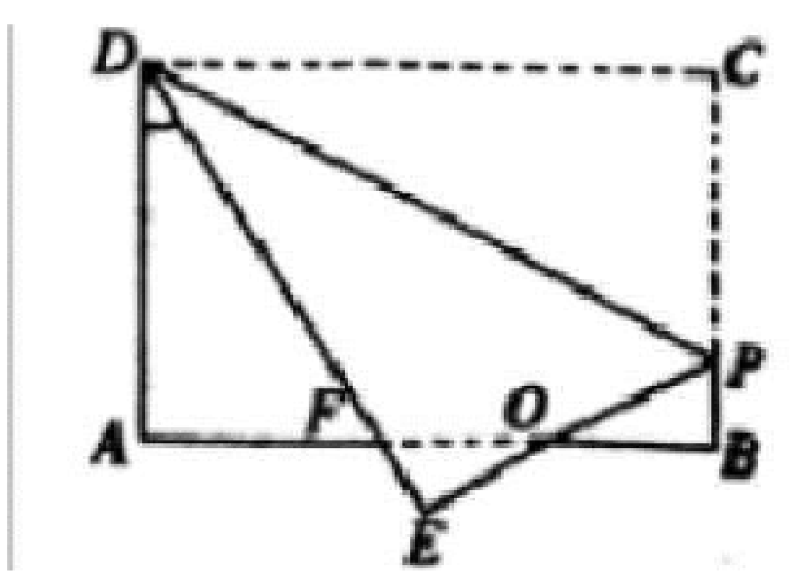
∴在 Rt△ABM 中， AB=BM cos∠ ABM，即 4=BM cos30°，

解得： $BM=\frac{8\sqrt{3}}{3}$，

故选 A.

【点睛】 本题考查了折叠的性质及三角函数的定义，折叠前后，对应边相等，对应角相等；在直角 三角形中，锐角的正弦是角的对边比斜边；余弦是角的邻边比斜边；正切是角的对边比邻边；余切是角的邻边比对边；熟练掌握相关知识是解题关键 .

4．如图，矩形纸片 ABCD， AB 4，BC 3，点 P 在 BC 边上，将 CDP 沿 DP 折 叠，点 C 落在点 E 处， PE、 DE 分别交 AB 于点 O、 F，且 OP OF，则 cos ADF 的值为（ ）



A. $\frac{11}{13}$　　B. $\frac{13}{15}$　　C. $\frac{15}{17}$　　D. $\frac{17}{19}$

【答案】 C

【解析】

【分析】

根据折叠的性质可得出 DC=DE、CP=EP，由∠ EOF=∠BOP、∠ B=∠ E、 OP=OF 可得出△OEF≌△OBP（AAS）根据全等三角形的性质可得出 OE=OB、EF=BP，设 EF=x，则 BP=x、 DF=4-x、BF=PC=3-x，进而可得出 AF=1+x，在 Rt△DAF 中，利用勾股定理可求出 x 的值，再利用余弦的定义即可求出 cos∠ADF 的值.

【详解】 解：∵矩形纸片 ABCD，点 P 在 BC 边上，将 CDP 沿 DP 折叠，点 C 落在点 E 处， 根据折叠性质，可得： △DCP≌△ DEP，

∴DC=DE=4， CP= EP，

在△OEF 和△OBP 中

EOF BOP B E 90

OP OF

∴△ OEF ≌△ OBP(AAS)

∴ OE=OB， EF= B P.

设 EF=x, 则 BP=x， DF= DE-EF=4-X，

又∵ BF=OB+OF=OE+ OP=PE=PC P, C= BC-BP=3-x, ∴AF=AB-BF=1+x.

在 Rt△DAF 中， $AF^2+AD^2= DF^2$，即 $(1+x)^2+3^2= (4-x)^2$

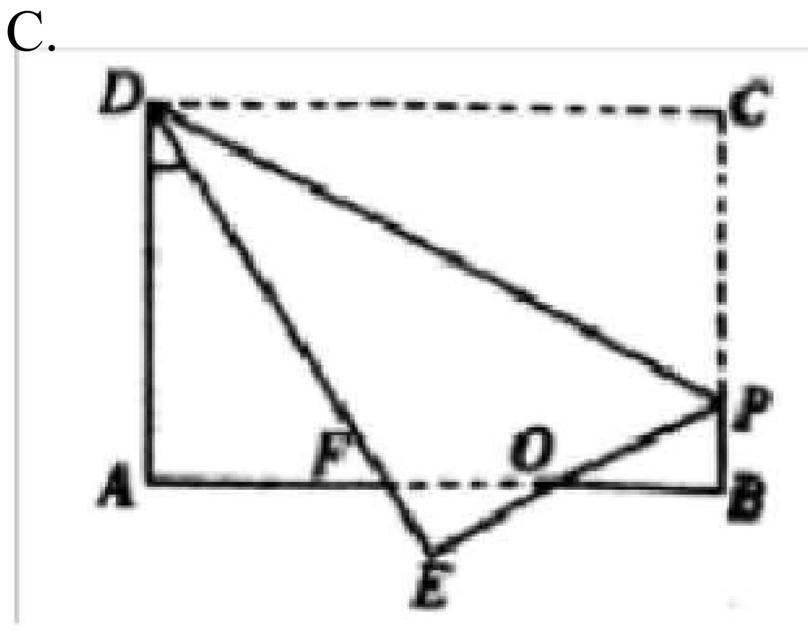
解得 : $x=\frac{3}{5}$

$DF=4-x=\frac{17}{}$

∴cos∠ADF= $\frac{AD}{DF}$ $\frac{15}{17}$

故选 :

C.

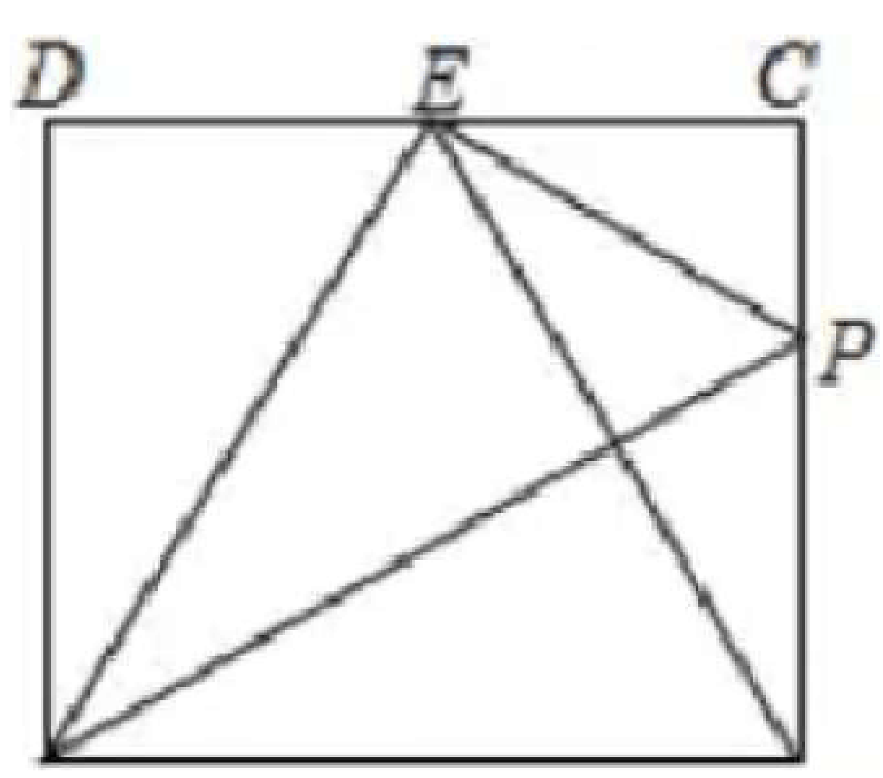


点睛】

本题考查了全等三角形的判定与性质、勾股定理以及解直角三角形，利用勾股定理结合 AF=1+x，求出 AF 的长度是解题的关键.

5．如图，在矩形 ABCD 中 E 是 CD 的中点， EA 平分 BED, PE AE 交 BC 于点 P， 连接 PA ，以下四个结论：① EB 平分 AEC；② PA BE；③ $AD \frac{3}{2} AB$;

④ PB 2PC ．其中结论正确的个数是（ ）



A．4 个　　　　　　　　B． 3 个　　　　　　　　C． 2 个　　　　　　　　D． 1 个

【答案】 A

【解析】

【分析】

根据矩形的性质结合全等三角形的判定与性质得出 △ADE≌△ BCE（ SAS），进而求出 △ABE 是等边三角形，再求出 △AEP≌△ ABP（SSS），进而得出∠ EAP＝∠ PAB＝30°，再分别得出 AD 与 AB， PB 与 PC 的数量关系即可．

【详解】 解：∵在矩形 ABCD 中，点 E 是 CD 的中点，

∴DE＝CE，

又∵ AD＝BC，∠ D＝∠ C，

∴△ ADE≌△ BCE（SAS），

∴AE＝ BE，∠ DEA＝∠ CEB，

∵EA 平分∠ BED，

∴∠ AED＝∠ AEB，

∴∠ AED＝∠ AEB＝∠ CEB＝60°，故：①EB 平分∠ AEC，正确；

∴△ ABE 是等边三角形，

∴∠ DAE＝∠ EBC＝30°，AE＝ AB，

∵PE⊥ AE，

∴∠ DEA＋∠ CEP＝ 90°，

则∠ CEP＝ 30°，

故∠ PEB＝∠ EBP＝ 30°，

则 EP＝ BP，

又∵ AE＝ AB，AP＝AP，

∴△ AEP≌△ ABP（ SSS），

∴∠ EAP＝∠ PAB＝ 30°，

∴AP⊥BE，故 ② 正确；

∵∠ DAE＝ 30°，

∴tan∠DAE＝ $\frac{DE}{AD}$ ＝tan30°＝ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

∴AD＝ 3 DE，即 AD $=\frac{\sqrt{3}}{2}$ CD

∵AB＝CD，

∴③ AD $=\frac{\sqrt{3}}{2}$ AB 正确

∵∠ CEP＝ 30°，

∴CP＝ $\frac{EP}{2}$，

∵EP＝ BP，

∴CP＝ $\frac{1}{2}$BP，

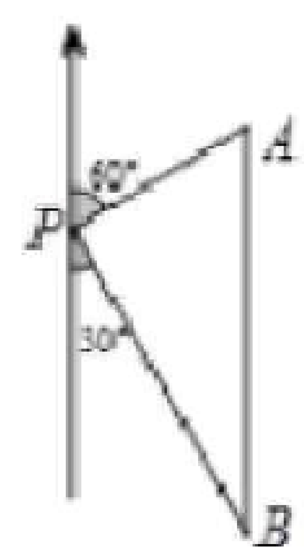
∴④ PB＝ 2PC 正确． 综上所述：正确的共有 4 个．

故选： A．

【点睛】

此题主要考查了四边形综合，全等三角形的判定与性质，等边三角形的判定与性质，含 30 度角的直角三角形性质以及三角函数等知识，证明 △ABE 是等边三角形是解题关键．

6．如图，一艘轮船位于灯塔 P 的北偏东 60°方向，与灯塔P 的距离为 30 海里的 A处，轮船沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔 P 的南偏东 30°方向上的B 处，则此时轮船所在位置 B 与灯塔 P 之间的距离为（ ）



A． 60 海里　　B． 45 海里　　C． $20\sqrt{3}$ 海里　　D． $30\sqrt{3}$ 海里

【答案】 D

【解析】

【分析】

根据题意得出：∠ B=30°,AP=30 海里，∠ APB=90°，再利用勾股定理得出BP 的长，求出答 案．

【详解】

解：由题意可得：∠ B=30°，AP=30 海里，∠ APB=90°，故 AB=2AP=60（海里），

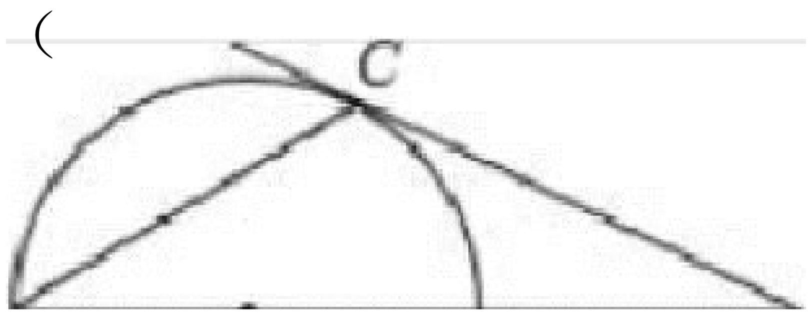
则此时轮船所在位置 B 处与灯塔 P 之间的距离为： BP= $\sqrt{AB^2-AP^2}=30\sqrt{3}$（海里）

故选： D．

【点睛】

此题主要考查了勾股定理的应用以及方向角，正确应用勾股定理是解题关键．

7．如图，已知 AB是⊙O 的直径，点 C 在⊙ O 上，过点 C 的切线与 AB的延长线交于点 P，连接 AC，若∠ A=30°，PC=3，则⊙ O 的半径为（

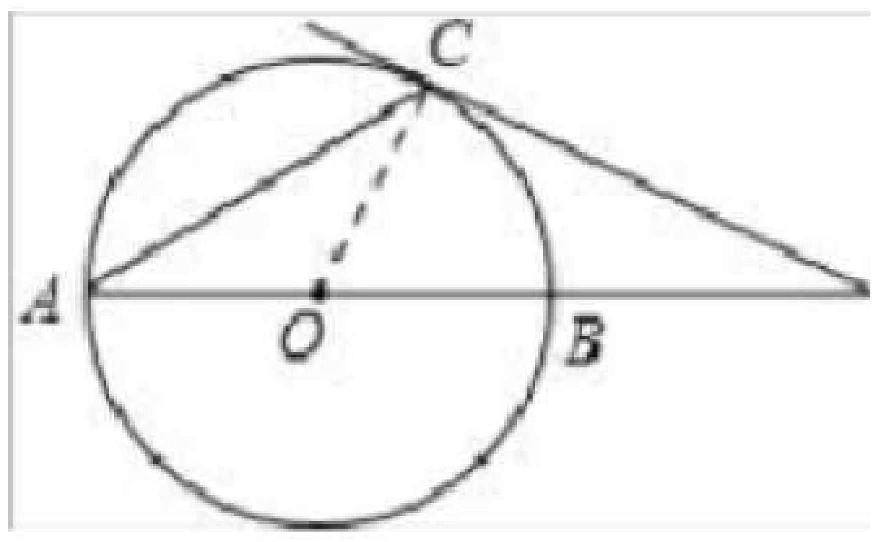


C． D． $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

答案】 A

解析】

连接 OC,



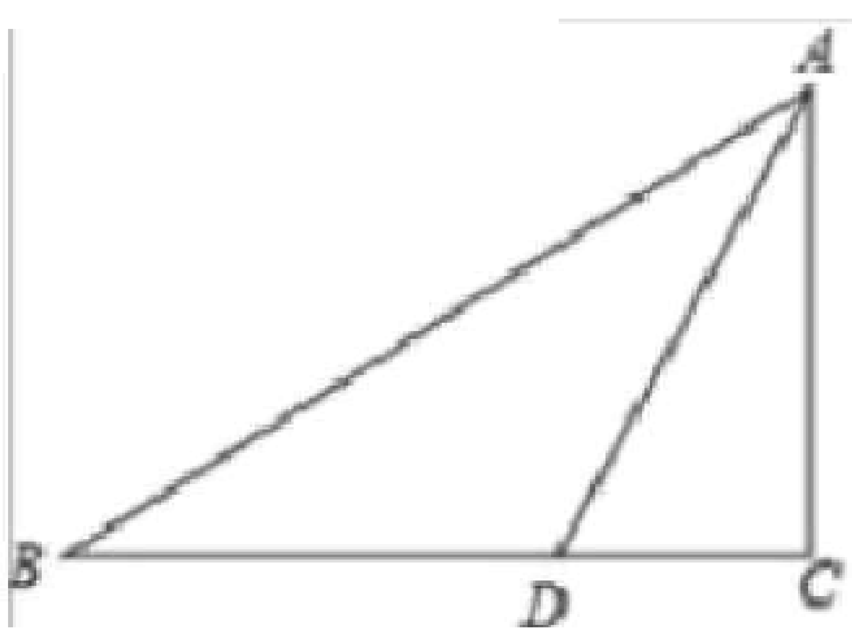
∵OA=OC, ∠A=30°,

∴∠ OCA=∠ A=30°，

∴∠ COB=∠ A+∠ ACO=60°， ∵PC 是⊙ O 切线，

∴∠ PCO=90°，∠ P=30°，∵PC=3， ∴OC=PC?tan30 °= $\sqrt{3}$， 故选 A

8．如图，在 Rt△ABC 中， ∠C＝90°， ∠B=30°， AD 是∠BAC 的角平分线， AC＝6，则点 D 到 AB 的距离为（ ）



A． $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B． $\sqrt{3}$ C． $2\sqrt{3}$ D． $3\sqrt{3}$

【答案】 C

【解析】

【分析】

如图，过点 D 作 DE⊥ AB 于 E，根据直角三角形两锐角互余的性质可得∠ BAC=60°，由AD 为∠ BAC 的角平分线可得∠ DAC=30°，根据角平分线的性质可得 DE=CD， 利用∠ DAC 的正求出 CD 的值即可得答案．

【详解】 ∵∠ B=30°，∠C=90°，

∴∠ BAC=60°，

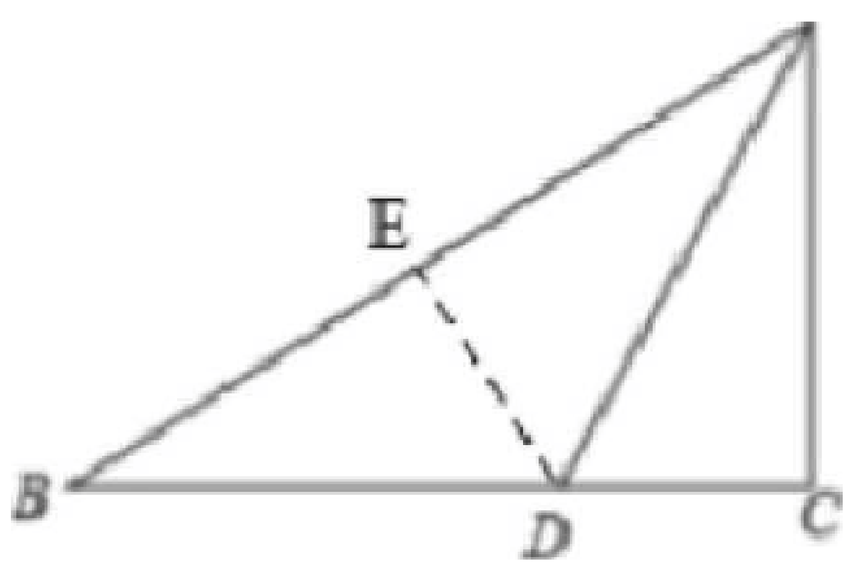
∵AD 平分∠ BAC，

∴∠ DAC=3°0， DE=CD，

∵AC=6，

∴CD=A •Ctan ∠DAC=×6 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ =2 3，即 DE=2 3,

∴点 D 到 AB 的距离为 2 3，



故选： C.

【点睛】 本题考查解直角三角形及角平分线的性质，在直角三角形中，锐角的正弦是角的对边比斜 边；余弦是邻边比斜边；正切是对边比邻边；余切是邻边比对边；角平分线上的点到角两 边的距离相等；熟练掌握三角函数的定义是解题关键.

9．在半径为 1 的 eO 中，弦 AB 、 AC 的长度分别是 3， 2，则 BAC 为（ ）度.

A．75　B．15 或 30　C． 75 或 15　D． 15 或 45

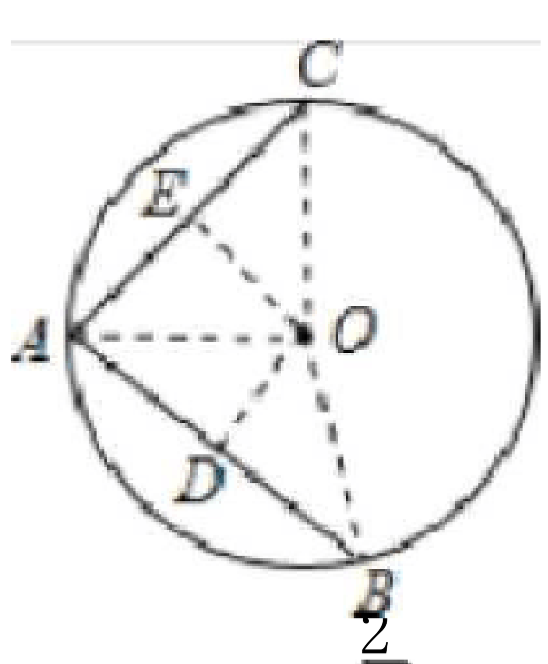
【答案】 C

【解析】

【分析】 根据题意画出草图，因为 C 点位置待定，所以分情况讨论求解.

【详解】 利用垂径定理可知： AD=3，AE 2 .

sin∠AOD=$\frac{\sqrt{3}}{2}$



sin∠AOE=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，∴∠AOD=6°0；

，∴∠AOE=4°5；

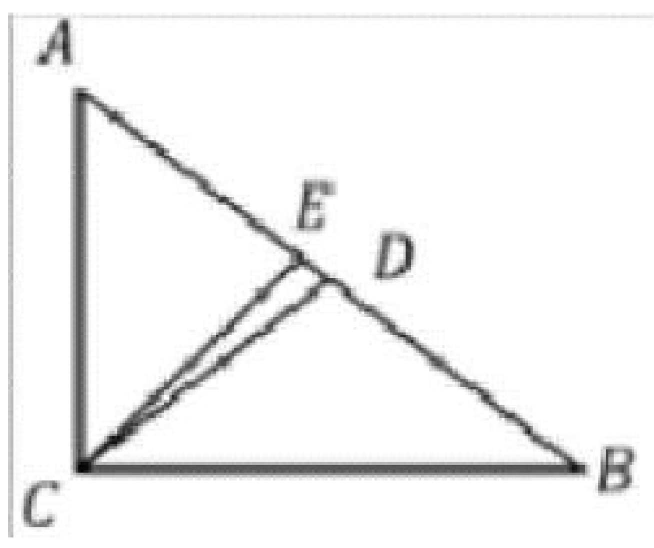
∴∠ BAC=75°．当两弦共弧的时候就是 15°．故选： C．

【点睛】

此题考查垂径定理，特殊三角函数的值，解题关键在于画出图形

10．如图，在 RtVABC 中， ACB 90 ，tanB ，CD 为 AB 边上的中线， CE 平
4

分 ACB，则 $\frac{AE}{AD}$ 的值（ ）



析 34

. B C 4 D 6

答

【解 3 5 D

【A 案

根据角平分线定理可得 AE：BE＝AC：BC＝3:4，进而求得 AE＝ 3 AB，再由点 D 为 AB 中点

1 AE 得 AD＝ $_2$1 AB，进而可求得 $\frac{AE}{AD}$ 的值.

7

详解】 解：∵ CE 平分 ACB， ∴点 E 到 ACB 的两边距离相等，

设点 E 到 ACB 的两边距离位 h，

则 $S_{\triangle ACE}$＝$\frac{1}{2}$AC •h， $S_{\triangle BCE}$＝$\frac{1}{2}$BC •h，

∴$S_{\triangle ACE}$： $S_{\triangle BCE}$＝$\frac{1}{2}$AC •h：$\frac{1}{2}$BC •h＝ AC：BC，

又∵ $S_{\triangle ACE}$： $S_{\triangle BCE}$＝ AE：BE，

∴AE：BE＝AC： BC，

∵在 RtVABC 中， ACB 90 ， tanB ， $\frac{3}{4}$

∴AC：BC＝ 3:4，

∴AE：BE＝3:4

∴ AE＝$\frac{3}{7}$AB，

∵ CD 为 AB 边上的中线，