

八年级下册数学《第十九章 一次函数》

19.1 函 数



知识要点归纳

知识点一

常量与变量

◆ **常量**：在一个变化过程中，数值始终不变的量叫做常量.

◆ **变量**：在一个变化过程中，数值发生变化的量叫做变量.

【**注意**】判断一个量是常量还是变量，应先看它是否在一个变化的过程中，若在，则看它在这个变化过程中数值是否发生变化.“常量”是已知数，是指在整个变化过程中保持不变的量，但“常量”不等于“常数”，它也可以是数值不变的字母，如在匀速运动中的速度 v 就是一个常量.

知识点二

函数

◆ **函数的定义**：一般地，在一个变化过程中，如果有两个变量 x 与 y ，并且对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与其对应，那么我们就说 x 是**自变量**， y 是 x 的**函数**.

◆ **函数值的定义**：如果当 $x = a$ 时 $y = b$ ，那么 b 叫做当自变量的值为 a 时的**函数值**.

【**注意**】理解函数定义时应把握以下几点：①有两个变量；②函数不是数，函数的本质是对应，函数关系就是变量之间的对应关系，且是一种特殊的对应关系，一个变量的数值随另一个变量的数值的变化而变化；③对于自变量的每一个确定的值，函数有且仅有一个值与之对应.

知识点三

函数解析式

◆ **函数解析式**：用来表示函数关系的等式叫做函数解析式，也称为函数关系式.

【**注意**】

①函数解析式是等式.

②函数解析式中，通常等式的右边的式子中的变量是自变量，等式左边的那个字母表示自变量的函数.

③函数的解析式在书写时有顺序性，例如， $y=x+9$ 时表示 y 是 x 的函数，若写成 $x=-y+9$ 就表示 x 是 y 的函数.

知识点四

自变量取值范围的确定

◆1、使函数有意义的自变量的取值叫做自变量的取值范围。

◆2、确定函数自变量取值范围的方法：

- ①当表达式的分母不含有自变量时，自变量取全体实数。
- ②当表达式的分母中含有自变量时，自变量取值要使分母不为零。
- ③当函数的表达式是偶次根式时，自变量的取值范围必须使被开方数不小于零。
- ④对于实际问题中的函数关系式，自变量的取值除必须使表达式有意义外，还要保证实际问题有意义。

知识点五

函数的图象

◆**函数图象的定义：**一般地，对于一个函数，如果把自变量与函数的每对对应值分别作为点的横、纵坐标，那么坐标平面内由这些点组成的图形，就是这个函数的**图象**。

【注意】①函数图形上的任意点 (x, y) 都满足其函数的解析式；②满足解析式的任意一对 x 、 y 的值，所对应的点一定在函数图象上；③判断点 $P(x, y)$ 是否在函数图象上的方法是：将点 $P(x, y)$ 的 x 、 y 的值代入函数的解析式，若能满足函数的解析式，这个点就在函数的图象上；如果不满足函数的解析式，这个点就不在函数的图象上。

知识点六

函数的图象的画法

◆描点法画函数图象的一般步骤如下：

第一步：**列表**——表中给出一些自变量的值及其对应的函数值；

第二步：**描点**——在直角坐标系中，以自变量的值为横坐标，相应的函数值为纵坐标，描出表格中数值对应的各点；

第三步：**连线**——按照横坐标由小到大的顺序，把所描出的各点用平滑曲线连接起来。

知识点七

函数的图象表示方法

◆三种表示函数的方法的优缺点以及它们之间的联系：

表示	优点	缺点
解析式	变量间关系简捷明了，便于分析计算	需通过计算，才能得到所需结果
列表	能直接得到某些具体的对应值	不能反映函数整体的变化情况
图象	直观表示了变量间变化过程与(趋势)	函数值只能是近似值
关系	解析式是基础，是重点，列表是画图象的关键，图象是在解析式和列表的基础上对函数的总体概括和形象化的表达.	



题型归纳

19.1函数

题型一 函数的识别

题型二 确定函数的自变量取值范围

题型三 求函数值

题型四 列函数解析式

题型五 实际问题中的函数图象

题型六 从函数图象中获取信息解决问题

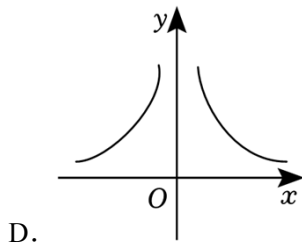
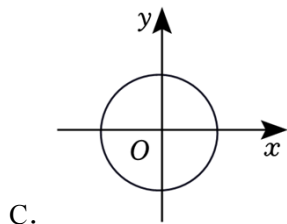
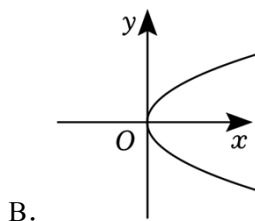
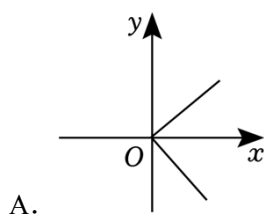
题型七 函数的图象的三种表示方法

题型八 动点运动问题和函数图象



题型一 函数的识别

【例题 1】 (2022 秋•聊城期末) 如图, 下列各曲线中能够表示 y 是 x 的函数的是 ()



【分析】 设在一个变化过程中有两个变量 x 与 y , 对于 x 的每一个确定的值, y 都有唯一的值与其对应, 那么就说 y 是 x 的函数, x 是自变量. 函数的意义反映在图象上简单的判断方法是: 作垂直 x 轴的直线在左右平移的过程中与函数图象只会有一个交点.

【解答】 解: A 、作垂直 x 轴的直线, 在左右平移的过程中与函数图象可能有两个交点, 故 A 不符合题意;
 B 、作垂直 x 轴的直线, 在左右平移的过程中与函数图象可能有两个交点, 故 B 不符合题意;
 C 、作垂直 x 轴的直线, 在左右平移的过程中与函数图象可能有两个交点, 故 C 不符合题意;
 D 、作垂直 x 轴的直线, 在左右平移的过程中与函数图象只会有一个交点, 故 D 符合题意;
故选: D .

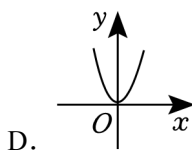
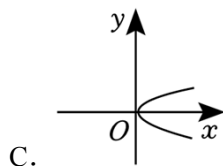
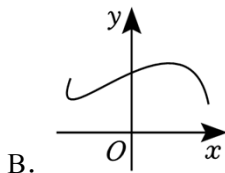
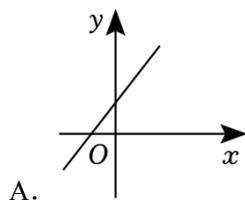
【点评】 主要考查了函数的定义: 在一个变化过程中, 有两个变量 x , y , 对于 x 的每一个取值, y 都有唯一确定的值与之对应, 则 y 是 x 的函数, x 叫自变量.

解题技巧提炼

函数的定义：设在一个变化过程中有两个变量 x 与 y ，对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一的值与其对应，那么就说 y 是 x 的函数， x 是自变量。

说明：对于函数概念的理解：①有两个变量；②一个变量的数值随着另一个变量的数值的变化而发生变化；③对于自变量的每一个确定的值，函数值有且只有一个值与之对应，即单对应。

【变式 1-1】（2022 秋·广饶县校级期末）下列各图象中， y 不是 x 的函数的是（ ）



【分析】对于自变量 x 的每一个确定的值 y 都有唯一的确定值与其对应，则 y 是 x 的函数，根据函数的定义解答即可。

【解答】解：根据函数的定义，选项 A 、 B 、 D 图象表示 y 是 x 的函数， C 图象中对于 x 的一个值 y 有两个值对应，故 C 中 y 不是 x 的函数，
故选：C。

【点评】此题考查函数的定义，函数图象，结合函数图象正确理解函数的定义是解题的关键。

【变式 1-2】（2022 秋·越城区校级期末）下列关系式中， y 不是 x 的函数的是（ ）

A. $y=x$

B. $y=x^2$

C. $y=x^3$

D. $|y|=x$

【分析】根据对于 x 的每一个确定的值， y 是否有唯一的值与其对应进行判断。

【解答】解： A 、 $y=x$ ， y 是 x 的函数，故 A 不符合题意；

B 、 $y=x^2$ ， y 是 x 的函数，故 B 不符合题意；

C 、 $y=x^3$ ， y 是 x 的函数，故 C 不符合题意；

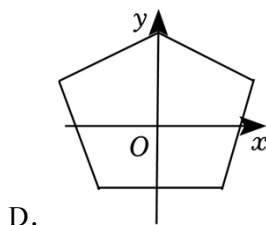
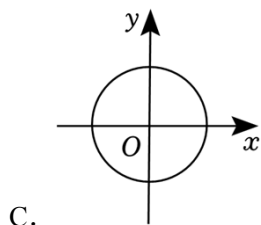
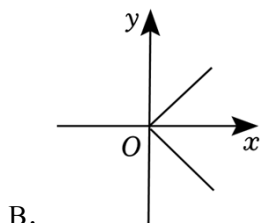
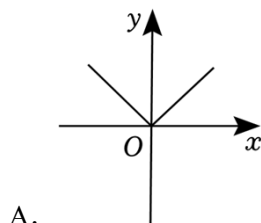
D 、 $|y|=x$ ，当 $x=2$ 时， $y=\pm 2$ ，即对于 x 的每一个确定的值， y 不是有唯一的值与其对应，

$\therefore y$ 不是 x 的函数，故 D 符合题意.

故选： D .

【点评】本题考查的是函数的定义，设在一个变化过程中有两个变量 x 与 y ，对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一的值与其对应，那么就说 y 是 x 的函数.

【变式 1-3】（2022 秋•莱阳市期末）下列图象中，表示 y 是 x 的函数的是（ ）



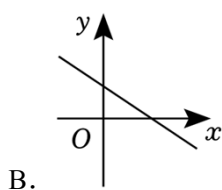
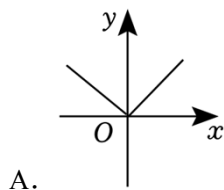
【分析】函数就是在一个变化过程中有两个变量 x ， y ，当给 x 一个值时， y 有唯一的值与其对应，就说 y 是 x 的函数， x 是自变量. 注意“ y 有唯一的值与其对应”对图象的影响.

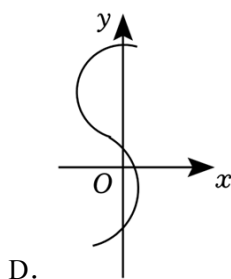
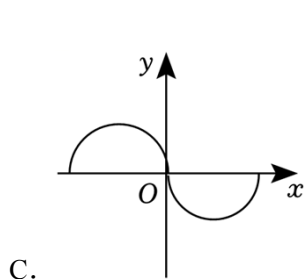
【解答】解：根据函数的定义可知，每给定自变量 x 一个值都有唯一的函数值 y 相对应，所以 B 、 C 、 D 错误.

故选： A .

【点评】主要考查了函数图象的读图能力. 要能根据函数图象的性质和图象上的数据分析得出函数的类型和所需要的条件，结合实际意义得到正确的结论. 函数的意义反映在图象上简单的判断方法是：做垂直 x 轴的直线在左右平移的过程中与函数图象只会有一个交点.

【变式 1-4】（2022 秋•镇海区校级期末）下列图形中，不能表示 y 是 x 函数的是（ ）





【分析】设在一个变化过程中有两个变量 x 与 y ，对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一的值与其对应，那么就说 y 是 x 的函数， C 选项中一个 x 值对应多个 y 值，与函数的概念不一致，由此即可求解。

【解答】解： A 图形中，一个 x 值对应唯一的 y 值，符合函数的定义，故此选项不符合题意；

B 图形中，一个 x 值对应唯一的 y 值，符合函数的定义，故此选项不符合题意；

C 图形中，一个 x 值对应唯一的 y 值，符合函数的定义，故此选项不符合题意；

D 图形中，一个 x 值对应多个 y 值，不符合函数的定义，故此选项符合题意；

故选： D 。

【点评】本题考查函数的定义，理解函数的定义，将图形与函数的定义结合是解题的关键。

【变式 1-5】（2022 秋•平桂区 期末）下列表达式中， y 不是 x 的函数的是（ ）

A. $y = \pm 6x$

B. $y = 6x^2 + x + 1$

C. $y = 6x + 3$

D. $y = \frac{6}{x}$

【分析】根据函数的定义：设在一个变化过程中有两个变量 x 与 y ，对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一的值与其对应，那么就说 y 是 x 的函数， x 是自变量，依次判断即可。

【解答】解： $y = \pm 6x$ 中， x 取一个值， y 有两个值和其对应，

故 A 选项符合题意；

$y = 6x^2 + x + 1$ 中， x 取一个值， y 有唯一的值和其对应，

故 B 选项不符合题意；

$y = 6x + 3$ 中， x 取一个值， y 有唯一的值和其对应，

故 C 选项不符合题意；

$y = \frac{6}{x}$ 中， x 取一个值， y 有唯一的值和其对应，

故 D 选项不符合题意，

故选： A 。

【点评】本题考查了函数的概念，熟练掌握函数的概念是解题的关键。

题型二 确定函数自变量的取值范围

【例题 2】（2022 秋·任城区校级期末）在函数 $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x}$ 中，自变量 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \geq -3$ B. $x > -3$ C. $x \geq -3$ 且 $x \neq 0$ D. $x \neq 0$ 且 $x \neq -3$

【分析】根据分式有意义的条件和二次根式有意义的条件，可得 $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$ ，然后进行计算即可解答.

【解答】解：根据题意可得： $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$ ，

解得： $x \geq -3$ 且 $x \neq 0$ ，

故选：C.

【点评】本题考查了函数自变量的取值范围，熟练掌握分式有意义的条件和二次根式有意义的条件是解题的关键.

解题技巧提炼

自变量的取值范围必须使含有自变量的表达式都有意义.

①当表达式的分母不含有自变量时，自变量取全体实数. 例如 $y=2x+13$ 中的 x .

②当表达式的分母中含有自变量时，自变量取值要使分母不为零. 例如 $y = \frac{1}{x+2x-1}$.

③当函数的表达式是偶次根式时，自变量的取值范围必须使被开方数不小于零.

④对于实际问题中的函数关系式，自变量的取值除必须使表达式有意义外，还要保证实际问题有意义.

【变式 2-1】（2022 秋•香坊区期末）函数 $y = \frac{2}{x-3}$ 中，自变量 x 的取值范围是 _____.

【分析】根据分母不为 0 可得 $x - 3 \neq 0$ ，然后进行计算即可解答.

【解答】解：由题意得：

$$x - 3 \neq 0,$$

$$\text{解得：} x \neq 3,$$

故答案为： $x \neq 3$.

【点评】本题考查了函数自变量的取值范围，熟练掌握分母不为 0 是解题的关键.

【变式 2-2】（2022 秋•贵池区期末）函数 $y = \frac{\sqrt{1-2x}}{x+3}$ 中，自变量 x 的取值范围是（ ）

A. $x \geq \frac{1}{2}$

B. $x \neq -3$

C. $x \leq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq -3$

D. $x \leq -\frac{1}{2}$ 且 $x \neq -3$

【分析】根据分式有意义的条件以及二次根式有意义的条件即可求得 x 的取值范围.

【解答】解： $\because 1 - 2x \geq 0, x + 3 \neq 0,$

$$\therefore x \leq \frac{1}{2} \text{ 且 } x \neq -3, \text{ 故 C 正确.}$$

故选：C.

【点评】本题考查了分式有意义的条件以及二次根式有意义的条件，掌握以上知识是解题的关键.

【变式 2-3】（2022 秋•栾城区校级期末）函数 $y = \frac{\sqrt{x}-2}{x-3}$ 的自变量 x 的取值范围是（ ）

A. $x \neq 3$

B. $x > 0$ 且 $x \neq 3$

C. $x \geq 0$ 且 $x \neq 3$

D. $x > 2$ 且 $x \neq 3$

【分析】根据二次根式的性质和分式有意义的条件，列出不等式组求解即可.

【解答】解：根据题意可得：
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x - 3 \neq 0 \end{cases},$$

$$\text{解得：} x \geq 0 \text{ 且 } x \neq 3,$$

故选：C.

【点评】本题考查函数自变量的取值范围，理解二次根式和分式有意义的条件是解题的关键.

【变式 2-4】（2022 秋•浙川县期末）函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-3}$ 的自变量 x 的取值范围为 _____.

【分析】根据 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 以及分母不能为 0，进行计算即可.

【解答】解：由题意得：

$$x+1 \geq 0 \text{ 且 } x-3 \neq 0,$$

$$\therefore x \geq -1 \text{ 且 } x \neq 3,$$

故答案为： $x \geq -1$ 且 $x \neq 3$.

【点评】本题考查了函数自变量的取值范围，熟练掌握 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 以及分母不能为 0 是解题的关键.

【变式 2-5】（2022 秋•平桂区 期末）函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq 0$

B. $x > 1$

C. $x \geq 1$

D. $x \neq 0$

【分析】根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于或等于 0，分母不等于 0，可以求出 x 的范围.

【解答】解：根据题意得： $x-1 > 0$,

解得： $x > 1$.

故选： B.

【点评】本题考查了函数自变量的范围，掌握当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数，当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0，当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

【变式 2-6】（2022 秋•南开区校级期末） $y = \sqrt{2x+6} + \frac{1}{\sqrt{-2x}}$ 中自变量 x 的取值范围是_____.

【分析】根据函数的解析式的自变量的取值范围就是让函数的解析式由意义为依据列出式子，求出其解就可以了.

【解答】解：由题意，得

$$\begin{cases} 2x+6 \geq 0 \\ -2x > 0 \end{cases},$$

解得： $-3 \leq x < 0$.

$\therefore$ 故答案为： $-3 \leq x < 0$.

【点评】本题是一道有关函数的解析式的题目，考查了函数自变量的取值范围，要求学生理解自变量的取值范围就是使其解析式有意义。

题型三 求函数的值

【例题 3】（2021 秋·梧州期末）当 $x=2$ 时，函数 $y = \sqrt{6-x}$ 的函数值是（ ）

- A. $y=4$ B. $y=3$ C. $y=2$ D. $y=1$

【分析】把 $x=2$ 代入计算，再根据算术平方根的定义可得答案。

【解答】解：当 $x=2$ 时， $y = \sqrt{6-2} = \sqrt{4} = 2$ ，

故选：C。

【点评】本题考查函数值，将自变量的值代入求出函数值是解决问题的关键。

解题技巧提炼

①当已知函数解析式时，求函数值就是求代数式的值；当已知函数解析式，给出函数值时，求相应的自变量的值就是解方程；

②当自变量确定时，函数值是唯一确定的。但当函数值唯一确定时，对应的自变量可以是多个。

【变式 3-1】（2022 春·峯城区期中）已知变量 y 与 x 的关系式是 $y = 4x - \frac{1}{3}x^2$ ，则当 $x=3$ 时， y =_____。

【分析】将 $x=3$ 代入 $y = 4x - \frac{1}{3}x^2$ 即可求解。

【解答】解：当 $x=3$ 时， $y = 4x - \frac{1}{3}x^2 = 4 \times 3 - \frac{1}{3} \times 3^2 = 9$ 。

故答案为：9。

【点评】本题考查求函数值，解题的关键是掌握已知函数解析式时，求函数值就是求代数式的值.

【变式 3-2】（2022 春•平川区校级期中）已知变量 s 与 t 的关系式是 $s=5t-1.5t^2$ ，则当 $t=2$ 时， s =_____.

【分析】把 t 的值代入函数解析式进行计算即可得解.

【解答】解： $t=2$ 时， $s=5\times 2-1.5\times 2^2=10-6=4$.

故答案为：4.

【点评】本题考查了函数值求解，准确进行计算是解题的关键.

【变式 3-3】（2022 春•海沧区校级期末）下面四个函数中，符合当自变量 x 为 1 时，函数值为 1 的函数是（ ）

- A. $y=2x-2$ B. $y=\frac{2}{x}$ C. $y=x^2$ D. $y=x+1$

【分析】把 $x=1$ 代入每一个选项的函数关系式中，进行计算即可解答.

【解答】解：A、当 $x=1$ 时， $y=2\times 1-2=0$ ，故 A 不符合题意；

B、当 $x=1$ 时， $y=\frac{2}{1}=2$ ，故 B 不符合题意；

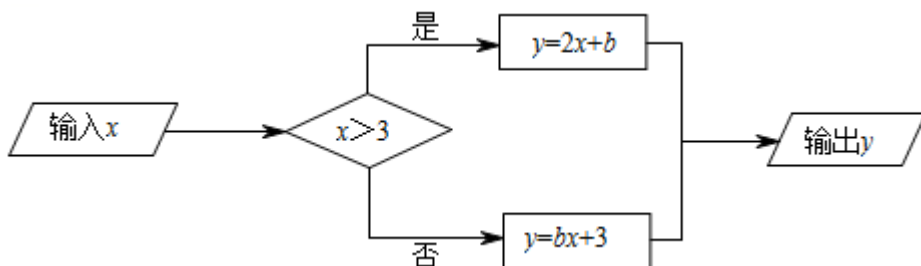
C、当 $x=1$ 时， $y=1^2=1$ ，故 C 符合题意；

D、当 $x=1$ 时， $y=1+1=2$ ，故 D 不符合题意；

故选：C.

【点评】本题考查了函数值，函数的概念，准确熟练地进行计算是解题的关键.

【变式 3-4】（2022 秋•南岸区校级期中）根据如图所示的程序计算函数 y 的值，若输入的 x 的值为 4 时，输出的 y 的值为 5. 则输入 x 的值为 3 时，输出的 y 的值为（ ）



- A. -6 B. 6 C. -3 D. 3

【分析】先将 $x=4$ 代入求得 b ，再将 $x=3$ 代入进而求得函数值 y .

【解答】解：当 $x=4$ ， $8+b=5$ ．

$$\therefore b = -3.$$

$$\therefore \text{当 } x=3, y = -3 \times 3 + 3 = -6.$$

故选：A．

【点评】本题主要考查求函数值，熟练掌握求函数值的方法是解决本题的关键．

【变式 3-5】（2022 秋•锦江区校级期中）已知函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ ．

（1）自变量 x 的取值范围为 _____；

（2）当 $x=4$ 时， y 的值为 _____．

【分析】（1）根据二次根式的被开方数大于 0 且分母不为 0 解决此题．

（2）将自变量的值代入解析式求得函数值．

【解答】解：（1）由题意得， $\sqrt{x-1} \neq 0$ 且 $x-1 \geq 0$ ．

$$\therefore x \neq 1 \text{ 且 } x \geq 1.$$

$$\therefore x > 1.$$

故答案为： $x > 1$ ．

$$\text{（2）当 } x=4, y = \frac{1}{\sqrt{x-1}} = \frac{1}{\sqrt{4-1}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{故答案为：} \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

【点评】本题主要考查二次根式的性质、求函数值，熟练掌握二次根式的被开方数大于 0、求函数值的方法是解决本题的关键．

【变式 3-6】（2021 秋•莲都区期末）某公交车司机统计了月乘车人数 x （人）与月利润 y （元）的部分数据如表，假设每位乘客的公交票价固定不变，公交车月支出费用为 6000 元．（月利润=月收入 - 月支出费用）

x （人）	...	2500	2750	3000	3500	4000	...
y （元）	...	-1000	-500	0	1000	2000	...

（1）根据函数的定义， y 是关于 x 的函数吗？

（2）结合表格解答下列问题：

①公交车票的单价是多少元？

②当 $x=2750$ 时， y 的值是多少？它的实际意义是什么？

【分析】（1）根据函数的定义进行判断即可；

（2）①根据表格中月乘车人数 x ，与月利润 y 之间的变化对应值，可求出车票的单价；

②根据表格中两个变量的对应值得出答案即可．

【解答】解：（1）由函数的定义可知，表格中“月利润 y ”随着“月乘车人数 x 的变化而变化，当月乘车人数每取一个固定值，月利润 y 就有唯一值与之相对应”，

所以月利润 y 是月乘车人数 x 的函数；

（2）① $(2000 - 1000) \div (4000 - 3500) = 2$ （元），

答：公交车的票价为每人 2 元；

②当 $x=2750$ 时， $y = -500$ ，当月乘车人数为 2750 人时，月利润为 -500 元，即公司亏损 500 元．

【点评】本题考查函数、函数值，理解函数的定义，掌握函数值的计算方法是正确解答的前提．

题型四 列函数解析式

【例题 4】（2022 春·清远期中）已知小明从 A 地到 B 地，速度为 4 千米/小时， A 、 B 两地相距 30 千米，

若用 x （小时）表示行走的时间， y （千米）表示余下的路程，则 y 与 x 之间的表达式是（ ）

A. $y=4x$

B. $y=4x - 30$

C. $y= - 4x$

D. $y=30 - 4x$

【分析】表示出小明 x 小时所行路程为 $4x\text{km}$ 后，就可以表示出所剩路程为 $(30 - 4x)\text{km}$ ，即可得出答案．

【解答】解： $\because$ 小明 x 小时行驶 $4x\text{km}$ ，

$\therefore$ 剩余路程为 $(30 - 4x)\text{km}$ ，

即 y 与 x 之间的函数表达式是 $y=30 - 4x$ ．

故选：D．

【点评】此题主要考查了函数关系式，正确理解题意表示出行驶路程是解题的关键．

解题技巧提炼

用来表示函数关系的等式叫做函数解析式，也称为函数关系式。

注意：①函数解析式是等式。

②函数解析式中，通常等式的右边的式子中的变量是自变量，等式左边的那个字母表示自变量的函数。

③函数的解析式在书写时有顺序性，例如， $y=x+9$ 时表示 y 是 x 的函数，若写成 $x=-y+9$ 就表示 x 是 y 的函数。

【变式 4-1】（2022 春·罗湖区校级期末）油箱中存油 20 升，油从油箱中均匀流出，流速为 0.2 升/分钟，

则油箱中剩余油量 Q （升）与流出时间 t （分钟）的函数关系是（ ）

- A. $Q=0.2t$ B. $Q=20-0.2t$ C. $t=0.2Q$ D. $t=20-0.2Q$

【分析】利用油箱中存油量 20 升 - 流出油量 = 剩余油量，根据等量关系列出函数关系式即可。

【解答】解：由题意得：流出油量是 $0.2t$ ，

则剩余油量： $Q=20-0.2t$ ，

故选：B。

【点评】此题主要考查了列函数解析式，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系。

【变式 4-2】（2022 秋·高新区校级期末）西安市出租车起步价 8.5 元（路程小于或等于 3 公里），超过 3 公里每增加 1 公里加收 2 元，出租车费 y （元）与行程 x （公里）（ $x>3$ ）之间的函数关系 _____。

【分析】首先设乘出租车 x km，应付 y 元车费，根据题意即可得一次函数： $y=8.5+2(x-3)$ ，进而得出即可。

【解答】解：设乘出租车 x km，应付 y 元车费。

∵ 每增加 1 公里加收 2 元，

∴ 根据题意得：当 $x>3$ 时， $y=8.5+2(x-3)=2x+2.5$ 。

故答案为： $y=2x+2.5$ 。

【点评】此题考查了一次函数的实际应用问题．此题难度适中，解题的关键是理解题意，根据题意求得函数解析式．

【变式 4-3】（2022 春•清镇市校级期中）汽车开始行驶时，油箱中有油 40 升，如果每小时耗油 5 升，

则油箱余油量 y （升）与行驶时间 x （时）的关系式为 _____．

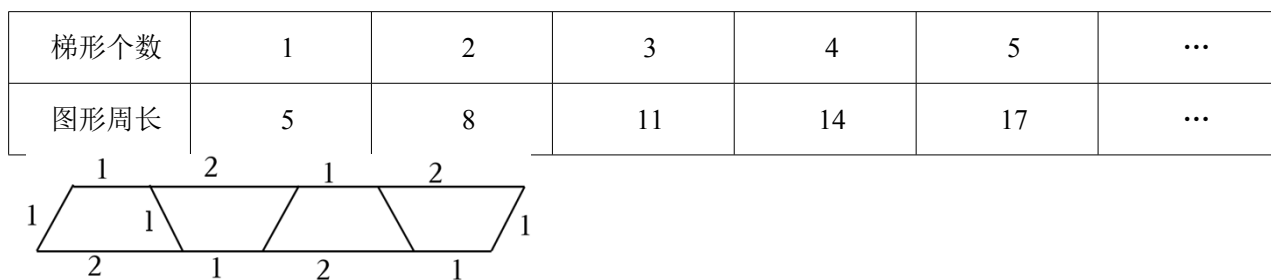
【分析】通过油箱内油量=原有油量-耗油量列关系式．

【解答】解：由题意得 $y=40-5x$ ．

故答案为： $y=40-5x$ ．

【点评】本题考查列代数式，解题关键是通过题意找到等量关系．

【变式 4-4】（2022 春•和平区校级月考）观察下列图形及表格，则周长 l 与梯形个数 n 之间的关系式为 _____．



【分析】观察可得当梯形的个数为 1 个时，图形周长为 5；当梯形的个数为 2 个时，图形周长为 $5+(2-1)\times 3$ ；当梯形的个数为 3 个时，图形周长为 $5+(3-1)\times 3$ ；即可得出当梯形个数为 10 个时，图形周长为 $5+(10-1)\times 3$ ，当梯形个数为 n 个时，图形周长为 $5+(n-1)\times 3$ ．

【解答】解：当梯形的个数为 1 个时，图形周长为 5；

当梯形的个数为 2 个时，图形周长为 $5+(2-1)\times 3$ ；

当梯形的个数为 3 个时，图形周长为 $5+(3-1)\times 3$ ；

...

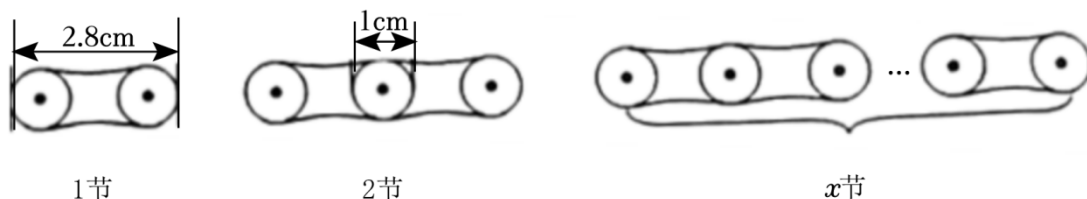
当梯形个数为 n 个时，图形周长为 $5+(n-1)\times 3=3n+2$ ．

故答案为： $l=3n+2$ ．

【点评】此题考查了图形的变化类，解题的关键是通过观察，归纳、总结得出图形的周长与梯形的个数之间的关系．

【变式 4-5】（2022 秋•武义县期末）如图，某链条每节长为 2.8cm ，每两节链条相连接部分重叠的圆的直径为 1cm ，按这种连接方式， x 节链条总长度为 $y\text{cm}$ ，则 y 关于 x 的函数关系式是 _____

cm.



【分析】先求出 1 节链条的长度，2 节链条的总长度，3 节链条的总长度，然后从数字找规律，进行计算即可解答.

【解答】解：由题意得：

1 节链条的长度 = 2.8cm,

2 节链条的总长度 = $[2.8 + (2.8 - 1)]$ cm,

3 节链条的总长度 = $[2.8 + (2.8 - 1) \times 2]$ cm,

...

$\therefore x$ 节链条总长度 $y = [2.8 + (2.8 - 1) \times (x - 1)] = (1.8x + 1)$ (cm),

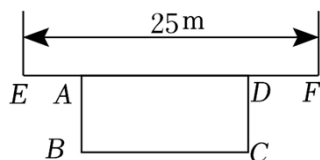
故答案为: $(1.8x + 1)$ cm.

【点评】本题考查了规律型：图形的变化类，从数字找规律是解题的关键.

【变式 4-6】(2022 春·碑林区期末)某中学数学兴趣小组准备围建一个长方形 $ABCD$ 苗圃园，其中一边靠墙，另外三边是由长度为 40m 的篱笆围成的. 如图，已知墙长 EF 为 25m，设这个苗圃园垂直于墙的一边长 AB 为 x ($7.5m < x < 20m$)， BC 的长度为 l . 苗圃园的面积为 S .

(1) BC 的长度 l 与 AB 的长度 x 的关系式为 _____.

(2) 当 $x = 8m$ 时， BC 的长度 $l =$ _____ m，苗圃园的面积 $S =$ _____ m^2 .



【分析】(1) 根据周长公式求解;

(2) 代入求值，根据矩形的面积公式求解.

【解答】解：(1) $\because 2x + l = 40$,

$\therefore l = 40 - 2x$.

故答案为: $l = 40 - 2x$.

(2) 当 $x = 8m$ 时， BC 的长度 $l = 40 - 2x = 24$ (m),

苗圃的面积 $S=xl=24\times 8=1192$ (m^2) .

故答案为：24，192.

【点评】本题考查列函数表达式，并求值，理解题意是解题的关键.

【变式 4-7】（2022 春•永丰县期末）“十一”期间，小明和父母一起开车到距家 $200km$ 的景点旅游，出发前，汽车油箱内储油 $45L$ ，行驶 $150km$ 时，发现油箱余油量为 $30L$ （假设行驶过程中汽车的耗油量是均匀的）.

（1）写出该车行驶路程 x (km) 与剩余油量 Q (L) 的关系式；

（2）当 $x=280km$ 时，求剩余油量 Q 的值.

【分析】（1）根据平均每千米的耗油量 = 总耗油量 $\div$ 行驶路程即可得出该车平均每千米的耗油量，再根据剩余油量 = 总油量 - 平均每千米的耗油量 $\times$ 行驶路程即可得出 Q 关于 x 的函数关系式；

（2）当 $x=280km$ 时，代入上式求出即可.

【解答】解：（1）该车平均每千米的耗油量为 $(45 - 30) \div 150 = 0.1$ （升/千米），
行驶路程 x （千米）与剩余油量 Q （升）的关系式为 $Q = 45 - 0.1x$ ；

（2）当 $x=280$ 时， $Q = 45 - 0.1 \times 280 = 17$ (L) .

答：当 $x=280$ 千米时，剩余油量 Q 的值为 $17L$.

【点评】本题考查了函数的关系式以及一次函数图象上点的坐标特征，根据数量关系列出函数关系式是解题的关键.

【变式 4-8】（2022 春•晋州市期中）已知一个长方形的长为 x ，宽为 y ，周长为 40 .

（1）求出 y 关于 x 的函数解析式（不用写出自变量 x 的取值范围）；

（2）当 $x=13$ 时，求 y 的值；

（3）当 $y=8$ 时，该长方形的面积是多少？

【分析】（1）根据长方形的周长公式化简即可得出答案；

（2）把 $x=13$ 代入函数解析式即可；

（3）把 $y=8$ 代入函数解析式求出 x ，再求长方形的面积即可.

【解答】解：（1） $\because$ 长方形的周长为 40 ，
 $\therefore 2(x+y) = 40$ ，

$$\therefore y = 20 - x;$$

(2) 当 $x = 13$ 时,

$$y = 20 - 13$$

$$= 7;$$

(3) 当 $y = 8$ 时, $20 - x = 8$,

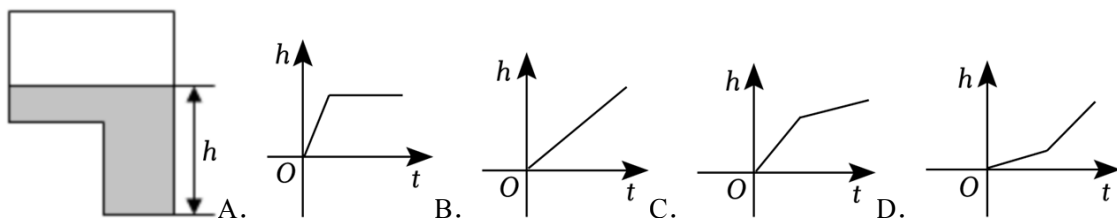
$$\therefore x = 12,$$

$$\therefore \text{长方形的面积} = 12 \times 8 = 96.$$

【点评】本题考查了函数关系式, 函数值, 根据长方形的周长公式化简得到 y 关于 x 的函数解析式是解题的关键.

题型五 实际问题中的函数图象

【例题 5】(2023·平远县校级开学) 如图, 是某蓄水池的横断面示意图, 分深水区和浅水区, 如果这个蓄水池以固定的流量注水, 下面哪个图象能大致表示水的最大深度 h 和时间 t 之间的关系 ()



【分析】首先看图可知, 蓄水池的下部分比上部分的体积小, 故 h 与 t 的关系变为先快后慢.

【解答】解: 根据题意和图形的形状, 可知水的最大深度 h 与时间 t 之间的关系分为两段, 先快后慢.

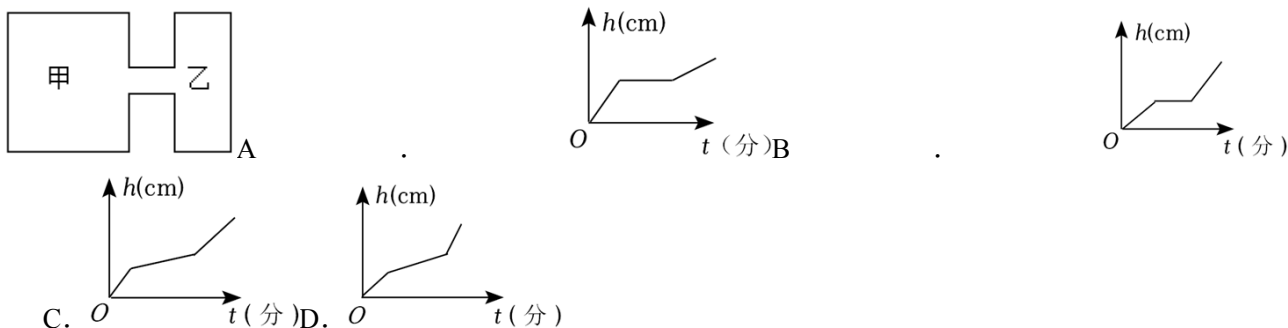
故选: C.

【点评】考查根据几何图形的性质确定函数的图象和函数图象的作图能力. 要能根据几何图形和图形上的数据分析得出所对应的函数的类型和所需要的条件, 结合实际意义画出正确的图象.

解题技巧提炼

正确理解函数图象横、纵坐标表示的意义，抓住关键点，如起点、交点、终点的意义，明确图象变化趋势、快慢的意义. 实际问题的过程，就能够识别实际问题中的函数图象.

【变式 5-1】（2022 春·锦江区校级期末）如图是两圆柱形连通容器，向甲容器匀速注水，则下面可以近似地刻画甲容器的水面高度 h (cm) 随时间 t (分) 的变化情况的是 ()



【分析】根据三个阶段甲容器的水面高度 h (cm) 随时间 t (分) 的增长速度确定出此题正确的结果.

【解答】解：∵刚开始时注水都在甲容器，水面高度 h 增长速度不变；

当甲容器中水位到达连通部分后注水开始流向乙容器，此时甲容器的水面高度 h (cm) 不变；

当乙容器水位也到达连通部分后，甲、乙两容器中水位同时上升，此时水面高度 h (cm) 上升但速度比开始时慢，

∴选项 A 中图象符合该变化过程，

故选：A.

【点评】此题考查了用图象描述实际问题中变化情况的能力，关键是能准确理解变化过程并能用图象描述.

【变式 5-2】（2022 春·惠济区期末）以下四种情境分别描述了两个变量之间的关系：甲：乐乐投篮时，投出去的篮球的高度与时间的关系；乙：乐乐去文具店购买签字笔，支付费用与购买签字笔支数的关系；丙：一长方形水池里还有一部分水，再打开水管匀速往里注水，注水时间和水池中水面的高度之间的关系；丁：乐乐去奶奶家吃饭，饭后，按原速度原路返回，乐乐离家的距离与时间的关系. 用下面的图象刻画上述情境，排序正确的是 ()

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/285143004142012100>