专题 16.6 二次根式的乘除（分层练习）

一、单选题

基础类

（2022 下·浙江杭州·八年级翠苑中学校考期中）

1．以下各式是最简二次根式的是（　）

A．$\sqrt{6}$　　B．$\sqrt{12}$　　C．$\sqrt{\frac{1}{3}}$　　D．$\sqrt{0.3}$

（2021 上·八年级课时练习）

2．化简$\sqrt{80}$的结果是（　）

A．$4\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{20}$　　C．$2\sqrt{5}$　　D．$2\sqrt{10}$

（2023 上·广东茂名·八年级统考期中）

3．已知$\sqrt{12.34}=3.512$，$\sqrt{123.4}=11.108$，则$\sqrt{1234}=$（　）

A．35.12　　B．351.2　　C．111.08　　D．1110.8

（2023 下·辽宁大连·八年级统考期中）

4．$\sqrt{6}$的倒数是（　）

A．$-\sqrt{6}$　　B．$-\frac{\sqrt{6}}{6}$　　C．-6　　D．$\frac{\sqrt{6}}{6}$

（2020 下·山东·八年级校考阶段练习）

5．下列各式计算正确的是（　）

A．$\sqrt{3}+\sqrt{7}=\sqrt{10}$　　B．$2+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$　　C．$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$　　D．$\frac{\sqrt{12}-\sqrt{10}}{2}=\sqrt{6}-\sqrt{5}$

巩固类

（2023 上·河北衡水·八年级校联考阶段练习）

6．若$\sqrt{a}$是最简二次根式，则 a 的值可能是（　　）

A．-2　　B．$\frac{2}{3}$　　C．2　　D．0.1

（2019·山东聊城·校联考一模）

7．已知二次根式$\sqrt{23-a}$与$\sqrt{8}$化成最简二次根式后，被开方式相同，若 a 是正整数，则 a 的最小值为（　　）

A．23　　B．21　　C．15　　D．5

（2023 上·河北承德·八年级校考期末）

8．下列各式计算正确的是（　）

A．$\sqrt{3^2}=\pm3$　　B．$\sqrt{4\times9}=6$　　C．$\sqrt{4.9}=0.7$　　D．$\sqrt{4+9}=5$

（2023 上·河南南阳·九年级统考期中）

9．下列各式的计算正确的是（　）

A．$\sqrt{\frac{-4}{-9}}=\frac{\sqrt{-4}}{\sqrt{-9}}=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}$　　B．$\sqrt{4\frac{1}{9}}=2\frac{1}{3}$

C．$\sqrt{\frac{3}{4}}=2\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{\frac{3}{11}}\div\sqrt{3\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{3}{11}\div\frac{11}{3}}=\frac{3}{11}$

（2023 下·河北保定·八年级校考期中）

10．在解决如下问题“已知$\sqrt{7}=a$，$\sqrt{70}=b$，用含a，b的代数式表示$\sqrt{4.9}$”时，甲、乙两个同学分别给出不同解法：

甲：$\sqrt{4.9}=\sqrt{\frac{49}{10}}=\sqrt{\frac{490}{100}}=\frac{\sqrt{7\times70}}{10}=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{70}}{10}=\frac{ab}{10}$.

乙：$\sqrt{4.9}=\sqrt{49\times0.1}=7\sqrt{0.1}$因为$\sqrt{0.1}=\sqrt{\frac{1}{10}}=\sqrt{\frac{7}{70}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{70}}=\frac{a}{b}$，所以$\sqrt{4.9}=7\sqrt{0.1}=\frac{7a}{b}$.

对于这两种解法，正确的是（　）

A．甲对　　B．乙对　　C．甲、乙均对　　D．甲、乙均不对

拓展类

（2022 下·河北廊坊·八年级统考阶段练习）

11．若$mn>0,m+n<0$，则化简$\sqrt{mn}\div\sqrt{\frac{n}{m}}=$（　）

A．m　　B．$-m$　　C．n　　D．$-n$

（2022 下·广东汕头·八年级广东省汕头市聿怀初级中学校考阶段练习）

12．观察数据并寻找规律：$\sqrt{2}$，-2，$\sqrt{6}$，$-2\sqrt{2}$，$\sqrt{10}$……，则第 2021 个数是（　　）

A．$\sqrt{4042}$　　B．$-\sqrt{4042}$　　C．$\sqrt{4044}$　　D．$-\sqrt{4044}$

（2023 下·江苏·八年级专题练习）

13．计算$\sqrt{\frac{a}{b}}\div\sqrt{ab}\cdot\sqrt{\frac{1}{ab}}$（$a>0$，$b>0$）的结果是（　　）

A．$\frac{1}{ab^2}\sqrt{ab}$　　B．$\frac{1}{ab}\sqrt{ab}$　　C．$\frac{1}{b}\sqrt{ab}$　　D．$b\sqrt{ab}$

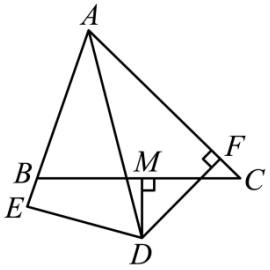
（2022 下·福建龙岩·八年级统考期中）

14．在古希腊时期，有一天毕达哥拉斯走在街上，在经过铁匠铺前他听到铁匠打铁的声音非常好听，于是驻足倾听，他发现铁匠打铁节奏很有规律，这个声音的比例被毕达哥拉斯用数学的方式表达出来，后来人们将这个数$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$称为黄金分割数．设$a=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，$b=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$，记$S_1=\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1+b}$，$S_2=\frac{1}{1+a^2}+\frac{1}{1+b^2}$，$S_3=\frac{1}{1+a^3}+\frac{1}{1+b^3}$，…，$S_{100}=\frac{1}{1+a^{100}}+\frac{1}{1+b^{100}}$，则$S_1+S_2+S_3+\cdots+S_{100}$的值为（　）

A．$100\sqrt{5}$　　B．$200\sqrt{2}$　　C．100　　D．5050

（2023 上·浙江金华·八年级统考阶段练习）

15．如图，$\triangle ABC$中，$\angle BAC=60°$，$\angle BAC$的平分线AD与边BC的垂直平分线MD相交于D，$DE\perp AB$交AB的延长线于E，$DF\perp AC$于F，下列结论：①$DE=DF$；②$DE+DF=AD$；③DM平分$\angle EDF$；④$AB+AC=\sqrt{3}AD$；正确的是（　）



A．①②　　B．①③　　C．①②③　　D．①②④

二、填空题

基础类

（2019·湖南益阳·统考一模）

16．把$\sqrt{0.4}$化成最简二次根式为_____.

（2018 下·八年级单元测试）

17．已知最简二次根式$-\sqrt{3b}$与$3\sqrt{ab}$的被开方数相同，其中$b\neq 0$，则$a=$_____.

（2023 上·广东揭阳·八年级惠来县第一中学校考期末）

18．计算：$2\sqrt{3}\times 4\sqrt{6}=$_____.

（2023 下·云南楚雄·八年级统考期中）

19．方程$\sqrt{2}x=1$的解为_____.

（2022 下·山东青岛·八年级统考期中）

20．计算：$\frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{30}}=$_____.

巩固类

（2023 上·广东茂名·八年级统考期中）

21．若单项式 $2x^{m}y^{3}$ 与 $3x^{2}y^{m+n}$ 是同类项，则 $\sqrt{3m+2n}$ 的值为_____.

（2015·广西柳州·统考二模）

22．若二次根式 $\sqrt{3a+5}$ 是最简二次根式，则最小的正整数 a=_____

（2023 上·重庆沙坪坝·八年级重庆南开中学校考期中）

23．若 $a-b+3=\sqrt{2}$，那么代数式 $(2a-2b+6)^{2}$ 的值为_____.

（2024 下·全国·八年级假期作业）

24．已知一个三角形的面积为 $\frac{\sqrt{15}}{2}\text{cm}^{2}$，一条边长为 $\sqrt{5}\text{cm}$，则这条边上的高为_____ cm.

（2023 下·安徽滁州·八年级校联考期中）

25．计算：$\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^{2}\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)=$_____.

拓展类

（2023 上·海南海口·九年级海口市第十四中学校考阶段练习）

26．计算：$\sqrt{\frac{4}{75}}\times\sqrt{3}=$_____.

（2023 下·湖北襄阳·八年级校考阶段练习）

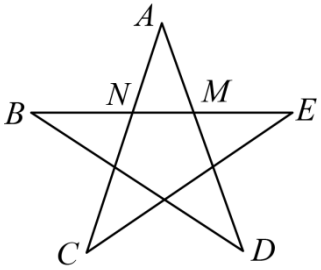
27．计算 $\sqrt{54}\div 6\sqrt{\frac{2}{3}}$ 的结果为_____.

（2022 上·上海虹口·八年级上外附中校考阶段练习）

28．化简：$-9\sqrt{\frac{3m^{2}-3n^{2}}{2a^{2}}}\div\frac{3}{2}\sqrt{\frac{m+n}{a^{2}}}\cdot\sqrt{\frac{a^{2}}{m-n}}=$_____.

（2023·湖北咸宁·统考一模）

29．人们把 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 叫做黄金分割数．五角星是常见的图案，如图，在五角星中存在黄金分割数，$\frac{MN}{NB}=\frac{BN}{BM}=\frac{BM}{BE}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，若 $BE=4$，则 $MN=$_____.



（2021·湖北黄冈·统考中考真题）

30．人们把$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$这个数叫做黄金分割数，著名数学家华罗庚优选法中的0.618法就应用了黄金分割数．设$a=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，$b=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$，则$ab=1$，记$S_1=\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1+b}$，$S_2=\frac{1}{1+a^2}+\frac{1}{1+b^2}$，…，$S_{10}=\frac{1}{1+a^{10}}+\frac{1}{1+b^{10}}$．则$S_1+S_2+\cdots+S_{10}=$____．

三、解答题

基础类

（2022下·八年级课时练习）

31．计算：

(1)$\sqrt{130}\times\sqrt{0.2}$．

(2)$\sqrt{49}\div\left(2\sqrt{7}\right)$．

（2022上·陕西榆林·八年级校考期中）

32．计算：

(1)$\sqrt[3]{-27}+\left|\sqrt{5}-4\right|+\left|1-\sqrt{5}\right|$

(2)$\left(\sqrt{18}\div\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{5}+2\right)^0-\sqrt{8}\times\sqrt{2}$

巩固类

（2021上·河北保定·八年级校考期末）

33．计算：

利用平方差公式可以进行简便计算：

例如：$99\times101=(100-1)(100+1)=1002-12=10000-1=9999$

请你参考上述算法，运用平方差公式简便计算：

$\left(2022\sqrt{3}+2022\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

（2022上·福建漳州·八年级福建省长泰县第一中学校考期末）

34．计算：

(1)$\sqrt{8}-\sqrt{\frac{1}{3}}\times\sqrt{6}-\sqrt{6}\div\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^0$．

(2)$\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)+\left(\sqrt{2}-1\right)^2$．

拓展类

（2022下·广东中山·八年级统考期中）

35．请阅读下列材料：

问题：已知$x=\sqrt{5}+2$，求代数式x^2-4x-7的值．小敏的做法是：根据$x=\sqrt{5}+2$得$(x-2)^2=5$，$\therefore x^2-4x+4=5$，得$x^2-4x=1$．把x^2-4x作为整体代入得$x^2-4x-7=1-7=-6$．即：把已知条件适当变形，再整体代入解决问题．请你用上述方法解决下面问题：

(1)已知$x=\sqrt{5}-2$，求代数式$x^2+4x-10$的值；

(2)已知 $x=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$，求代数式x^3+x^2+1的值．

（2023 上·辽宁沈阳·八年级校联考阶段练习）

36．观察下列等式：

第 1 个等式：$\sqrt{1-\dfrac{1}{2}}=\sqrt{\dfrac{1}{2}}$，

第 2 个等式：$\sqrt{4-\dfrac{4}{3}}=2\sqrt{\dfrac{2}{3}}$，

第 3 个等式：$\sqrt{9-\dfrac{9}{4}}=3\sqrt{\dfrac{3}{4}}$，

第 4 个等式：$\sqrt{16-\dfrac{16}{5}}=4\sqrt{\dfrac{4}{5}}$，

……

按照以上规律，解决下列问题：

(1)第 6 个等式：_____；

(2)计算：$\sqrt{361-\dfrac{361}{20}}\times\sqrt{400-\dfrac{400}{21}}\times\sqrt{42}$；

(3)写出你猜想的第 n 个等式，并证明其正确性（用含 n 的式子表示）；

(4)若$\sqrt{a^2+2a+1-\dfrac{196}{b-2}}=x$符合上述规律，请直接写出代数式$a+b$的值．

1．A

【分析】根据最简二次根式的概念：（1）被开方数不含分母；（2）被开方数中不含能开得尽方的因数或因式判断即可．

【详解】解：A 选项，$\sqrt{6}$ 是最简二次根式，故该选项符合题意；

B 选项，$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，故该选项不符合题意；

C 选项，$\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，故该选项不符合题意；

D 选项，$\sqrt{0.3}=\frac{\sqrt{30}}{10}$，故该选项不符合题意；

故选：A．

【点睛】本题考查了最简二次根式，掌握最简二次根式的概念是解题的关键．

2．A

【分析】化简二次根式，将被开方的数字等价于一个能够被开方出来是整数的数与另一个数相乘，从而达到化简目的，$\sqrt{80}=\sqrt{16\times5}$ 再根据二次根式的乘法进行计算即可；

【详解】$\sqrt{80}=\sqrt{16\times5}=\sqrt{16}\times\sqrt{5}=\sqrt{4^2}\times\sqrt{5}=4\sqrt{5}$．

故选：A．

【点睛】此题主要考查了二次根式的基本性质，①利用二次根式的基本性质进行化简；②利用积的算术平方根的性质和商的算术平方根的性质进行化简．

3．A

【分析】本题主要考查算术平方根的知识，根据 $\sqrt{1234}=\sqrt{12.34\times100}$ 计算得出结论即可．

【详解】解：$\because\sqrt{12.34}=3.512$，

$\therefore\sqrt{1234}=\sqrt{12.34\times100}=3.512\times10=35.12$，

故选：A．

4．D

【分析】根据倒数的定义以及分母有理化即可求解．

【详解】解：$\because\sqrt{6}$ 倒数是 $\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$．

故选：D．

【点睛】本题考查了倒数的定义以及分母有理化，掌握倒数的定义以及分母有理化是解题的

关键.

5．C

【分析】根据同类二次根式的混合运算，逐一验证即可.

【详解】A．$\sqrt{3}+\sqrt{7}$ 不能合并，故此选项错误；

B．$2+\sqrt{2}$ 不能合并，故此选项错误；

C．$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，计算正确，故此选项正确；

D．$\frac{\sqrt{12}-\sqrt{10}}{2}=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{10}}{2}$，故此选项错误；

故选：C.

【点睛】本题考查了同类二次根式的混合运算，掌握同类二次根式的运算是解题的关键，注意结果化成最简形式.

6．C

【分析】本题考查了最简二次根式的定义、二次根式有意义的条件，掌握最简二次根式的概念是解题的关键.

【详解】解：A．$\sqrt{-2}$ 无意义，故该选项不符合题意；

B．$\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，故该选项不符合题意；

C．$\sqrt{2}$ 是最简二次根式，故该选项符合题意；

D．$\sqrt{0.1}=\sqrt{\frac{1}{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$，故该选项不符合题意.

故选：C.

7．D

【分析】由 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，且与 $\sqrt{23-a}$ 是同类二次根式知 23﹣a＝$2n^2$，分别取 n＝1、2、3 即可得答案.

【详解】解：∵$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，且与 $\sqrt{23-a}$ 是同类二次根式，

∴23﹣a＝2 时，a＝21；

23﹣a＝8 时，a＝15；

23﹣a＝18 时，a＝5；

23﹣a＝32 时，a＝﹣9（不符合题意，舍）；

∴符合条件的正整数 a 的值为 5、15、21.

∴a 的最小值为 5.

故选 *D*.

【点睛】本题主要考查最简二次根式，解题的关键是掌握同类二次根式的概念.

8．B

【分析】本题考查的是算术平方根的含义，积与商的算术平方根的含义，熟记运算法则是解本题的关键；根据算术平方根以及积与商的算术平方根的含义逐一化简即可得到答案.

【详解】解：$\sqrt{3^2}=3$，故 A 不符合题意；

$\sqrt{4\times9}=6$，运算正确，故 B 符合题意；

$\sqrt{4.9}=\sqrt{\dfrac{49\times10}{100}}=\dfrac{7\sqrt{10}}{10}$，故 C 不符合题意；

$\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$，故 D 不符合题意；

故选 B

9．D

【分析】此题考查了二次根式的运算，根据二次根式的性质化简和二次根式除法依次计算各项后即可解答，熟练掌握二次根式的化简和二次根式除法运算法则是解题的关键.

【详解】A、$\sqrt{\dfrac{-4}{-9}}=\sqrt{\dfrac{4}{9}}=\dfrac{2}{3}$，此选项计算错误，不符合题意；

B、$\sqrt{4\dfrac{1}{9}}=\sqrt{\dfrac{37}{9}}=\dfrac{\sqrt{37}}{3}$，此选项计算错误，不符合题意；

C、$\sqrt{\dfrac{3}{4}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，此选项计算错误，不符合题意；

D、$\sqrt{\dfrac{3}{11}}\div\sqrt{3\dfrac{2}{3}}=\sqrt{\dfrac{3}{11}\div\dfrac{11}{3}}=\sqrt{\dfrac{3}{11}\times\dfrac{3}{11}}=\dfrac{3}{11}$，此选项计算正确，符合题意；

故选：D .

10．C

【分析】仔细阅读两同学的解题过程，然后判断.

【详解】甲：$\sqrt{4.9}=\sqrt{\dfrac{49}{10}}=\sqrt{\dfrac{490}{100}}=\dfrac{\sqrt{7\times70}}{10}=\dfrac{\sqrt{7}\times\sqrt{70}}{10}=\dfrac{ab}{10}$，

∴甲正确；

乙：$\sqrt{4.9}=\sqrt{49\times0.1}=7\sqrt{0.1}$，

$\because\sqrt{0.1}=\sqrt{\dfrac{1}{10}}=\sqrt{\dfrac{7}{70}}=\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{70}}=\dfrac{a}{b}$，

$\therefore \sqrt{4.9}=7\sqrt{0.1}=\frac{7a}{b}$.

∴乙正确；

综上所述，甲、乙均对.

故选：C.

【点睛】本题考查了二次根式的乘除法，解答本题的关键是掌握仔细阅读题目，灵活解题.

11．B

【分析】先由已知条件得到 m、n 的符号，再根据二次根式的乘除法则化简计算即可.

【详解】解：由已知条件可得：

$m<0$，$n<0$，

∴原式=$\sqrt{mn}\times\sqrt{\frac{m}{n}}$

=$\sqrt{mn\times\frac{m}{n}}$

=$\sqrt{m^2}$

=$|m|$

=$-m$，

故选：B.

【点睛】本题考查二次根式的应用，熟练掌握二次根式的乘除法是解题关键.

12．A

【分析】根据给出的数列可以看出第奇数个数为正，第偶数个数为负，第 n 个数的绝对值是 $\sqrt{2n}$，即可确定第 n 个数为 $(-1)^{n+1}\sqrt{2n}$，据此即可求得.

【详解】解：观察这列数：$\sqrt{2}=(-1)^{1+1}\sqrt{2\times1}$，

$-2=(-1)^{2+1}\sqrt{2\times2}$，

$\sqrt{6}=(-1)^{3+1}\sqrt{2\times3}$，

$-2\sqrt{2}=(-1)^{4+1}\sqrt{2\times4}$，

$\sqrt{10}=(-1)^{5+1}\sqrt{2\times5}$，

……，

根据规律可知，第 n 个数为 $(-1)^{n+1}\sqrt{2n}$，

∴第 2021 个数是 $(-1)^{2021+1}\sqrt{2\times2021}=\sqrt{4042}$，

故选：A．

【点睛】本题主要考查数字的变化规律，归纳总结出数字的变化规律是解题的关键．

13．A

【分析】本题考查了二次根式的混合运算，利用二次根式的性质进行化简，正确化简二次根式是解题关键．

直接利用二次根式的混合运算法则，计算化简即可．

【详解】解：$\sqrt{\frac{a}{b}}\div\sqrt{ab}\cdot\sqrt{\frac{1}{ab}}$

$=\sqrt{\frac{a}{b}\times\frac{1}{ab}\times\frac{1}{ab}}$

$=\sqrt{\frac{1}{ab^3}}$

$=\frac{1}{ab^2}\sqrt{ab}$，

故选：A．

14．C

【分析】先计算 S_1，S_2，S_3 的值，找出规律，然后求解即可．

【详解】解：$\because a=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，$b=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$，

$\therefore ab=1$，

$\because S_1=\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1+b}$

$=\frac{1+b+1+a}{(1+a)(1+b)}$

$=\frac{2+a+b}{1+a+b+ab}$

$=\frac{2+a+b}{2+a+b}$

$=1$，

$S_2=\frac{1}{1+a^2}+\frac{1}{1+b^2}$

$=\frac{1+b^2+1+a^2}{(1+a^2)(1+b^2)}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/278143031102006041