双变量(极值点)证明

1. 已知函数$f(x)=ax+\frac{1}{3}x^3$.

(1) 求函数$f(x)$的单调区间;

(2) 设$g(x)=f(x)+2e^x+2\cos x$有两个极值点x_1, x_2,且$x_1<x_2$.

(i) 求实数a的取值范围;

(ii) 求证:$g(x_1)+g(x_2)>8$.

2. 已知函数$f(x)=x\ln x-a(x^2-1)+x$.

(1) 若$f(x)$单调递减,求a的取值范围;

(2) 若$f(x)$有两个极值点x_1,x_2,且$x_2>2x_1$,证明:$\mathrm{e}^6x_1x_2^2>32$.

3. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2+3ax+2\ln x(a\in \mathbf{R})$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1，$x_2(x_1<x_2)$，求证：$-\frac{2}{x_1^2}-x_1<f(x_2)<-2\left(\frac{1}{x_1}-1\right)^2$.

4. 设函数$f(x)=x(x^2-3x+a)$，$a\in \mathbf{R}$.

(1) 当$a=-9$时，求函数$f(x)$的单调增区间；

(2) 若函数$f(x)$在区间$(1,2)$上为减函数，求a的取值范围；

(3) 若函数在区间$(0,2)$内存在两个极值点x_1，x_2，且$|f(x_1)-f(x_2)|>|f(x_1)+f(x_2)|$，求$a$的取值范围.

5. 已知函数$f(x)=\ln x+\frac{1}{2}(a-x)^2$,其中$a\in\mathbf{R}$.

(1) 当$a=1$时,求函数$f(x)$在$(1,f(1))$处的切线方程;

(2) 讨论函数$f(x)$的单调性;

(3) 若$f(x)$存在两个极值点x_1,$x_2(x_1<x_2)$,$|f(x_2)-f(x_1)|$的取值范围为$\left(\frac{3}{4}-\ln 2,\frac{15}{8}-2\ln 2\right)$,求$a$的取值范围.

6. 已知函数 $f(x)=x^2+a\ln(x+1)$.

(1) 若函数 $y=f(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ 内是单调递增函数，求实数 a 的取值范围；

(2) 若函数 $y=f(x)$ 有两个极值点 x_1，x_2，且 $x_1<x_2$，求证：$x_1\ln\frac{2}{\sqrt{e}}<f(x_2)<0$.

(注:e 为自然对数的底数)

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/285220340114011310