

甘肃省金昌市第一中学 2014 年高中数学 3.1.2 导数的概念教案

新人教 A 版选修 1-1

这样，我们就得到了 2 秒时的瞬时速度是 -13.1 m/s ，现在我们一起回忆一下是如何得到的：

$\Delta t < 0$ 时，在 $[2+\Delta t, 2]$ 这段时间内	$\Delta t > 0$ 时，在 $[2, 2+\Delta t]$ 这段时间内
$\bar{v} = \frac{h(2) - h(2+\Delta t)}{2 - (2+\Delta t)} = \frac{4.9\Delta t^2 + 13.1\Delta t}{-\Delta t}$ $= -4.9\Delta t - 13.1$	$\bar{v} = \frac{h(2+\Delta t) - h(2)}{(2+\Delta t) - 2} = \frac{-4.9\Delta t^2 - 13.1\Delta t}{\Delta t}$ $= -4.9\Delta t - 13.1$
当 $\Delta t = -0.01$ 时， $\Delta t = -13.051$ ；	当 $\Delta t = 0.01$ 时， $\Delta t = -13.051$ ；
当 $\Delta t = -0.001$ 时， $\Delta t = -13.0951$ ；	当 $\Delta t = 0.001$ 时， $\Delta t = -13.0951$ ；
当 $\Delta t = -0.0001$ 时， $\Delta t = -13.09951$ ；	当 $\Delta t = 0.0001$ 时， $\Delta t = -13.09951$ ；
当 $\Delta t = -0.00001$ 时， $\Delta t = -13.099951$ ；	当 $\Delta t = 0.00001$ 时， $\Delta t = -13.099951$ ；
.....	

[教学目的]

1. 了解导数形成的背景、思想和方法；正确理解导数的定义、几何意义；
2. 使学生在了解瞬时速度的基础上抽象出变化率，建立导数的概念；掌握用导数的定义求导数的一般方法
3. 在教师指导下，让学生积极主动地探索导数概念的形成过程，锻炼运用分析、抽象、归纳、总结形成数学概念的能力，体会数学知识在现实生活中的广泛应用。

[教学重点和难点] 导数的概念是本节的重点和难点

[教学过程]

一、复习提问(导数定义的引入)

1. 什么叫瞬时速度？(非匀速直线运动的物体在某一时刻 t_0 的速度)
2. 怎样求非匀速直线运动在某一时刻 t_0 的速度

在高台跳水运动中，如果我们知道运动员相对于水面的高度 h （单位： m ）与起跳后的时间 t （单位： s ）存在关系 $h(t) = -4.9t^2 + 6.5t + 10$ ，那么我们会计算任意一段的平均速度 $\bar{v}$ ，通过平均速度 $\bar{v}$ 来描述其运动状态，但用平均速度不一定能反映运动员在某一时刻的瞬时速度，那么如何求运动员的瞬时速度呢？问题：2 秒时的瞬时速度是多少？

二、新课

我们现在会算任意一段的平均速度，先来观察一下 2 秒附近的情况。先计算 2 秒之前的 Δt 时间段内的平均速度 $\bar{v}$ ，请同学们完成表格 1 左边部分，（事先准备好的），再完成表格的右边部分

表格 1

表格 2

$\Delta t < 0$ 时，在 $[2+\Delta t, 2]$ 这段时间内

$\Delta t > 0$ 时，在 $[2, 2+\Delta t]$ 这段时间内

$$\bar{v} = \frac{h(2) - h(2+\Delta t)}{2 - (2+\Delta t)} = \frac{4.9\Delta t^2 + 13.1\Delta t}{-\Delta t}$$

$$\bar{v} = \frac{h(2+\Delta t) - h(2)}{(2+\Delta t) - 2} = \frac{-4.9\Delta t^2 - 13.1\Delta t}{\Delta t}$$

甘肃省金昌市第一中学 2014 年高中数学 3.2.1 几个常用函数的导数教案 新人教 A 版选修 1-1

3.2.1 几个常用函数的导数教案

教学目标:

1. 能够用导数的定义求几个常用函数的导数;
2. 利用公式解决简单的问题。

教学重点和难点.

1. 重点: 推导几个常用函数的导数;
2. 难点: 推导几个常用函数的导数。

教学方法:

自己动手用导数的定义求几个常用函数的导数, 感知、理解、记忆。

教学过程:

一、复习

- 1、函数在一点处导数的定义;
- 2、导数的几何意义;
- 3、导函数的定义;
- 4、求函数的导数的步骤。

二、新课

推导下列函数的导数

- 1、求 $f(x) = c$ 的导数。

$$\text{解: } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{c - c}{\Delta x} = 0,$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 0 = 0$$

- 2、求 $f(x) = x$ 的导数。

$$\text{解: } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{x + \Delta x - x}{\Delta x} = 1,$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 1 = 1。$$

$y' = 1$ 表示函数 $y = x$ 图象上每一点处的切线的斜率都为 1. 若 $y = x$ 表示路程关于时间的

的函数, 则 $y' = 1$ 可以解释为某物体做瞬时速度为 1 的匀速运动。

思考: (1). 从求 $y = x$, $y = 2x$, $y = 3x$, $y = 4x$ 的导数如何来判断这几个函数递增的快慢?

(2). 函数 $y = kx (k \neq 0)$ 增的快慢与什么有关?

可以看出, 当 $k > 0$ 时, 导数越大, 递增越快; 当 $k < 0$ 时, 导数越小, 递减越快.

3. 求函数 $y = f(x) = x^2$ 的导数。

$$\text{解: } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = 2x + \Delta x,$$

$$y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2x + \Delta x) = 2x.$$

$y' = 2x$ 表示函数 $y = x^2$ 图象上每点 (x, y) 处的切线的斜率为 $2x$, 说明随着 x 的变化, 切线的斜率也在变化:

(1) 当 $x < 0$ 时, 随着 x 的增加, $y = x^2$ 减少得越来越慢;

(2) 当 $x > 0$ 时, 随着 x 的增加, $y = x^2$ 增加得越来越快。

4. 求函数 $y = f(x) = \frac{1}{x}$ 的导数。

解:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{\frac{1}{x + \Delta x} - \frac{1}{x}}{\Delta x} = \frac{x - (x + \Delta x)}{x(x + \Delta x)\Delta x} = -\frac{1}{x^2 + x \cdot \Delta x}$$

$$y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{x^2 + x \cdot \Delta x}\right) = -\frac{1}{x^2}$$

思考: (1) 如何求该曲线在点 $(1, 1)$ 处的切线方程?

$k = f'(1) = -1$, 所以其切线方程为 $y = -x + 2$ 。

(2) 改为点 $(3, 3)$, 结果如何?

三、例题

1. 试求函数 $y = f(x) = \sqrt{x}$ 的导数。

解:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{\sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} \\ &= \frac{(\sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x})(\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x})}{\Delta x(\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x})} \\ &= \frac{1}{(\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x})} \end{aligned}$$

$$y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x + \Delta x} + \sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

2. 已知点 $P(-1, 1)$, 点 $Q(2, 4)$ 是曲线 $y = x^2$ 上的两点, 求与直线 PQ 平行的曲线的切线方程。

解: $y' = 2x$, 设切点为 $M(x_0, y_0)$, 则 $y'|_{x=x_0} = 2x_0$.

因为 PQ 的斜率 $k = \frac{4-1}{2+1} = 1$, 又切线平行于 PQ,

所以 $k = 2x_0 = 1$, 即 $x_0 = \frac{1}{2}$, 切点 $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$,

所求直线方程为 $4x - 4y - 1 = 0$ 。

四 练习

1. 如果函数 $f(x) = 5$, 则 $f'(1) = (\quad)$

A. 5 B. 1 C. 0 D. 不存在

2. 曲线 $y = -2x^2 + 1$ 在点 $(0, 1)$ 的切线斜率是 $(\quad)$

A. -4 B. 0 C. 2 D. 不存在

3. 曲线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 在点 $(1, \frac{1}{2})$ 处切线的倾斜角为 $(\quad)$

A. $-\frac{\pi}{4}$ B. 1 C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{4}$

答案:

1.C 2.B 3.C

五、小结

1. 记熟几个常用函数的导数结论, 并能熟练使用;

2. 在今后的求导运算中, 只要不明确要求用定义证明, 上述几个结论直接使用。

六、作业

1. P85, A组 1

2. 求双曲线 $y = \frac{1}{x}$ 过点 $(2, \frac{1}{2})$ 的切线方程。

教学反思

甘肃省金昌市第一中学 2014 年高中数学 3.2.2 基本初等函数的导

数公式及导数的运算法则教案 新人教 A 版选修 1-1

3.2.2 基本初等函数的导数公式及导数的运算法则

教学目的:

1. 记住两个函数的和、差、积、商的导数运算法则,理解导数运算法则是把一个复杂函数求导数转化为两个或多个简单函数的求导问题;能通过运算法则求出导数后解决实际问题.

1. 能利用给出的基本初等函数的导数公式及导数的四则运算法则求简单函数的导数;

教学重点:

会使用导数公式求函数的导数

教学难点:

会使用导数公式求函数的导数

教学过程:

一、讲解新课:

1、基本初等函数的导数公式

1. $f(x) = c, f'(x) = 0;$
2. $f(x) = x^n (n \in Q^*), f'(x) = x^{n-1};$
3. $f(x) = \sin x, f'(x) = \cos x;$
4. $f(x) = \cos x, f'(x) = -\sin x;$
5. $f(x) = a^x, f'(x) = a^x \ln a;$
6. $f(x) = e^x, f'(x) = e^x;$
7. $f(x) = \log_a x, f'(x) = \frac{1}{x \ln a};$
8. $f(x) = \ln x, f'(x) = \frac{1}{x}.$

2、讲解例题 P83 例 1

练习 1、求下列函数的导数。

- (1) $y = 5$ (2) $y = x^4$ (3) $y = x^{-2}$ (4) $y = 2^x$ (5) $y = \log_3 x$

3、导数运算法则

1. $[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x);$
2. $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x);$
3. $\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}.$

4、讲解例题

例 2 根据基本初等函数的导数公式和导数运算法则,求函数 $y = x^3 - 2x + 3$ 的导数.

$$\begin{aligned}\text{解: } \because y' &= (x^3 - 2x + 3)' = (x^3)' - (2x)' + (3)' \\ &= 3x^2 - 2.\end{aligned}$$

$$\therefore \text{原函数 } y = x^3 - 2x + 3 \quad y' = 3x^2 - 2.$$

练习： 求下列函数的导数

$$(1) \ y = \sin x + 3x^2 - \sqrt{x} \quad (2) \ y = (2x+1)(3x+2) \quad (3) \ y = \tan x$$

$$(4) \ y = e^x \ln x \quad (5) \ y = \frac{x}{x+1}$$

例3 日常生活中的饮用水通常是经过净化的.随着水纯净度的提高, 所需净化费用不断增加.已知将1吨水净化到纯净度为 $x\%$ 时所需费用(单位: 元)为

$$c(x) = \frac{5284}{100-x} \quad (80 < x < 100).$$

求净化到下列纯度时, 所需净化费用的瞬时变化率: (1) 90%; (2) 98%.

例4 已知函数 $y = x \ln x$.

(1) 求这个函数的导数; (2) 这个函数在点 $x=1$ 处的切线方程.

二、小结：

1、基本初等函数的导数公式

1. $f(x) = c, \quad f'(x) = 0;$
2. $f(x) = x^n (n \in \mathbb{Q}^*), \quad f'(x) = x^{n-1};$
3. $f(x) = \sin x, \quad f'(x) = \cos x;$
4. $f(x) = \cos x, \quad f'(x) = -\sin x;$
5. $f(x) = a^x, \quad f'(x) = a^x \ln a;$
6. $f(x) = e^x, \quad f'(x) = e^x;$
7. $f(x) = \log_a x, \quad f'(x) = \frac{1}{x \ln a};$
8. $f(x) = \ln x, \quad f'(x) = \frac{1}{x}.$

2、导数运算法则

1. $[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x);$
2. $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g'(x);$
3. $\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}.$

教学反思

甘肃省金昌市第一中学 2014 年高中数学 3.3.1 函数的单调性与导

数教案 新人教 A 版选修 1-1

3.3.1 函数的单调性与导数

教学目标

1、 知识与技能

了解函数的单调性与导数的关系；能利用导数研究函数的单调性；会利用导数求函数的单调区间。

2、 过程与方法

通过本节的学习，掌握用导数研究函数单调性的方法。

3、 情感、态度与价值观

通过实例探究函数的单调性与导数的关系。通过这一过程，提高理性思维的能力。

教学重难点

重点：函数单调性和导数的关系；会根据导数判断函数的单调性；会利用导数求出函数的单调区间。

难点：理解并掌握函数的单调性与导数的关系

教学过程

一、 复习引入：

1. 常见函数的导数公式：

$$C' = 0; (x^n)' = nx^{n-1}; (\sin x)' = \cos x; (\cos x)' = -\sin x; (\ln x)' = \frac{1}{x}.$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x} \log_a e; (e^x)' = e^x; (a^x)' = a^x \ln a$$

$$2. \text{法则 1} \quad [u(x) \pm v(x)]' = u'(x) \pm v'(x).$$

$$\text{法则 2} \quad [u(x)v(x)]' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x), [Cu(x)]' = Cu'(x).$$

$$\text{法则 3} \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (v \neq 0).$$

二、 讲授新课

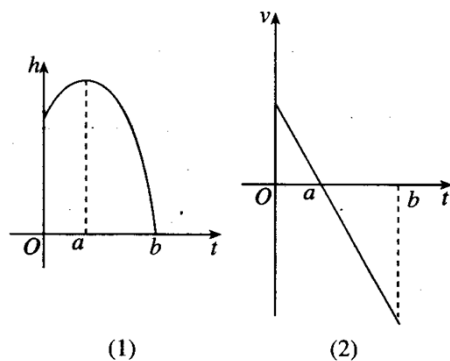
1. 问题：图 3.3-1 (1)，它表示跳水运动中高度 h 随时间 t

变化的函数 $h(t) = -4.9t^2 + 6.5t + 10$ 的图像，图 3.3-1

(2) 表示高台跳水运动员的速度 v 随时间 t 变化的函数

$v(t) = h'(t) = -9.8t + 6.5$ 的图像。

运动员从起跳到最高点，以及从最高点到入水这两段时间的运动状态有什么区别？



通过观察图像，我们可以发现：

(1) 运动员从起点到最高点，离水面的高度 h 随时间 t 的增加而增加，即 $h(t)$ 是

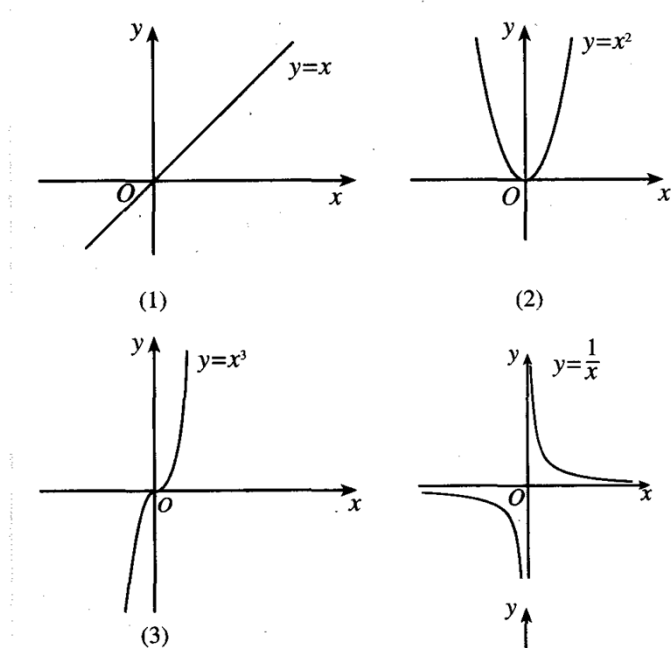
增函数。相应地， $v(t) = h'(t) > 0$ 。

(2) 从最高点到入水，运动员离水面的高度 h 随时间 t 的增加而减少，即 $h(t)$ 是

减函数。相应地， $v(t) = h'(t) < 0$ 。

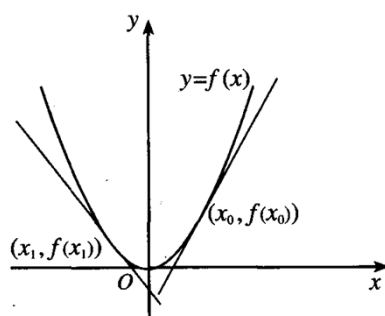
2. 函数的单调性与导数的关系

观察下面函数的图像，探讨函数的单调性与其导数正负的关系。



如图

$f'(x_0)$ 表示函数 $f(x)$ 在点 (x_0, y_0) 斜率。



3.3-3，导数处的切线的

在 $x=x_0$ 处， $f'(x_0) > 0$ ，切线是“左下右上”式的，这时，函数 $f(x)$ 在 x_0 附近单调递增；

在 $x=x_1$ 处， $f'(x_1) < 0$ ，切线是“左上右下”式的，这时，函数 $f(x)$ 在 x_1 附近单

调递减.

结论: 函数的单调性与导数的关系

在某个区间 (a, b) 内, 如果 $f'(x) > 0$, 那么函数 $y = f(x)$ 在这个区间内单调递增;

如果 $f'(x) < 0$, 那么函数 $y = f(x)$ 在这个区间内单调递减.

说明: (1) 特别的, 如果 $f'(x) = 0$, 那么函数 $y = f(x)$ 在这个区间内是常函数.

3. 求解函数 $y = f(x)$ 单调区间的步骤:

(1) 确定函数 $y = f(x)$ 的定义域;

(2) 求导数 $y' = f'(x)$;

(3) 解不等式 $f'(x) > 0$, 解集在定义域内的部分为增区间;

(4) 解不等式 $f'(x) < 0$, 解集在定义域内的部分为减区间.

三. 典例分析

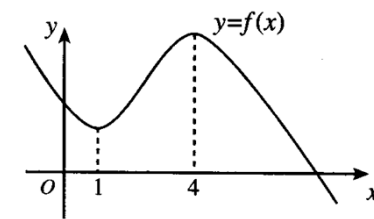
例 1. 已知导函数 $f'(x)$ 的下列信息:

当 $1 < x < 4$ 时, $f'(x) > 0$;

当 $x > 4$, 或 $x < 1$ 时, $f'(x) < 0$;

当 $x = 4$, 或 $x = 1$ 时, $f'(x) = 0$

试画出函数 $y = f(x)$ 图像的大致形状.



解: 当 $1 < x < 4$ 时, $f'(x) > 0$, 可知 $y = f(x)$ 在此区间内单调递增;

当 $x > 4$, 或 $x < 1$ 时, $f'(x) < 0$; 可知 $y = f(x)$ 在此区间内单调递减;

当 $x = 4$, 或 $x = 1$ 时, $f'(x) = 0$, 这两点比较特殊, 我们把它称为“临界点”.

综上, 函数 $y = f(x)$ 图像的大致形状如图 3.3-4 所示.

例 2. 判断下列函数的单调性, 并求出单调区间.

(1) $f(x) = x^3 + 3x$;

(2) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

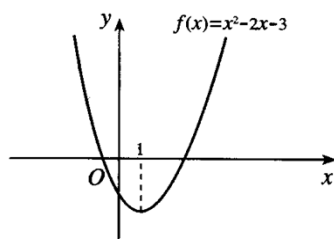
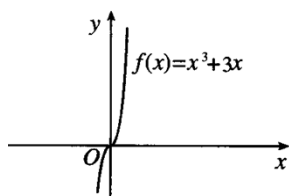
(3) $f(x) = \sin x - x \quad x \in (0, \pi)$;

(4) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 24x + 1$

解: (1) 因为 $f(x) = x^3 + 3x$, 所以,

$$f'(x) = 3x^2 + 3 = 3(x^2 + 1) > 0$$

因此,



$f(x) = x^3 + 3x$ 在 R 上单调递增, 如图 3.3-5 (1) 所示.

(2) 因为 $f(x) = x^2 - 2x - 3$, 所以, $f'(x) = 2x - 2 = 2(x - 1)$

当 $f'(x) > 0$, 即 $x > 1$ 时, 函数 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 单调递增;

当 $f'(x) < 0$, 即 $x < 1$ 时, 函数 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 单调递减;

函数 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 的图像如图 3.3-5 (2) 所示.

(3) 因为 $f(x) = \sin x - x$ $x \in (0, \pi)$, 所以, $f'(x) = \cos x - 1 < 0$

因此, 函数 $f(x) = \sin x - x$ 在 $(0, \pi)$ 单调递减, 如图 3.3-5 (3) 所示.

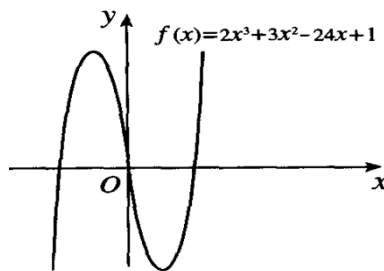
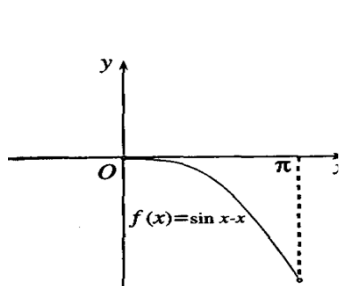
(4) 因为 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 24x + 1$, 所以_____.

当 $f'(x) > 0$, 即_____时, 函数 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ _____;

当 $f'(x) < 0$, 即_____时, 函数 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ _____;

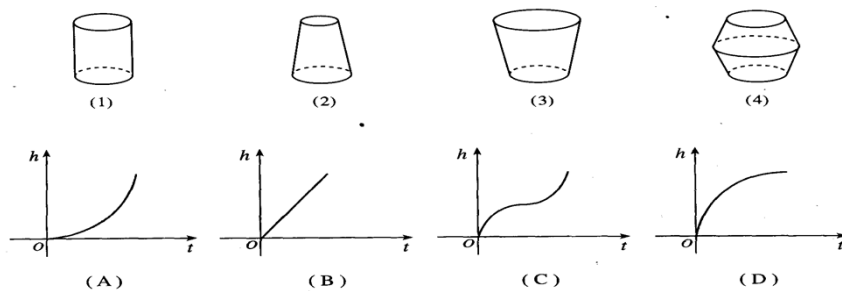
函数 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 24x + 1$ 的图像如图 3.3-5 (4) 所示.

注: (3)、(4) 生练



例 3. 如图, 水以常速 (即单位时间内注入水的体积相同) 注入下面四种底面

积相同的容器中, 请分别找出与各容器对应的水的高度 h 与时间 t 的函数关系图像.



分析：以容器 (2) 为例，由于容器上细下粗，所以

以水以常速注入时，开始阶段高度增加得慢，以后高度增加得越来越快。反映在图像上，(A) 符合上述变化情况。同理可知其它三种容器的情况。

解：(1) $\rightarrow$ (B), (2) $\rightarrow$ (A), (3) $\rightarrow$ (D), (4) $\rightarrow$ (C)

思考：例 3 表明，通过函数图像，不仅可以看出函数的增减，还可以看出其变化的快慢。结合图像，你能从导数的角度解释变化快慢的情况吗？

一般的，如果一个函数在某一范围内导数的绝对值较大，那么函数在这个范围内变化的快，这时，函数的图像就比较“陡峭”；反之，函数的图像就“平缓”一些。

如图 3.3-7 所示，函数 $y = f(x)$ 在 $(0, b)$ 或 $(a, 0)$ 内的图像“陡峭”，

在 $(b, +\infty)$ 或 $(-\infty, a)$ 内的图像“平缓”。

例 4. 求证：函数 $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ 在区间 $(-2, 1)$ 内是减函数。

证明：因为 $y' = 6x^2 + 6x - 12 = 6(x^2 + x - 2) = 6(x - 1)(x + 2)$

当 $x \in (-2, 1)$ 即 $-2 < x < 1$ 时， $y' < 0$ ，所以函数 $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ 在区间 $(-2, 1)$ 内是减函数。

说明：证明可导函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内的单调性步骤：

(1) 求导函数 $f'(x)$ ；

(2) 判断 $f'(x)$ 在 (a, b) 内的符号；

(3) 做出结论： $f'(x) > 0$ 为增函数， $f'(x) < 0$ 为减函数。

例 5. 已知函数 $f(x) = 4x + ax^2 - \frac{2}{3}x^3$ ($x \in R$) 在区间 $[-1, 1]$ 上是增函数，求实数 a 的取值范围。

解： $f'(x) = 4 + 2ax - 2x^2$ ，因为 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上是增函数，所以 $f'(x) \geq 0$ 对 $x \in [-1, 1]$ 恒成立，即 $x^2 - ax - 2 \leq 0$ 对 $x \in [-1, 1]$ 恒成立，解之得： $-1 \leq a \leq 1$

所以实数 a 的取值范围为 $[-1, 1]$.

说明：已知函数的单调性求参数的取值范围是一种常见的题型，常利用导数与函数单调性关系：即“若函数单调递增，则 $f'(x) \geq 0$ ；若函数单调递减，则 $f'(x) \leq 0$ ”来求解，注意此时公式中的等号不能省略，否则漏解。

例 6. 已知函数 $y = x + \frac{1}{x}$ ，试讨论出此函数的单调区间.

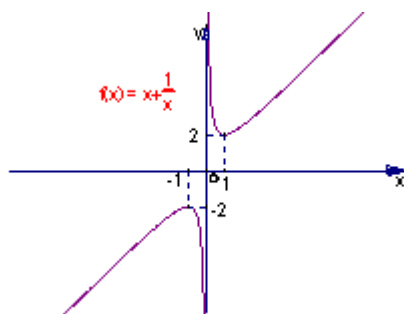
$$\begin{aligned} \text{解: } y' &= \left(x + \frac{1}{x}\right)' \\ &= 1 - 1 \cdot x^{-2} = \\ \frac{x^2 - 1}{x^2} &= \frac{(x+1)(x-1)}{x^2} \\ \text{令 } \frac{(x+1)(x-1)}{x^2} &> 0. \end{aligned}$$

解得 $x > 1$ 或 $x < -1$.

$\therefore y = x + \frac{1}{x}$ 的单调增区间是 $(-\infty, -1)$ 和 $(1, +\infty)$.

令 $\frac{(x+1)(x-1)}{x^2} < 0$ ，解得 $-1 < x < 0$ 或 $0 < x < 1$.

$\therefore y = x + \frac{1}{x}$ 的单调减区间是 $(-1, 0)$ 和 $(0, 1)$.



四、课堂练习：

1. 确定下列函数的单调区间

(1) $y = x^3 - 9x^2 + 24x$ (2) $y = 3x - x^3$

(1) 解: $y' = (x^3 - 9x^2 + 24x)' = 3x^2 - 18x + 24 = 3(x-2)(x-4)$

令 $3(x-2)(x-4) > 0$ ，解得 $x > 4$ 或 $x < 2$.

$\therefore y = x^3 - 9x^2 + 24x$ 的单调增区间是 $(4, +\infty)$ 和 $(-\infty, 2)$

令 $3(x-2)(x-4) < 0$ ，解得 $2 < x < 4$

$\therefore y = x^3 - 9x^2 + 24x$ 的单调减区间是 $(2, 4)$

(2) 解: $y' = (3x - x^3)' = 3 - 3x^2 = -3(x^2 - 1) = -3(x+1)(x-1)$

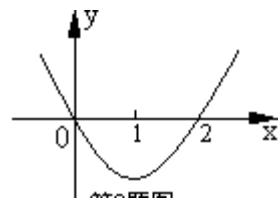
令 $-3(x+1)(x-1) > 0$ ，解得 $-1 < x < 1$.

$\therefore y = 3x - x^3$ 的单调增区间是 $(-1, 1)$.

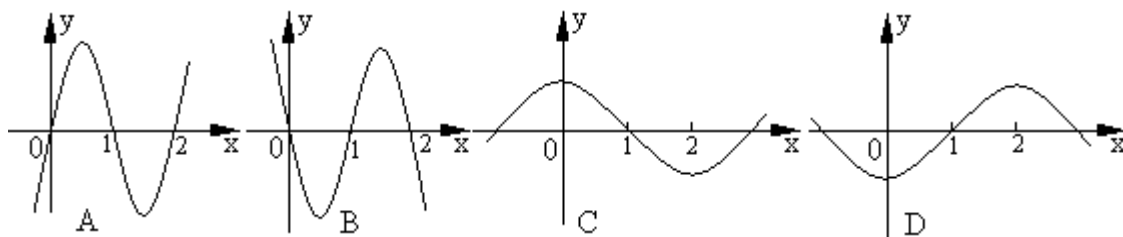
令 $-3(x+1)(x-1) < 0$ ，解得 $x > 1$ 或 $x < -1$.

$\therefore y = 3x - x^3$ 的单调减区间是 $(-\infty, -1)$ 和 $(1, +\infty)$

2. 设 $y = f'(x)$ 是函数 $y = f(x)$ 的导数， $y = f'(x)$ 的



图象如图所示，则 $y = f(x)$ 的图象最有可能是()



小结：重点是抓住导函数的图象与原函数的图象从哪里发生联系？

五、课堂小结：

1. 函数导数与单调性的关系：若函数 $y=f(x)$ 在某个区间内可导，如果 $f'(x) > 0$ ，则 $f(x)$ 为增函数；如果 $f'(x) < 0$ ，则 $f(x)$ 为减函数。
2. 本节课中，用导数去研究函数的单调性是中心，能灵活应用导数解题是目的，另外应注意数形结合在解题中的应用。
3. 掌握研究数学问题的一般方法：从特殊到一般，从简单到复杂。

六、课后作业：

课本 习题 3.3 A 组 1, 2

【思考题】

对于函数 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 7$

思考 1、能不能画出该函数的草图？

思考 2、 $2x^3 + 7 = 6x$ 在区间 $(0, 2)$ 内有几个解？

1. 确定下列函数的单调区间

(1) $y = x - x^2$

(2) $y = x - x^3$

2. 讨论二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的单调区间。

3. 用导数证明：

(1) $f(x) = e^x$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内是增函数

(2) $f(x) = e^x - x$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 内是增函数。

教学反思

甘肃省金昌市第一中学 2014 年高中数学 3.3.2 函数的极值与导数

教案 新人教 A 版选修 1-1

3.3.2 函数的极值与导数

教学目标：

1. 理解极大值、极小值的概念；
2. 能够运用判别极大值、极小值的方法来求函数的极值；
3. 掌握求可导函数的极值的步骤；

教学重点：极大、极小值的概念和判别方法，以及求可导函数的极值的步骤.

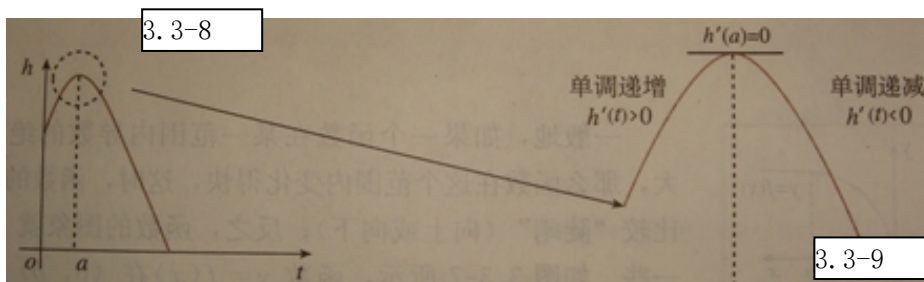
教学难点：对极大、极小值概念的理解及求可导函数的极值的步骤.

教学过程：

创设情景

观察图 3.3-8，我们发现， $t=a$ 时，高台跳水运动员距水面高度最大. 那么，函数 $h(t)$ 在此点的导数是多少呢？此点附近的图像有什么特点？相应地，导数的符号有什么变化规律？

放大 $t=a$ 附近函数 $h(t)$ 的图像，如图 3.3-9. 可以看出 $h'(a)$ ；在 $t=a$ ，当 $t < a$ 时，函数 $h(t)$ 单调递增， $h'(t) > 0$ ；当 $t > a$ 时，函数 $h(t)$ 单调递减， $h'(t) < 0$ ；这就说明，在 $t=a$ 附近，函数值先增（ $t < a$ ， $h'(t) > 0$ ）后减（ $t > a$ ， $h'(t) < 0$ ）. 这样，当 t 在 a 的附近从小到大经过 a 时， $h'(t)$ 先正后负，且 $h'(t)$ 连续变化，于是有 $h'(a) = 0$.



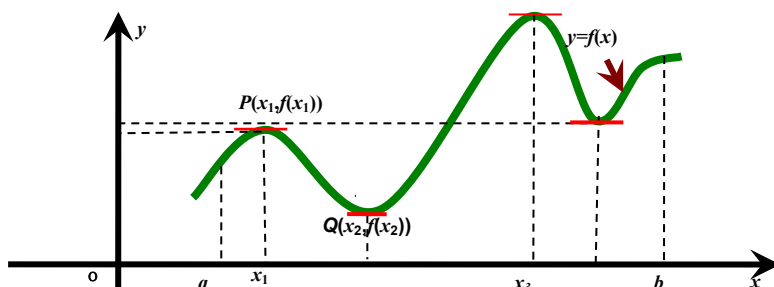
对于一般的函数 $y = f(x)$ ，是否也有这样的性质呢？

附：对极大、极小值概念的理解，可以结合图象进行说明. 并且要说明函数的极值就是函数在某一点附近的小区间而言的. 从图象观察得出，判别极大、极小值的方法. 判断极值点的关键是这点两侧的导数异号.

新课讲授

一、导入新课

观察下图中 P 点附近图像从左到右的变化趋势、P 点的函数值以及点 P 位置的特点



函数图像在 P 点附近从左侧到右侧由“上升”变为“下降”（函数由单调递增变为单调递减），在 P 点附近，P 点的位置最高，函数值最大

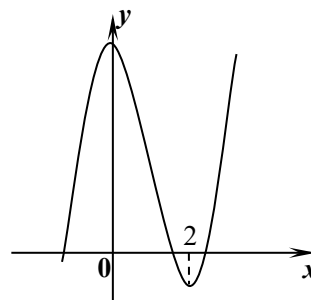
二、学生活动

学生感性认识运动员的运动过程，体会函数极值的定义.

三、数学建构

极值点的定义：

观察右图可以看出，函数在 $x=0$ 的函数值比它附近所有各点的函数值都大，我们说 $f(0)$ 是函数的一个极大值；函数在 $x=2$ 的函数值比它附近所有各点的函数值都小，我们说 $f(2)$ 是函数的一个极小值。



一般地，设函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 及其附近有定义，如果 $f(x_0)$ 的值比 x_0 附近所有各点的函数值都大，我们说 $f(x_0)$ 是函

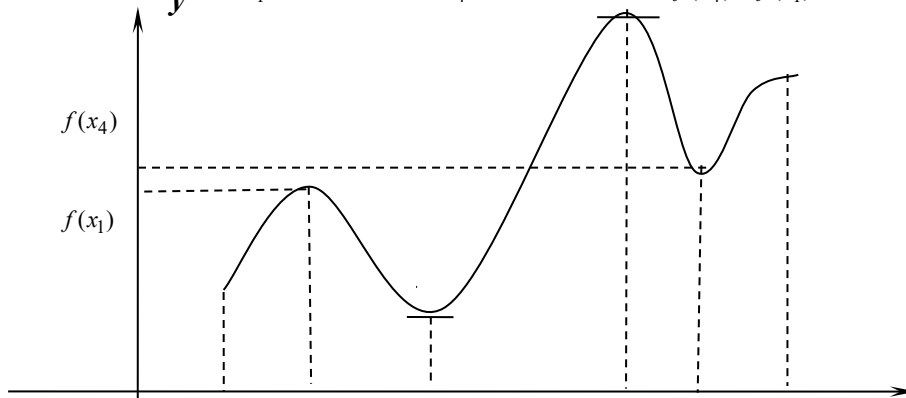
数 $y=f(x)$ 的一个极大值；如果 $f(x_0)$ 的值比 x_0 附近所有各点的函数值都小，我们说 $f(x_0)$

是函数 $y=f(x)$ 的一个极小值。极大值与极小值统称极值。

取得极值的点称为极值点，极值点是自变量的值，极值指的是函数值。

请注意以下几点：（让同学讨论）

- (i) 极值是一个局部概念。由定义可知极值只是某个点的函数值与它附近点的函数值比较是最大或最小。并不意味着它在函数的整个的定义域内最大或最小。
- (ii) 函数的极值不是唯一的。即一个函数在某区间上或定义域内极大值或极小值可以不止一个。
- (iii) 极大值与极小值之间无确定的大小关系。即一个函数的极大值未必大于极小值，如下图所示， x_1 是极大值点， x_4 是极小值点，而 $f(x_4) > f(x_1)$ 。



- (iv) 函数的极值点一定出现在区间的内部，区间的端点不能成为极值点。而使函数取得最大值、最小值的点可能在区间的内部，也可能在区间的端点。

极值点与导数的关系：

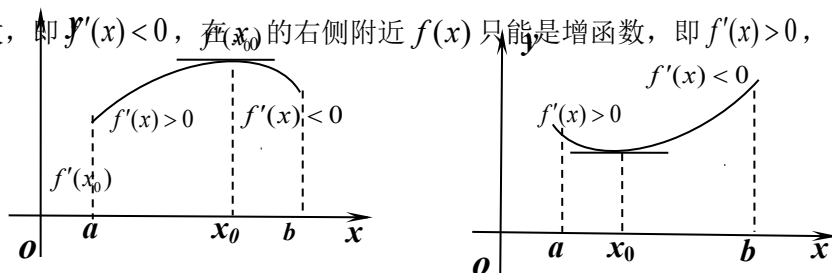
复习可导函数在定义域上的单调性与导函数值的相互关系,引导学生寻找函数极值点与导数之间的关系.

由上图可以看出,在函数取得极值处,如果曲线有切线的话,则切线是水平的,从而有 $f'(x)=0$ 。但反过来不一定。若寻找函数极值点,可否只由 $f'(x)=0$ 求得即可?

探索: $x=0$ 是否是函数 $f(x)=x^3$ 的极值点? (展示此函数的图形)

在 $x=0$ 处,曲线的切线是水平的,即 $f'(x)=0$,但这点的函数值既不比它附近的点的函数值大,也不比它附近的点的函数值小,故不是极值点。如果 x_0 使 $f'(x_0)=0$,那么 x_0 在什么情况下是极值点呢?

观察下左图所示,若 x_0 是 $f(x)$ 的极大值点,则 x_0 两侧附近点的函数值必须小于 $f(x_0)$ 。因此, x_0 的左侧附近 $f(x)$ 只能是增函数,即 $f'(x)>0$, x_0 的右侧附近 $f(x)$ 只能是减函数,即 $f'(x)<0$,同理,如下右图所示,若 x_0 是极小值点,则在 x_0 的左侧附近 $f(x)$ 只能是减函数,即 $f'(x)<0$,在 x_0 的右侧附近 $f(x)$ 只能是增函数,即 $f'(x)>0$,



从而我们得出结论(给出寻找和判断可导函数的极值的方法,同时巩固导数与函数单调性之间的关系):

若 x_0 满足 $f'(x_0)=0$,且在 x_0 的两侧 $f(x)$ 的导数异号,则 x_0 是 $f(x)$ 的极值点, $f(x_0)$ 是极值,并且如果 $f'(x)$ 在 x_0 两侧满足“左正右负”,则 x_0 是 $f(x)$ 的极大值点, $f(x_0)$ 是极大值;如果 $f'(x)$ 在 x_0 两侧满足“左负右正”,则 x_0 是 $f(x)$ 的极小值点, $f(x_0)$ 是极小值。

结论: x_0 左右侧导数异号 $\iff x_0$ 是函数 $f(x)$ 的极值点 $\iff f'(x_0)=0$ 。

反过来是否成立?各是什么条件?

点是极值点的充分不必要条件是在这点两侧的导数异号;点是极值点的必要不充分条件是在这点的导数为 0。

学生活动

函数 $y=f(x)$ 的导数 y' 与函数值和极值之间的关系为(D)。

A、导数 y' 由负变正,则函数 y 由减变为增,且有极大值

B、导数 y' 由负变正, 则函数 y 由增变为减, 且有极大值

C、导数 y' 由正变负, 则函数 y 由增变为减, 且有极小值

D、导数 y' 由正变负, 则函数 y 由增变为减, 且有极大值

四、数学应用

例 1. (课本例 4) 求 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$ 的极值.

解: 因为 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$, 所以

$$f'(x) = x^2 - 4 = (x-2)(x+2).$$

$$f'(x) = 0, x = 2, x = -2$$

下面分两种情况讨论:

(1) 当 $f'(x) > 0$, 即 $x > 2$, 或 $x < -2$ 时;

(2) 当 $f'(x) < 0$, 即 $-2 < x < 2$ 时.

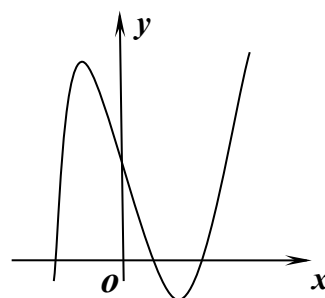
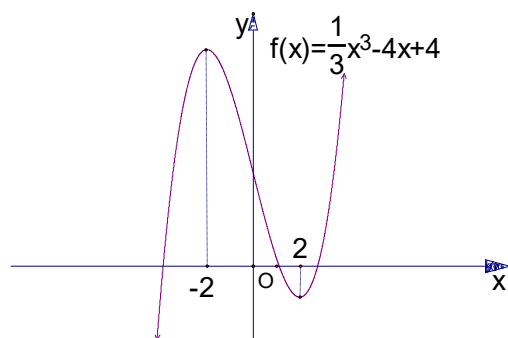
当 x 变化时, $f'(x)$, $f(x)$ 的变化情况如下表:

x	$(-\infty, -2)$	-2	$(-2, 2)$	2	$(2, +\infty)$
y'	+	0	-	0	+
y	↗	极大值 $\frac{28}{3}$	↘	极小值 $-\frac{4}{3}$	↗

因此, 当 $x = -2$ 时, $f(x)$ 有极大值, 并且极大值为 $f(-2) = \frac{28}{3}$;

当 $x = 2$ 时, $f(x)$ 有极小值, 并且极小值为 $f(2) = -\frac{4}{3}$ 。

函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$ 的图像如图所示。



课堂训练:求下列函数的极值

$$1 \quad y = \frac{1}{x} + x$$

$$2 \quad y = 8x^3 - 12x^2 + 6x + 1$$

让学生讨论总结求可导函数的极值的基本步骤与方法:

一般地, 如果函数 $y = f(x)$ 在某个区间有导数, 可以用下面方法求它的极值:

- ① 确定函数的定义域;
- ② 求导数 $f'(x)$;
- ③ 求方程 $f'(x) = 0$ 的根, 这些根也称为可能极值点;
- ④ 检查 $f'(x)$ 在方程 $f'(x) = 0$ 的根的左右两侧的符号, 确定极值点。(最好通过列表法)

强调:要想知道 x_0 是极大值点还是极小值点就必须判断 $f'(x_0) = 0$ 左右侧导数的符号

例题 2 (案例分析)

函数 $f(x) = x^3 - ax^2 - bx + a^2$ 在 $x=1$ 时有极值 10, 则 a, b 的值为 (C)

- A、 $a = 3, b = -3$ 或 $a = -4, b = 11$
 B、 $a = -4, b = 1$ 或 $a = -4, b = 11$
 C、 $a = -4, b = 11$ D、以上都不对

略解:由题设条件得: $\begin{cases} f(1) = 10 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \therefore \begin{cases} 1 - a - b + a^2 = 10 \\ 3 - 2a - b = 0 \end{cases}$ 解之得 $\begin{cases} a = 3 \\ b = -3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = -4 \\ b = 11 \end{cases}$

通过验证, 都合要求, 故应选择 A

上述解法错误, 正确答案选 C, 注意代入检验

注意: $f'(x_0) = 0$ 是函数取得极值的必要不充分条件

练习:庖丁解牛篇(感受高考)

1、(2006 年天津卷) 函数 $f(x)$ 的定义域为开区间 (a, b) , 导函数 $f'(x)$ 在 (a, b) 内的图象如图所示, 则函数 $f(x)$ 在开区间 (a, b) 内有极小值点 (A)

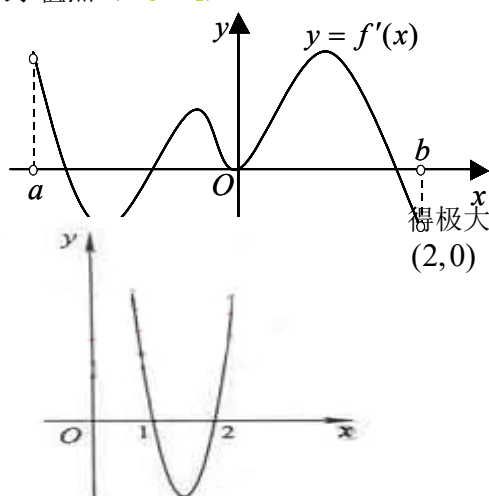
- A. 1 个
 B. 2 个
 C. 3 个
 D. 4 个

注意: 数形结合以及原函数与导函数图像的区别

2、已知函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ 在点 x_0 处取值 5, 其导函数 $y = f'(x)$ 的图象经过点 $(1, 0)$, 如图所示. 求:

- (I) x_0 的值; (II) a, b, c 的值.

答案 (I) $x_0 = 1$; (II) $a = 2, b = -9, c = 12$



例 3 求 $y = (x^2 - 1)^3 + 1$ 的极值.

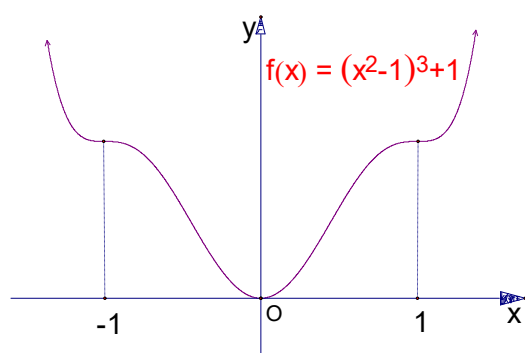
解: $y' = 6x(x^2 - 1)^2 = 6x(x+1)^2(x-1)^2$

令 $y' = 0$ 解得 $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$.

当 x 变化时, y' , y 的变化情况如下表.

x	$(-\infty, -1)$	-1	$(-1, 0)$	0	$(0, 1)$	1	$(1, +\infty)$
y'	-	0	-	0	+	0	+
y	$\searrow$	无极值	$\searrow$	极小值 0	$\nearrow$	无极值	$\nearrow$

$\therefore$ 当 $x=0$ 时, y 有极小值且 $y_{\text{极小值}}=0$



五: 回顾与小结:

- 1、极值的判定方法;
- 2、极值的求法

注意点:

- 1、 $f'(x_0)=0$ 是函数取得极值的必要不充分条件
- 2、数形结合以及函数与方程思想的应用
- 3、要想知道 x_0 是极大值点还是极小值点就必须判断 $f'(x_0)=0$ 左右侧导数的符号.

教学反思

甘肃省金昌市第一中学 2014 年高中数学 3.3.3 函数的最大

(小) 值与导数教案 新人教 A 版选修 1-1

3.3.3 函数的最大(小)值与导数

教学目标:

1.使学生理解函数的最大值和最小值的概念,掌握可导函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上所有点

(包括端点 a,b) 处的函数中的最大(或最小)值必有的充分条件;

2.使学生掌握用导数求函数的极值及最值的方法和步骤.

教学重点: 利用导数求函数的最大值和最小值的方法.

教学难点: 函数的最大值、最小值与函数的极大值和极小值的区别与联系.

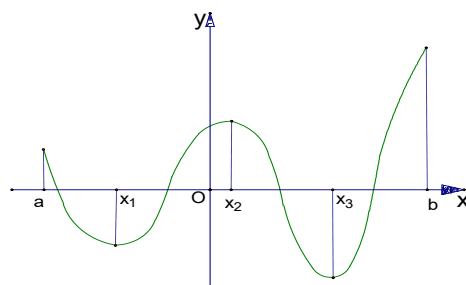
教学过程:

一. 创设情景

我们知道,极值反映的是函数在某一点附近的局部性质,而不是函数在整个定义域内的性质.也就是说,如果 x_0 是函数 $y = f(x)$ 的极大(小)值点,那么在点 x_0 附近找不到比 $f(x_0)$ 更大(小)的值.但是,在解决实际问题或研究函数的性质时,我们更关心函数在某个区间上,哪个至最大,哪个值最小.如果 x_0 是函数的最大(小)值,那么 $f(x_0)$ 不小(大)于函数 $y = f(x)$ 在相应区间上的所有函数值.

二. 新课讲授

观察图中一个定义在闭区间 $[a,b]$ 上的函数 $f(x)$ 的图象.图中 $f(x_1)$ 与 $f(x_3)$ 是极小值, $f(x_2)$ 是极大值.函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的最大值是 $f(b)$, 最小值是 $f(x_3)$.



1. 结论:一般地,在闭区间 $[a,b]$ 上函数 $y = f(x)$ 的图像是一条连续不断的曲线,那么函数 $y = f(x)$ 在 $[a,b]$ 上必有最大值与最小值.

说明: (1)如果在某一区间上函数 $y = f(x)$ 的图像是一条连续不断的曲线,则称函数 $y = f(x)$ 在这个区间上连续.(可以不给学生讲)

(2)给定函数的区间必须是闭区间,在开区间 (a,b) 内连续的函数 $f(x)$ 不一定有最大值

与最小值. 如函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 内连续, 但没有最大值与最小值;

(3) 在闭区间上的每一点必须连续, 即函数图像没有间断,

(4) 函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 是 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上有最大值与最小值的充分条件而非必要条件. (可以不给学生讲)

2. “最值”与“极值”的区别和联系

(1) “最值”是整体概念, 是比较整个定义域内的函数值得出的, 具有绝对性; 而“极值”是个局部概念, 是比较极值点附近函数值得出的, 具有相对性.

(2) 从个数上看, 一个函数在其定义域上的最值是唯一的; 而极值不唯一;

(3) 函数在其定义区间上的最大值、最小值最多各有一个, 而函数的极值可能不止一个, 也可能没有一个.

(4) 极值只能在定义域内部取得, 而最值可以在区间的端点处取得, 有极值的未必有最值, 有最值的未必有极值; 极值有可能成为最值, 最值只要不在端点必定是极值.

3. 利用导数求函数的最值步骤:

由上面函数 $f(x)$ 的图象可以看出, 只要把连续函数所有的极值与定义区间端点的函数值进行比较, 就可以得出函数的最值了.

一般地, 求函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的最大值与最小值的步骤如下:

(1) 求 $f(x)$ 在 (a, b) 内的极值;

(2) 将 $f(x)$ 的各极值与端点处的函数值 $f(a)$ 、 $f(b)$ 比较, 其中最大的一个是最大值, 最小的一个是最小值, 得出函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的最值.

三. 典例分析

例 1. (课本例 5) 求 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$ 在 $[0, 3]$ 的最大值与最小值.

解: 由例 4 可知, 在 $[0, 3]$ 上, 当 $x = 2$ 时, $f(x)$ 有极小值, 并且极小值为 $f(2) = -\frac{4}{3}$, 又由于 $f(0) = 4$, $f(3) = 1$

因此, 函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$ 在 $[0, 3]$ 的最大值是 4, 最小值是 $-\frac{4}{3}$.

上述结论可以从函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$ 在 $[0, 3]$ 上的图象得到直观验证.

例 2. 求函数 $y = x^4 - 2x^2 + 5$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值与最小值.

解: 先求导数, 得 $y' = 4x^3 - 4x$

令 $y' = 0$ 即 $4x^3 - 4x = 0$ 解得 $x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 1$

导数 y' 的正负以及 $f(-2)$, $f(2)$ 如下表

X	-2	$(-2, -1)$	-1	$(-1, 0)$	0	$(0, 1)$	1	$(1, 2)$	2
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	13	↘	4	↗	5	↘	4	↗	13

从上表知, 当 $x = \pm 2$ 时, 函数有最大值 13, 当 $x = \pm 1$ 时, 函数有最小值 4.

例 3. 已知 $f(x) = \log_3 \frac{x^2 + ax + b}{x}$, $x \in (0, +\infty)$. 是否存在实数 a 、 b , 使 $f(x)$ 同时满

足下列两个条件: (1) $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上是减函数, 在 $[1, +\infty)$ 上是增函数; (2)

$f(x)$ 的最小值是 1, 若存在, 求出 a 、 b , 若不存在, 说明理由.

解: 设 $g(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x}$

$\because f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上是减函数, 在 $[1, +\infty)$ 上是增函数

$\therefore g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上是减函数, 在 $[1, +\infty)$ 上是增函数.

$$\therefore \begin{cases} g'(1) = 0 \\ g(1) = 3 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} b - 1 = 0 \\ a + b + 1 = 3 \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

经检验, $a=1, b=1$ 时, $f(x)$ 满足题设的两个条件.

四. 课堂练习

1. 下列说法正确的是()

- A. 函数的极大值就是函数的最大值 B. 函数的极小值就是函数的最小值
C. 函数的最值一定是极值 D. 在闭区间上的连续函数一定存在最值

2. 函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的最大值是 M , 最小值是 m , 若 $M=m$, 则 $f'(x)$ ()

- A. 等于 0 B. 大于 0 C. 小于 0 D. 以上都有可能

3. 函数 $y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2$, 在 $[-1, 1]$ 上的最小值为()

- A. 0 B. -2 C. -1 D. $\frac{13}{12}$

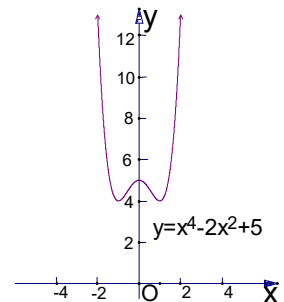
4. 求函数 $y = x^4 - 2x^2 + 5$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值与最小值.

5. 课本 练习

五. 回顾总结

1. 函数在闭区间上的最值点必在下列各种点之中: 导数等于零的点, 导数不存在的点, 区间端点;

2. 函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 是 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上有最大值与最小值的充分条件而非必要条件;



3. 闭区间 $[a,b]$ 上的连续函数一定有最值；开区间 (a,b) 内的可导函数不一定有最值，若有唯一的极值，则此极值必是函数的最值。
4. 利用导数求函数的最值方法。

六. 布置作业

课本 P99 习题 3.3 A 组 6

教学反思

甘肃省金昌市第一中学 2014 年高中数学 1.1.1 命题教案 新人教 A

版选修 1-1

(一) 教学目标

1、**知识与技能**：理解命题的概念和命题的构成，能判断给定陈述句是否为命题，能判断命题的真假；能把命题改写成“若 p ，则 q ”的形式；

2、**过程与方法**：多让学生举命题的例子，培养他们的辨析能力；以及培养他们的分析问题和解决问题的能力；

3、**情感、态度与价值观**：通过学生的参与，激发学生学习数学的兴趣。

(二) 教学重点与难点

重点：命题的概念、命题的构成

难点：分清命题的条件、结论和判断命题的真假

教具准备：与教材内容相关的资料。

教学设想：通过学生的参与，激发学生学习数学的兴趣。

(三) 教学过程

学生探究过程：

1. 复习回顾

初中已学过命题的知识，请同学们回顾：什么叫做命题？

2. 思考、分析

下列语句的表述形式有什么特点？你能判断他们的真假吗？

(1) 若直线 $a \parallel b$ ，则直线 a 与直线 b 没有公共点。

(2) $2+4=7$ 。

(3) 垂直于同一条直线的两个平面平行。

(4) 若 $x^2=1$ ，则 $x=1$ 。

(5) 两个全等三角形的面积相等。

(6) 3 能被 2 整除。

3. 讨论、判断

学生通过讨论，总结：所有句子的表述都是陈述句的形式，每句话都判断什么事情。其中(1)(3)(5)的判断为真，(2)(4)(6)的判断为假。

教师的引导分析：所谓判断，就是肯定一个事物是什么或不是什么，不能含混不清。

4. 抽象、归纳

定义：一般地，我们把用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的陈述句叫做命题。

命题的定义的要点：能判断真假的陈述句。

在数学课中，只研究数学命题，请学生举几个数学命题的例子。教师再与学生共同从命题的定义，判断学生所举例子是否是命题，从“判断”的角度来加深对命题这一概念的理解。

5. 练习、深化

判断下列语句是否为命题？

(1) 空集是任何集合的子集。 (2) 若整数 a 是素数，则是 a 奇数。

(3) 指数函数是增函数吗？ (4) 若平面上两条直线不相交，则这两条直线平行。

$$(5) \sqrt{(-2)^2} = -2.$$

$$(6) x > 15.$$

让学生思考、辨析、讨论解决，且通过练习，引导学生总结：判断一个语句是不是命题，关键看两点：第一是“陈述句”，第二是“可以判断真假”，这两个条件缺一不可。疑问句、祈使句、感叹句均不是命题。

解略。

引申：以前，同学们学习了很多定理、推论，这些定理、推论是否是命题？同学们可否举出一些定理、推论的例子来看看？

通过对此问的思考，学生将清晰地认识到定理、推论都是命题。

过渡：同学们都知道，一个定理或推论都是由条件和结论两部分构成（结合学生所举定理和推论的例子，让学生分辨定理和推论条件和结论，明确所有的定理、推论都是由条件和结论两部分构成）。紧接着提出问题：**命题是否也是由条件和结论两部分构成呢？**

6. 命题的构成——条件和结论

定义：从构成来看，所有的命题都具有条件和结论两部分构成。在数学中，命题常写成

“若 p ，则 q ”或者“如果 p ，那么 q ”这种形式，通常，我们把这种形式的命题中的 p 叫做**命题的条件**， q 叫做**命题结论**。

7. 练习、深化

指出下列命题中的条件 p 和结论 q ，并判断各命题的真假。

(1) 若整数 a 能被 2 整除，则 a 是偶数。

(2) 若四边形是菱形，则它的对角线互相垂直平分。

(3) 若 $a > 0$ ， $b > 0$ ，则 $a+b > 0$ 。

(4) 若 $a > 0$ ， $b > 0$ ，则 $a+b < 0$ 。

(5) 垂直于同一条直线的两个平面平行。

此题中的 (1) (2) (3) (4)，较容易，估计学生较容易找出命题中的条件 p 和结论 q ，并能判断命题的真假。其中设置命题 (3) 与 (4) 的目的在于：通过这两个例子的比较，学更深刻地理解命题的定义——能判断真假的陈述句，不管判断的结果是对的还是错的。

此例中的命题 (5)，不是“若 P ，则 q ”的形式，估计学生会有困难，此时，教师引导学生一起分析：已知的事项为“条件”，由已知推出的事项为“结论”。

解略。

过渡：从例 2 中，我们可以看到命题的两种情况，即有些命题的结论是正确的，而有些命题的结论是错误的，那么我们就有了对命题的一种分类：真命题和假命题。

8. 命题的分类——真命题、假命题的定义。

真命题：如果由命题的条件 P 通过推理一定可以得出命题的结论 q ，那么这样的命题叫做真命题。

假命题：如果由命题的条件 P 通过推理不一定可以得出命题的结论 q ，那么这样的命题叫做假命题。

强调：

(1) 注意命题与假命题的区别。如：“作直线 AB ”。这本身不是命题，也更不是假命题。

(2) 命题是一个判断，判断的结果就有对错之分。因此就要引入真命题、假命题的概念，强调真假命题的大前提，首先是命题。

9. 怎样判断一个数学命题的真假？

(1) 数学中判定一个命题是真命题，要经过证明。

(2) 要判断一个命题是假命题，只需举一个反例即可.

10. 练习、深化

例 3：把下列命题写成“若 P，则 q”的形式，并判断是真命题还是假命题：

- (1) 面积相等的两个三角形全等。
- (2) 负数的立方是负数。
- (3) 对顶角相等。

分析：要把一个命题写成“若 P，则 q”的形式，关键是要分清命题的条件和结论，然后写成“若条件，则结论”即“若 P，则 q”的形式. 解略。

11、巩固练习：P 4 2、3

12. 教学反思 师生共同回忆本节的学习内容.

- 1. 什么叫命题？真命题？假命题？
- 2. 命题是由哪两部分构成的？
- 3. 怎样将命题写成“若 P，则 q”的形式.
- 4. 如何判断真假命题.

教师提示应注意的问题：

- 1. 命题与真、假命题的关系.
- 2. 抓住命题的两个构成部分，判断一些语句是否命题.
- 3. 判断假命题，只需举一个反例，而判断真命题，要经过证明.

13. 作业：P9：习题 1. 1 A 组第 1 题

课后反思：

甘肃省金昌市第一中学 2014 年高中数学 1.1.2 四种命题 1.1.3 四种命题的相互关系教案 新人教 A 版选修 1-1

1.1.2 四种命题 1.1.3 四种命题的相互关系

(一) 教学目标

◆**知识与技能**：了解原命题、逆命题、否命题、逆否命题这四种命题的概念，掌握四种命题的形式和四种命题间的相互关系，会用等价命题判断四种命题的真假。

◆**过程与方法**：多让学生举命题的例子，并写出四种命题，培养学生发现问题、提出问题、分析问题、有创造性地解决问题的能力；培养学生抽象概括能力和思维能力。

◆**情感、态度与价值观**：通过学生的举例，激发学生学习数学的兴趣和积极性，培养他们的辨析能力以及培养他们的分析问题和解决问题的能力。

(二) 教学重点与难点

重点：(1) 会写四种命题并会判断命题的真假；(2) 四种命题之间的相互关系。

难点：(1) 命题的否定与否命题的区别；(2) 写出原命题的逆命题、否命题和逆否命题；

(3) 分析四种命题之间相互的关系并判断命题的真假。

教具准备：与教材内容相关的资料。

教学设想：通过学生的举例，激发学生学习数学的兴趣和积极性，培养他们的辨析能力以及培养他们的分析问题和解决问题的能力。

(三) 教学过程

学生探究过程：

1. 复习引入

初中已学过命题与逆命题的知识，请同学回顾：什么叫做命题的逆命题？

2. 思考、分析

问题 1：下列四个命题中，命题 (1) 与命题 (2)、(3)、(4) 的条件与结论之间分别有什么关系？

(1) 若 $f(x)$ 是正弦函数，则 $f(x)$ 是周期函数。(2) 若 $f(x)$ 是周期函数，则 $f(x)$ 是正弦函数。

(3) 若 $f(x)$ 不是正弦函数，则 $f(x)$ 不是周期函数。(4) 若 $f(x)$ 不是周期函数，则 $f(x)$ 不是正弦函数。

3. 归纳总结

问题一通过学生分析、讨论可以得到正确结论。紧接结合此例给出四个命题的概念，(1) 和 (2) 这样的两个命题叫做**互逆命题**，(1) 和 (3) 这样的两个命题叫做**互否命题**，(1) 和 (4) 这样的两个命题叫做**互为逆否命题**。

4. 抽象概括

定义 1：一般地，对于两个命题，如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论和条件，那么我们把这样的两个命题叫做**互逆命题**。其中一个命题叫做**原命题**，另一个命题叫做原命题的**逆命题**。

让学生举一些互逆命题的例子。

定义 2：一般地，对于两个命题，如果一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的条件的否定和结论的否定，那么我们把这样的两个命题叫做**互否命题**。其中一个命题叫做原

命题，另一个命题叫做原命题的**否命题**。

让学生举一些互否命题的例子。

定义 3：一般地，对于两个命题，如果一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的结论的否定和条件的否定，那么我们把这样的两个命题叫做**互为逆否命题**。其中一个命题叫做**原命题**，另一个命题叫做原命题的**逆否命题**。

让学生举一些互为逆否命题的例子。

小结：

- (1) 交换原命题的条件和结论，所得的命题就是它的**逆命题**；
- (2) 同时否定原命题的条件和结论，所得的命题就是它的**否命题**；
- (3) 交换原命题的条件和结论，并且同时否定，所得的命题就是它的**逆否命题**。

强调：原命题与逆命题、原命题与否命题、原命题与逆否命题是相对的。

5. 四种命题的形式

让学生结合所举例子，思考：

若原命题为“若 P，则 q”的形式，则它的逆命题、否命题、逆否命题应分别写成什么形式？

学生通过思考、分析、比较，总结如下：

原命题：若 P，则 q。则：

逆命题：若 q，则 P。

否命题：若 $\neg P$ ，则 $\neg q$ 。（说明符号“ $\neg$ ”的含义：符号“ $\neg$ ”叫做否定符号，“ $\neg p$ ”表示 p 的否定；即不是 p；非 p）

逆否命题：若 $\neg q$ ，则 $\neg P$ 。

6. 巩固练习

写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题并判断它们的真假：

- (1) 若一个三角形的两条边相等，则这个三角形的两个角相等；
- (2) 若一个整数的末位数字是 0，则这个整数能被 5 整除；
- (3) 若 $x^2=1$ ，则 $x=1$ ；
- (4) 若整数 a 是素数，则是 a 奇数。

7. 思考、分析

结合以上练习思考：原命题的真假与其它三种命题的真假有什么关系？

通过此问，学生将发现：

- ①原命题为真，它的逆命题不一定为真。
- ②原命题为真，它的否命题不一定为真。
- ③原命题为真，它的逆否命题一定为真。

原命题为假时类似。

结合以上练习完成下列表格

:

原 命 题	逆 命 题	否 命 题	逆 否 命 题
真	真		
		假	真
假		真	
	假		假

由表格学生可以发现：原命题与逆否命题总是具有相同的真假性，逆命题与否命题也总是具有相同的真假性。

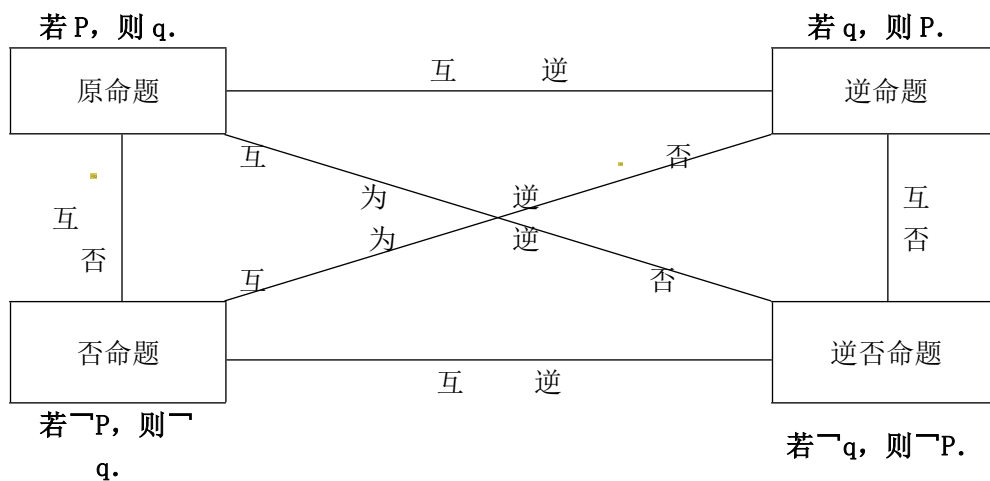
由此会引起我们的思考：

一个命题的逆命题、否命题与逆否命题之间是否还存在着一定的关系呢？

让学生结合所做练习分析原命题与它的逆命题、否命题与逆否命题四种命题间的关系。

学生通过分析，将发现四种命题间的关系如下图所示：

8. 总结归纳



由于逆命题和否命题也是互为逆否命题，因此四种命题的真假性之间的关系如下：

- (1) 两个命题互为逆否命题，它们有相同的真假性；
- (2) 两个命题为互逆命题或互否命题，它们的真假性没有关系。

由于原命题和它的逆否命题有相同的真假性，所以在直接证明某一个命题为真命题有困难时，可以通过证明它的逆否命题为真命题，来间接地证明原命题为真命题。

9. 例题分析

例 4：证明：若 $p^2 + q^2 = 2$ ，则 $p + q \leq 2$ 。

分析：如果直接证明这个命题比较困难，可考虑转化为对它的逆否命题的证明。

将“若 $p^2 + q^2 = 2$ ，则 $p + q \leq 2$ ”视为原命题，要证明原命题为真命题，可以考虑证明它的逆否命题“若 $p + q > 2$ ，则 $p^2 + q^2 \neq 2$ ”为真命题，从而达到证明原命题为真命题的目的。

证明：若 $p + q > 2$ ，则

$$p^2 + q^2 = \frac{1}{2} [(p - q)^2 + (p + q)^2] \geq \frac{1}{2} (p + q)^2 > \frac{1}{2} \times 2^2 = 2$$

所以 $p^2 + q^2 \neq 2$ 。

这表明，原命题的逆否命题为真命题，从而原命题为真命题。

练习巩固：证明：若 $a^2 - b^2 + 2a - 4b - 3 \neq 0$ ，则 $a - b \neq 1$ 。

10. 教学反思

- (1) 逆命题、否命题与逆否命题的概念；
- (2) 两个命题互为逆否命题，他们有相同的真假性；
- (3) 两个命题为互逆命题或互否命题，他们的真假性没有关系；

(4) 原命题与它的逆否命题等价；否命题与逆命题等价.

1.1: 作业 P9: 习题 1. 1 A组第 2、3、4 题

课后反思:

甘肃省金昌市第一中学 2014 年高中数学 1. 2.1 充分条件与必要条件教案 新人教 A 版选修 1-1

1. 2.1 充分条件与必要条件

(一) 教学目标

1. 知识与技能：正确理解充分不必要条件、必要不充分条件的概念；会判断命题的充分条件、必要条件。
2. 过程与方法：通过对充分条件、必要条件的概念的理解和运用，培养学生分析、判断和归纳的逻辑思维能力。
3. 情感、态度与价值观：通过学生的举例，培养他们的辨析能力以及培养他们的良好的思维品质，在练习过程中进行辩证唯物主义思想教育。

(二) 教学重点与难点

重点：充分条件、必要条件的概念。

(解决办法：对这三个概念分别先从实际问题引起概念，再详细讲述概念，最后再应用概念进行论证。)

难点：判断命题的充分条件、必要条件。

关键：分清命题的条件和结论，看是条件能推出结论还是结论能推出条件。

教具准备：与教材内容相关的资料。

教学设想：通过学生的举例，培养他们的辨析能力以及培养他们的良好的思维品质，在练习过程中进行辩证唯物主义思想教育。

(三) 教学过程

学生探究过程：

1. 练习与思考

写出下列两个命题的条件和结论，并判断是真命题还是假命题？

- (1) 若 $x > a^2 + b^2$ ，则 $x > 2ab$ ， (2) 若 $ab = 0$ ，则 $a = 0$ 。

学生容易得出结论：命题(1)为真命题，命题(2)为假命题。

置疑：对于命题“若 p ，则 q ”，有时是真命题，有时是假命题。如何判断其真假的？

答：看 p 能不能推出 q ，如果 p 能推出 q ，则原命题是真命题，否则就是假命题。

2. 给出定义

命题“若 p ，则 q ”为真命题，是指由 p 经过推理能推出 q ，也就是说，如果 p 成立，那么 q 一定成立。换句话说，只要有条件 p 就能充分地保证结论 q 的成立，这时我们称条件 p 是 q 成立的充分条件。

一般地，“若 p ，则 q ”为真命题，是指由 p 通过推理可以得出 q 。这时，我们就说，由 p 可推出 q ，记作： $p \Rightarrow q$ 。

定义：如果命题“若 p ，则 q ”为真命题，即 $p \Rightarrow q$ ，那么我们就说 p 是 q 的充分条件； q 是 p 必要条件。

上面的命题(1)为真命题，即

$x > a^2 + b^2 \Rightarrow x > 2ab$ ，所以“ $x > a^2 + b^2$ ”是“ $x > 2ab$ ”的充分条件，“ $x > 2ab$ ”是“ $x > a^2 + b^2$ ”的必要条件。

3. 例题分析：

例1：下列“若 p ，则 q ”形式的命题中，那些命题中的 p 是 q 的充分条件？

(1) 若 $x = 1$ ，则 $x^2 - 4x + 3 = 0$ ； (2) 若 $f(x) = x$ ，则 $f(x)$ 为增函数；

(3) 若 x 为无理数，则 x^2 为无理数.

分析：要判断 p 是否是 q 的充分条件，就要看 p 能否推出 q .

解略.

例2：下列“若 p ，则 q ”形式的命题中，那些命题中的 q 是 p 的必要条件？

(1) 若 $x = y$ ，则 $x^2 = y^2$ ；

(2) 若两个三角形全等，则这两个三角形的面积相等；

(3) (3) 若 $a > b$ ，则 $ac > bc$.

分析：要判断 q 是否是 p 的必要条件，就要看 p 能否推出 q .

解略.

4、巩固巩固：P12 练习 第1、2、3、4题

5. 教学反思：

充分、必要的定义.

在“若 p ，则 q ”中，若 $p \Rightarrow q$ ，则 p 为 q 的充分条件， q 为 p 的必要条件.

6. 作业 P14：习题 1.2A 组第1(1)(2), 2(1)(2)题

注：(1) 条件是相互的；

(2) p 是 q 的什么条件，有四种回答方式：

① p 是 q 的充分而不必要条件；

② p 是 q 的必要而不充分条件；

③ p 是 q 的充要条件；

④ p 是 q 的既不充分也不必要条件.

1.2.2 充要条件

(一) 教学目标

1. 知识与技能目标：

(1) 正确理解充要条件的定义，了解充分而不必要条件，必要而不充分条件，既不充分也不必要条件的定义.

(2) 正确判断充分不必要条件、必要不充分条件、充要条件、既不充分也不必要条件.

(3) 通过学习，使学生明白对条件的判定应该归结为判断命题的真假，.

2. 过程与方法目标：在观察和思考中，在解题和证明题中，培养学生思维能力的严密性品质.

3. 情感、态度与价值观：

激发学生的学习热情，激发学生的求知欲，培养严谨的学习态度，培养积极进取的精神.

(二) 教学重点与难点

重点：1、正确区分充要条件；2、正确运用“条件”的定义解题

难点：正确区分充要条件.

教具准备：与教材内容相关的资料.

教学设想：在观察和思考中，在解题和证明题中，培养学生思维能力的严密性品质.

(三) 教学过程

学生探究过程：

1. 思考、分析

已知 p : 整数 a 是 2 的倍数; q : 整数 a 是偶数.

请判断: p 是 q 的充分条件吗? p 是 q 的必要条件吗?

分析: 要判断 p 是否是 q 的充分条件, 就要看 p 能否推出 q , 要判断 p 是否是 q 的必要条件, 就要看 q 能否推出 p .

易知: $p \Rightarrow q$, 故 p 是 q 的充分条件;

又 $q \Rightarrow p$, 故 p 是 q 的必要条件.

此时, 我们说, p 是 q 的充分必要条件

2. 类比归纳

一般地, 如果既有 $p \Rightarrow q$, 又有 $q \Rightarrow p$ 就记作 $p \Leftrightarrow q$.

此时, 我们说, 那么 p 是 q 的充分必要条件, 简称充要条件. 显然, 如果 p 是 q 的充要条件, 那么 q 也是 p 的充要条件.

概括地说, 如果 $p \Leftrightarrow q$, 那么 p 与 q 互为充要条件.

3. 例题分析

例 1: 下列各题中, 哪些 p 是 q 的充要条件?

(1) $p: b=0, q$: 函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 是偶函数;

(2) $p: x > 0, y > 0, q: xy > 0$;

(3) $p: a > b, q: a + c > b + c$;

(4) $p: x > 5, q: x > 10$

(5) $p: a > b, q: a^2 > b^2$

分析: 要判断 p 是 q 的充要条件, 就要看 p 能否推出 q , 并且看 q 能否推出 p .

解: 命题 (1) 和 (3) 中, $p \Rightarrow q$, 且 $q \Rightarrow p$, 即 $p \Leftrightarrow q$, 故 p 是 q 的充要条件;

命题 (2) 中, $p \Rightarrow q$, 但 $q \not\Rightarrow p$, 故 p 不是 q 的充要条件;

命题 (4) 中, $p \not\Rightarrow q$, 但 $q \Rightarrow p$, 故 p 不是 q 的充要条件;

命题 (5) 中, $p \not\Rightarrow q$, 且 $q \not\Rightarrow p$, 故 p 不是 q 的充要条件;

4. 类比定义

一般地,

若 $p \Rightarrow q$, 但 $q \not\Rightarrow p$, 则称 p 是 q 的充分但不必要条件;

若 $p \not\Rightarrow q$, 但 $q \Rightarrow p$, 则称 p 是 q 的必要但不充分条件;

若 $p \not\Rightarrow q$, 且 $q \not\Rightarrow p$, 则称 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

在讨论 p 是 q 的什么条件时, 就是指以下四种之一:

①若 $p \Rightarrow q$, 但 $q \not\Rightarrow p$, 则 p 是 q 的充分但不必要条件;

②若 $q \Rightarrow p$, 但 $p \not\Rightarrow q$, 则 p 是 q 的必要但不充分条件;

③若 $p \Rightarrow q$, 且 $q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 的充要条件;

④若 $p \not\Rightarrow q$, 且 $q \not\Rightarrow p$, 则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

5. 巩固练习: P14 练习第 1、2 题

说明: 要求学生回答 p 是 q 的充分但不必要条件、或 p 是 q 的必要但不充分条件、或 p 是 q 的充要条件、或 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

6. 例题分析

例 2: 已知: $\odot O$ 的半径为 r , 圆心 O 到直线 l 的距离为 d . 求证: $d=r$ 是直线 l 与 $\odot O$ 相切的充要条件.

分析: 设 $p: d=r, q$: 直线 l 与 $\odot O$ 相切. 要证 p 是 q 的充要条件, 只需要分别证明充分性 ($p \Rightarrow q$) 和必要性 ($q \Rightarrow p$) 即可.

证明过程略.

例 3、设 p 是 r 的充分而不必要条件， q 是 r 的充分条件， r 成立，则 s 成立. s 是 q 的充分条件，问 (1) s 是 r 的什么条件？ (2) p 是 q 的什么条件？

7. 教学反思：

充要条件的判定方法

如果“若 p ，则 q ”与“若 q 则 p ”都是真命题，那么 p 就是 q 的充要条件，否则不是.

8. 作业：P14：习题 1.2A 组第 1(3) (2), 2(3), 3 题

课后反思：

甘肃省金昌市第一中学 2014 年高中数学 1.3.1 且 1.3.2 或教案 新

人教 A 版选修 1-1

1.3.1 且 1.3.2 或

(一)教学目标

1. 知识与技能目标:

- (1) 掌握逻辑联结词“或、且”的含义
- (2) 正确应用逻辑联结词“或、且”解决问题
- (3) 掌握真值表并会应用真值表解决问题

2. 过程与方法目标:

在观察和思考中,在解题和证明题中,本节课要特别注重学生思维的严密性品质的培养.

3. 情感态度价值观目标:

激发学生的学习热情,激发学生的求知欲,培养严谨的学习态度,培养积极进取的精神.

(二)教学重点与难点

重点:通过数学实例,了解逻辑联结词“或、且”的含义,使学生能正确地表述相关数学内容.

难点:1、正确理解命题“ $P \wedge q$ ”“ $P \vee q$ ”真假的規定和判定. 2、简洁、准确地表述命题“ $P \wedge q$ ”“ $P \vee q$ ”.

教具准备:与教材内容相关的资料.

教学设想:在观察和思考中,在解题和证明题中,本节课要特别注重学生思维的严密性品质的培养.

(三)教学过程

学生探究过程:

1、引入

在当今社会中,人们从事任何工作、学习,都离不开逻辑.具有一定逻辑知识是构成一个公民的文化素质的重要方面.数学的特点是逻辑性强,特别是进入高中以后,所学的数学比初中更强调逻辑性.如果不学习一定的逻辑知识,将会在我们学习的过程中不知不觉地经常犯逻辑性的错误.其实,同学们在初中已经开始接触一些简易逻辑的知识.

在数学中,有时会使用一些联结词,如“且”“或”“非”.在生活用语中,我们也使用这些联结词,但表达的含义和用法与数学中的含义和用法不尽相同.下面介绍数学中使用联结词“且”“或”“非”联结命题时的含义和用法.

为叙述简便,今后常用小写字母 $p, q, r, s, \dots$ 表示命题.(注意与上节学习命题的条件 p 与结论 q 的区别)

2、思考、分析

问题 1: 下列各组命题中,三个命题间有什么关系?

- (1) ①12 能被 3 整除;
②12 能被 4 整除;
③12 能被 3 整除且能被 4 整除。
- (2) ①27 是 7 的倍数;
②27 是 9 的倍数;
③27 是 7 的倍数或是 9 的倍数。

学生很容易看到，在第（1）组命题中，命题③是由命题①②使用联结词“且”联结得到的新命题，在第（2）组命题中，命题③是由命题①②使用联结词“或”联结得到的新命题。

问题 2：以前我们有没有学习过象这样用联结词“且”或“或”联结的命题呢？你能否举一些例子？

例如：命题 p：菱形的对角线相等且菱形的对角线互相平分。

命题 q：三条边对应成比例的两个三角形相似或两个角相等的两个三角形相似。

3、归纳定义

一般地，用联结词“且”把命题 p 和命题 q 联结起来，就得到一个新命题，记作

$$p \wedge q$$

读作“p 且 q”。

一般地，用联结词“或”把命题 p 和命题 q 联结起来，就得到一个新命题，记作 $p \vee q$ ，读作“p 或 q”。

命题“ $p \wedge q$ ”与命题“ $p \vee q$ ”即，命题“p 且 q”与命题“p 或 q”中的“且”字与“或”字与下面两个命题中的“且”字与“或”字的含义相同吗？

（1）若 $x \in A$ 且 $x \in B$ ，则 $x \in A \cap B$ 。

（2）若 $x \in A$ 或 $x \in B$ ，则 $x \in A \cup B$ 。

定义中的“且”字与“或”字与两个命题中的“且”字与“或”字的含义是类似。但这里的逻辑联结词“且”与日常语言中的“和”，“并且”，“以及”，“既…又…”等相当，表明前后两者同时兼有，同时满足，逻辑联结词“或”与生活中“或”的含义不同，例如“你去或我去”，理解上是排斥你我都去这种可能。

说明：符号“ $\wedge$ ”与“ $\cap$ ”开口都是向下，符号“ $\vee$ ”与“ $\cup$ ”开口都是向上。

注意：“p 或 q”，“p 且 q”，命题中的“p”、“q”是两个命题，而原命题，逆命题，否命题，逆否命题中的“p”，“q”是一个命题的条件和结论两个部分。

4、命题“ $p \wedge q$ ”与命题“ $p \vee q$ ”的真假的规定

你能确定命题“ $p \wedge q$ ”与命题“ $p \vee q$ ”的真假吗？命题“ $p \wedge q$ ”与命题“ $p \vee q$ ”的真假和命题 p，q 的真假之间有什么联系？

引导学生分析前面所举例子中命题 p，q 以及命题 $p \wedge q$ 的真假性，概括出这三个命题的真假之间的关系的一般规律。

例如：在上面的例子中，第（1）组命题中，①②都是真命题，所以命题③是真命题。

第（2）组命题中，①是假命题，②是真命题，但命题③是真命题。

p	q	$p \vee q$
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

p	q	$p \wedge q$
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

（即一假则假）

（即一真则真）

一般地，我们规定：

当 p, q 都是真命题时, $p \wedge q$ 是真命题; 当 p, q 两个命题中有一个命题是假命题时, $p \wedge q$ 是假命题; 当 p, q 两个命题中有一个是真命题时, $p \vee q$ 是真命题; 当 p, q 两个命题都是假命题时, $p \vee q$ 是假命题。

5、例题

例 1: 将下列命题分别用“且”与“或”联结成新命题“ $p \wedge q$ ”与“ $p \vee q$ ”的形式, 并判断它们的真假。

(1) p : 平行四边形的对角线互相平分, q : 平行四边形的对角线相等。

(2) p : 菱形的对角线互相垂直, q : 菱形的对角线互相平分;

(3) p : 35 是 15 的倍数, q : 35 是 7 的倍数。

解: (1) $p \wedge q$: 平行四边形的对角线互相平分且平行四边形的对角线相等. 也可简写成
平行四边形的对角线互相平分且相等。

$p \vee q$: 平行四边形的对角线互相平分或平行四边形的对角线相等. 也可简写成
平行四边形的对角线互相平分或相等。

由于 p 是真命题, 且 q 也是真命题, 所以 $p \wedge q$ 是真命题, $p \vee q$ 也是真命题。

(2) $p \wedge q$: 菱形的对角线互相垂直且菱形的对角线互相平分. 也可简写成
菱形的对角线互相垂直且平分。

$p \vee q$: 菱形的对角线互相垂直或菱形的对角线互相平分. 也可简写成
菱形的对角线互相垂直或平分。

由于 p 是真命题, 且 q 也是真命题, 所以 $p \wedge q$ 是真命题, $p \vee q$ 也是真命题。

(3) $p \wedge q$: 35 是 15 的倍数且 35 是 7 的倍数. 也可简写成
35 是 15 的倍数且是 7 的倍数。

$p \vee q$: 35 是 15 的倍数或 35 是 7 的倍数. 也可简写成
35 是 15 的倍数或是 7 的倍数。

由于 p 是假命题, q 是真命题, 所以 $p \wedge q$ 是假命题, $p \vee q$ 是真命题。

说明, 在用“且”或“或”联结新命题时, 如果简写, 应注意保持命题的意思不变。

例 2: 选择适当的逻辑联结词“且”或“或”改写下列命题, 并判断它们的真假。

(1) 1 既是奇数, 又是素数;

(2) 2 是素数且 3 是素数;

(3) $2 \leq 2$ 。

解略。

例 3、判断下列命题的真假:

(1) 6 是自然数且是偶数

(2) $\emptyset$ 是 A 的子集且是 A 的真子集;

(3) 集合 A 是 $A \cap B$ 的子集或是 $A \cup B$ 的子集;

(4) 周长相等的两个三角形全等或面积相等的两个三角形全等. 解略。

6. 巩固练习 : P₁₁ 练习第 1 , 2 题

7. 教学反思:

(1) 掌握逻辑联结词“或、且”的含义

(2) 正确应用逻辑联结词“或、且”解决问题

(1) 掌握真值表并会应用真值表解决问题

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
真	真	真	真
真	假	假	真
假	真	假	真

假	假	假	假
---	---	---	---

8. 作业:

P20: 习题 1.3 A 组第 1、2 题

甘肃省金昌市第一中学 2014 年高中数学 1.3.3 非教案 新人教 A 版

选修 1-1

1.3.3 非

(一) 教学目标

1. 知识与技能目标:

- (1) 掌握逻辑联结词“非”的含义
- (2) 正确应用逻辑联结词“非”解决问题
- (3) 掌握真值表并会应用真值表解决问题

2. 过程与方法目标:

观察和思考中, 在解題和证明題中, 本節課要特別注重學生思維能力中嚴密性品質的培養.

3. 情感態度價值目標:

激發學生的學習熱情, 激發學生的求知欲, 培養嚴謹的學習態度, 培養積極進取的精神.

(二) 教學重點與難點

重點: 通過數學實例, 了解邏輯聯結詞“非”的含義, 使學生能正確地表述相關數學內容.

難點: 1、正確理解命題 “ $\neg P$ ” 真假的規定和判定. 2、簡潔、準確地表述命題 “ $\neg P$ ”.

教具準備: 與教材內容相關的資料.

教學設想: 激發學生的學習熱情, 激發學生的求知欲, 培養嚴謹的學習態度, 培養積極進取的精神.

(三) 教學過程

學生探究過程: 1、思考、分析

問題 1: 下列各組命題中的兩個命題間有什麼關係?

- (1) ①35 能被 5 整除; ②35 不能被 5 整除;
- (2) ①方程 $x^2+x+1=0$ 有實數根。 ②方程 $x^2+x+1=0$ 無實數根。

學生很容易看到, 在每組命題中, 命題②是命題①的否定。

2、歸納定義

一般地, 對一個命題 p 全盤否定, 就得到一個新命題, 記作

$$\neg p$$

讀作“非 p ”或“ p 的否定”。

3、命題 “ $\neg p$ ” 與命題 p 的真假間的關係

命題 “ $\neg p$ ” 與命題 p 的真假之間有什麼聯繫?

引導學生分析前面所舉例子中命題 p 與命題 $\neg p$ 的真假性, 概括出這兩個命題的真假之間的關係的一般規律。

例如: 在上面的例子中, 第 (1) 組命題中, 命題①是真命題, 而命題②是假命題。

第 (2) 組命題中, 命題①是假命題, 而命題②是真命題。

由此可以看出, 既然命題 $\neg p$ 是命題 p 的否定, 那麼 $\neg p$ 與 p 不能同時為真命題, 也不能同時為假命題, 也就是說,

若 p 是真命題, 則 $\neg p$ 必是假命題; 若 p 是假命題, 則 $\neg p$ 必是真命題;

p	$\neg p$
真	假
假	真

4、命题的否定与否命题的区别

让学生思考：命题的否定与原命题的否命题有什么区别？

命题的否定是否定命题的结论，而命题的否命题是对原命题的条件和结论同时进行否定，因此在解题时应分清命题的条件和结论。

例：如果命题 p: 5 是 15 的约数，那么

命题 $\neg p$: 5 不是 15 的约数；

p 的否命题：若一个数不是 5，则这个数不是 15 的约数。

显然，命题 p 为真命题，而命题 p 的否定 $\neg p$ 与否命题均为假命题。

5. 例题分析

例 1 写出下表中各给定语的否定语。

若给定语为	等于	大于	是	都是	至多有一个	至少有一个
其否定语分别为						

分析：“等于”的否定语是“不等于”；
“大于”的否定语是“小于或者等于”；
“是”的否定语是“不是”；

甘肃省金昌市第一中学 2014 年高中数学 1.4.1 全称量词 1.4.2 存

在量词教案 新人教 A 版选修 1-1

1.4.1 全称量词 1.4.2 存在量词

(一) 教学目标

1. 知识与技能目标

(1) 通过生活和数学中的丰富实例理解全称量词与存在量词的含义，熟悉常见的全称量词和存在量词.

(2) 了解含有量词的全称命题和特称命题的含义，并能用数学符号表示含有量词的命题及

判断其命题的真假性.

2. 过程与方法目标 使学生体会从具体到一般的认知过程，培养学生抽象、概括的能力.

3. 情感态度价值观

通过学生的举例，培养他们的辨析能力以及培养他们的良好的思维品质，在练习过程中进行辩证唯物主义思想教育.

(二) 教学重点与难点

重点: 理解全称量词与存在量词的意义

难点: 全称命题和特称命题真假的判定.

教具准备: 与教材内容相关的资料.

教学设想: 激发学生的学习热情，激发学生的求知欲，培养严谨的学习态度，培养积极进取的精神.

(三) 教学过程

学生探究过程: 1. 思考、分析

下列语句是命题吗? 假如是命题你能判断它的真假吗?

(1) $2x + 1$ 是整数;

(2) $x > 3$;

(3) 如果两个三角形全等, 那么它们的对应边相等;

(4) 平行于同一条直线的两条直线互相平行;

(5) 海师附中今年所有高中一年级的学生数学课本都是采用人民教育出版社 A 版的教科书;

(6) 所有有中国国籍的人都是黄种人;

(7) 对所有的 $x \in \mathbb{R}$, $x > 3$;

(8) 对任意一个 $x \in \mathbb{Z}$, $2x + 1$ 是整数.

1. 推理、判断

(让学生自己表述)

(1)、(2) 不能判断真假, 不是命题.

(3)、(4) 是命题且是真命题.

(5) — (8) 如果是假, 我们只要举出一个反例就行.

注: 对于 (5) — (8) 最好是引导学生将反例用命题的形式写出来. 因为这些命题的反例涉及到“存在量词”“特称命题”“全称命题的否定”这些后续内容.

(5) 的真假就看命题：海师附中今年存在个别（部分）高一学生数学课本不是采用人民教育出版社 A 版的教科书；这个命题的真假，该命题为真，所以命题 (5) 为假；

命题 (6) 是假命题。事实上，存在一个（个别、部分）有中国国籍的人不是黄种人。

命题 (7) 是假命题。事实上，存在一个（个别、某些）实数（如 $x=2$ ）， $x < 3$ 。

（至少有一个 $x \in \mathbb{R}$ ， $x \leq 3$ ）

命题 (8) 是真命题。事实上不存在某个 $x \in \mathbb{Z}$ ，使 $2x+1$ 不是整数。也可以说命题：存在某个 $x \in \mathbb{Z}$ 使 $2x+1$ 不是整数，是假命题。

3. 发现、归纳

命题 (5) — (8) 跟命题 (3)、(4) 有些不同，它们用到“所有的”“任意一个”这样的词语，这些词语一般在指定的范围内都表示**整体或全部**，这样的词叫做**全称量词**，用符号“ $\forall$ ”表示，含有全称量词的命题，叫做**全称命题**。命题 (5) — (8) 都是全称命题。

通常将含有变量 x 的语句用 $p(x)$ ， $q(x)$ ， $r(x)$ ，……表示，变量 x 的取值范围用 M 表示。那么全称命题“对 M 中任意一个 x ，有 $p(x)$ 成立”可用符号简记为： $\forall x \in M, p(x)$ 。

读做“对任意 x 属于 M ，有 $p(x)$ 成立”。

刚才在判断命题 (5) — (8) 的真假的时候，我们还得出这样一些命题：

(5) 存在个别高一学生数学课本不是采用人民教育出版社 A 版的教科书；

(6) 存在一个（个别、部分）有中国国籍的人不是黄种人。

(7) 存在一个（个别、某些）实数 x （如 $x=2$ ），使 $x \leq 3$ 。（至少有一个 $x \in \mathbb{R}$ ， $x \leq 3$ ）

(8) 不存在某个 $x \in \mathbb{Z}$ 使 $2x+1$ 不是整数。

这些命题用到了“存在一个”“至少有一个”这样的词语，这些词语都是表示**整体的一部分**的词叫做**存在量词**。并用符号“ $\exists$ ”表示。含有存在量词的命题叫做**特称命题（或存在命题）**。命题 (5) — (8) 都是特称命题（存在命题）。

特称命题：“存在 M 中一个 x ，使 $p(x)$ 成立”可以用符号简记为： $\exists x \in M, p(x)$ 。

读做“存在一个 x 属于 M ，使 $p(x)$ 成立”。

全称量词相当于日常语言中“凡”，“所有”，“一切”，“任意一个”等；存在量词相当于日常语言中“存在一个”，“有一个”，“有些”，“至少有一个”，“至多有一个”等。

4. 巩固练习

(1) 下列全称命题中，真命题是：

A. 所有的素数是奇数；

B. $\forall x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 > 0$ ；

C. $\forall x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} \geq 2$

D. $\forall x \in (0, \frac{\pi}{2}), \sin x + \frac{1}{\sin x} \geq 2$

(2) 下列特称命题中，假命题是：

A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x - 3 = 0$

B. 至少有一个 $x \in \mathbb{Z}$ ， x 能被 2 和 3 整除

C. 存在两个相交平面垂直于同一直线

D. $\exists x \in \{x | x \text{ 是无理数}\}, x^2 \text{ 是有理数}.$

(3) 已知：对 $\forall x \in \mathbb{R}^+, a < x + \frac{1}{x}$ 恒成立，则 a 的取值范围是_____。

变式：已知：对 $\forall x \in R^+, x^2 - ax + 1 < 0$ 恒成立，则 a 的取值范围是_____；

(4) 求函数 $f(x) = -\cos^2 x - \sin x + 3$ 的值域；

变式：已知：对 $\forall x \in R$, 方程 $\cos^2 x + \sin x - 3 + a = 0$ 有解，求 a 的取值范围

5. 课外作业 P₂₉ 习题 1.4A 组 1、2 题：

6. 教学反思：

(1) 判断下列全称命题的真假：

- ①末位是 0 的整数，可以被 5 整除；
- ②线段的垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等；
- ③负数的平方是正数；
- ④梯形的对角线相等。

(2) 判断下列特称命题的真假：

- ①有些实数是无限不循环小数；
- ②有些三角形不是等腰三角形；
- ③有些菱形是正方形。

(3) 探究：

①请课后探究命题 (5) - (8) 跟命题 (5) - (8) 分别有什么关系？

②请你自己写出几个全称命题，并试着写出它们的否命题。写出几个特称命题，并试着写出它们的否命题。

甘肃省金昌市第一中学 2014 年高中数学 1. 4. 3 含有一个量词的

命题的否定教案 新人教 A 版选修 1-1

1. 4. 3 含有一个量词的命题的否定

(一) 教学目标

1. 知识与技能目标

(1) 通过探究数学中一些实例, 使学生归纳总结出含有一个量词的命题与它们的否定在形式上的变化规律.

(2) 通过例题和习题的教学, 使学生能够根据含有一个量词的命题与它们的否定在形式上的变化规律, 正确地对含有一个量词的命题进行否定.

2. 过程与方法目标: 使学生体会从具体到一般的认知过程, 培养学生抽象、概括的能力.

3. 情感态度价值观

通过学生的举例, 培养他们的辨析能力以及培养他们的良好的思维品质, 在练习过程中进行辩证唯物主义思想教育.

(二) 教学重点与难点

教学重点: 通过探究, 了解含有一个量词的命题与它们的否定在形式上的变化规律, 会正确地

对含有一个量词的命题进行否定.

教学难点: 正确地对含有一个量词的命题进行否定.

教具准备: 与教材内容相关的资料.

教学设想: 激发学生的学习热情, 激发学生的求知欲, 培养严谨的学习态度, 培养积极进取的精神.

(三) 教学过程

学生探究过程: 1. 回顾

我们在上一节中学习过逻辑联结词“非”. 对给定的命题 p , 如何得到命题 p 的否定 (或非 p), 它们的真假性之间有何联系?

2. 思考、分析

判断下列命题是全称命题还是特称命题, 你能写出下列命题的否定吗?

(1) 所有的矩形都是平行四边形;

(2) 每一个素数都是奇数;

(3) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 1 \geq 0$.

(4) 有些实数的绝对值是正数;

(5) 某些平行四边形是菱形;

(6) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 < 0$.

3. 推理、判断

你能发现这些命题和它们的否定在形式上有什么变化? (让学生自己表述)

前三个命题都是全称命题, 即具有形式 “ $\forall x \in M, p(x)$ ”.

其中命题 (1) 的否定是 “并非所有的矩形都是平行四边形”, 也就是说, 存在一个矩形不都是平行四边形;

命题 (2) 的否定是 “并非每一个素数都是奇数;”, 也就是说,

存在一个素数不是奇数；

命题(3)的否定是“并非 $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 1 \geq 0$ ”，也就是说，

$$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 1 < 0;$$

后三个命题都是特称命题，即具有形式“ $\exists x \in M, p(x)$ ”。

其中命题(4)的否定是“不存在一个实数，它的绝对值是正数”，也就是说，

所有实数的绝对值都不是正数；

命题(5)的否定是“没有一个平行四边形是菱形”，也就是说，

每一个平行四边形都不是菱形；

命题(6)的否定是“不存在 $x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 < 0$ ”，也就是说，

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \geq 0;$$

4. 发现、归纳

从命题的形式上看，前三个全称命题的否定都变成了特称命题。后三个特称命题的否定都变成了全称命题。

一般地，对于含有一个量词的全称命题的否定，有下面的结论：

全称命题 P：

$$\forall x \in M, p(x)$$

它的否定 $\neg P$

$$\exists x \in M, p(x)$$

特称命题 P：

$$\exists x \in M, p(x)$$

它的否定 $\neg P$ ：

$$\forall x \in M, \neg p(x)$$

全称命题和否定是特称命题。特称命题的否定是全称命题。

5. 巩固练习

判断下列命题是全称命题还是特称命题，并写出它们的否定：

- (1) p: 所有能被 3 整除的整数都是奇数；
- (2) p: 每一个四边形的四个顶点共圆；
- (3) p: 对 $\forall x \in \mathbb{Z}$, x^2 个位数字不等于 3；
- (4) p: $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$ ；
- (5) p: 有的三角形是等边三角形；
- (6) p: 有一个素数含三个正因数。

6. 教学反思与作业

(1) 教学反思：如何写出含有一个量词的命题的否定，原先的命题与它的否定在形式上有什么变化？

(2) 作业：P₃₃ 习题 1.4A 组第 3 题；B 组 (1) (2) (3) (4)

甘肃省金昌市第一中学 2014 年高中数学 2.1.1 曲线与方程 2.1.2

求曲线的轨迹方程教案 新人教 A 版选修 1-1

一、教学目标

(一)知识教学点

使学生掌握常用动点的轨迹以及求动点轨迹方程的常用技巧与方法. (二)能力训练点
通过对求轨迹方程的常用技巧与方法的归纳和介绍, 培养学生综合运用各方面知识的能力.

(三)学科渗透点

通过对求轨迹方程的常用技巧与方法的介绍, 使学生掌握常用动点的轨迹, 为学习物理等学科打下扎实的基础.

二、教材分析

1. 重点: 求动点的轨迹方程的常用技巧与方法.

(解决办法: 对每种方法用例题加以说明, 使学生掌握这种方法.) 2. 难点: 作相关点法求动点的轨迹方法.

(解决办法: 先使学生了解相关点法的思路, 再用例题进行讲解.)

教具准备: 与教材内容相关的资料.

教学设想: 激发学生的学习热情, 激发学生的求知欲, 培养严谨的学习态度, 培养积极进取的精神.

三、教学过程

学生探究过程:

(一)复习引入

大家知道, 平面解析几何研究的主要问题是:

(1)根据已知条件, 求出表示平面曲线的方程;

(2)通过方程, 研究平面曲线的性质.

我们已经对常见曲线圆、椭圆、双曲线以及抛物线进行过这两个方面的研究, 今天在上面已经研究的基础上来对根据已知条件求曲线的轨迹方程的常见技巧与方法进行系统分析.

(二)几种常见求轨迹方程的方法

1. 直接法

由题设所给(或通过分析图形的几何性质而得出)的动点所满足的几何条件列出等式, 再用坐标代替这等式, 化简得曲线的方程, 这种方法叫直接法.

例 1(1)求和定圆 $x^2+y^2=k^2$ 的圆周的半径等于 k 的动点 P 的轨迹方程;

(2)过点 $A(a, 0)$ 作圆 $O: x^2+y^2=R^2 (a>R>0)$ 的割线, 求割线被圆 O 截得弦的中点的轨迹.

对(1)分析:

动点 P 的轨迹是不知道的, 不能考查其几何特征, 但是给出了动点 P 的运动规律:

$|OP|=2R$ 或 $|OP|=0$.

解: 设动点 $P(x, y)$, 则有 $|OP|=2R$ 或 $|OP|=0$.

即 $x^2+y^2=4R^2$ 或 $x^2+y^2=0$.

故所求动点 P 的轨迹方程为 $x^2+y^2=4R^2$ 或 $x^2+y^2=0$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/285020210104011324>