2024年7月浙江省学业水平考试数学试卷

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．若$A=\{0,2,3,4\},B=\{2,3\}$，则$A\bigcap B=$（　）

A．$\varnothing$　　B．$\{0\}$　　C．$\{2.3\}$　　D．$\{0,2,3,4\}$

2．$(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})=$（　）

A．$-\mathrm{i}$　　B．i　　C．0　　D．2

3．函数$f(x)=2^x+1$的值域是（　）

A．$(0,+\infty)$　　B．$(0,+\infty]$　　C．$(1,+\infty)$　　D．$[1,+\infty)$

4．若$\vec{a}=(1,-2)$，$\vec{b}=(2,1)$，$|\vec{a}+\vec{b}|=$（　）

A．10　　B．$\sqrt{10}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．$2\sqrt{5}$

5．6个球中，2红4黄，求随机模到一个红球的概率为（　）

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

6．“$a>b>0$”是“$a+b>-1$”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．即不充分也不必要

7．已知$\sin\theta+\cos\theta=1$，则$\sin 2\theta=$（　）

A．-1　　B．1　　C．$\frac{1}{2}$　　D．0

8．一个棱长为1的正方体顶点都在同一个球上，则该球体的表面积为（　）

A．3π　　B．2π　　C．$\sqrt{3}\pi$　　D．π

9．甲某全年交税额为5617.19元，则他的交税等级为（　）

级数	全年应纳税所得额	税率（%）	速算扣除数
1	不超过36000元的	3	0
2	超过36000元至144000元的部分	10	2520
3	超过144000元至300000元的部分	20	16920
4	超过300000元至420000元的部分	25	31920
5	超过420000元至660000元的部分	30	52920
6	超过660000元至960000元的部分	35	85920
7	超过960000元的部分	45	181920

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

10．m,n为两条异面直线，且$m\perp$平面α，$n\perp$平面β，若直线l满足$l\perp m$，$l\perp n$，$l\not\subset\alpha,l\not\subset\beta$，则（　）

A．$\alpha//\beta$　　B．$l\perp\alpha$

C．若平面α和平面β相交，则交线$a//l$　　D．若平面α和平面β相交，则交线$a\perp l$

11．有一支队伍长Lm，以V的速度前行，传令员传令需要从排尾跑到排头，再立即返回

排尾，速度为V_1，若传令员回到排尾时，队伍正好前进了$2L\text{m}$，则$\frac{V_1}{V}=$（　）

A．2　　B．3　　C．$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$　　D．$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

12．若$f(x+y)=f(x)+f(y)+xy$，$f(1)=1$，则$f(-20)=$（　）

A．55　　B．190　　C．210　　D．231

二、多选题

13．若$f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，则（　）

A．$f(x)$的最小正周期为π　　B．$f(x)$关于直线$x=\frac{\pi}{2}$对称

C．$f(x)$的一个对称点是$\left(\frac{\pi}{6},0\right)$　　D．$f(x)$在$\left[\frac{\pi\pi}{6},\frac{}{2}\right]$上单调递减

14．A,B是两个随机事件，则（　）

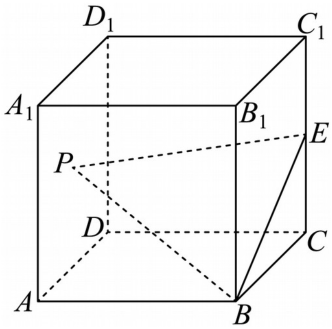
A．$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

B．若$A\subseteq B$，则$P(A)\le P(B)$

C．若A,B互为独立事件，则$P(AB)=P(A)\cdot P(B)$

D．若A,B互为对立事件，则$P(A)+P(B)=1$

15．棱长为1的正方体，E是CC_1的中点，P是平面ADD_1A_1上的动点，平面PBE与平面$ABCD$的交线为l，则（　）



A．EP的最小值为1

B．$EP+BP$的最小值为$\frac{\sqrt{21}}{2}$

C．存在一点P，使得$EP\perp CD$

D．二面角$E-l-C$最小时，平面角的正切值为$\frac{1}{2}$

三、填空题

16．奇函数$f(x)=x^3+x+a$，则$a=$____.

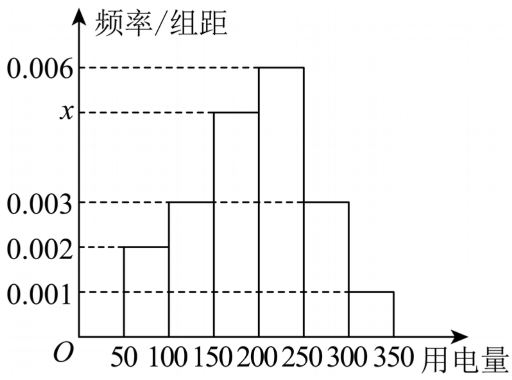
17．向量$\vec{a},\vec{b}$是两个单位向量，夹角为$\frac{\pi}{3}$，则$\vec{a}\cdot(\vec{a}-\vec{b})=$____.

18．已知一个各棱均相等的四面体成$A-BCD$，则棱AB与平面BCD的夹角的余弦值为____.

19．已知x,y均为正实数，$x-\frac{1}{y}=1$，则$\frac{4}{x}-y$的最大值为____.

四、解答题

20．对某小区抽取100户居民的用电量进行调查，得到如下数据



(1)求 x 的值；

(2)已知该小区的居民有 800 户，则用电量在 150 以下的有多少户；

(3)求第 50 百分位数.

21．已知 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，角 A,B,C 对应的边分别为 a,b,c，且 $\sqrt{3}a\sin B-b\cos A=b$

(1)求 A 的值；

(2)若 $a=2$，求 $2b-c$ 的取值范围.

22．已知 $f(x)=\ln(ax),a>0,g(x)=\ln x^{b}$，

(1)若 $a=\mathrm{e},b=-1$，求 $f(x)\cdot g(x)$ 的最大值；

(2)若 $a=2$，求关于 x 的不等式 $\dfrac{g(x)}{f(x)}\le 0$ 的解集；

(3) $F(x)=|f(x)|+|g(x)|$，对于给定实数 b，均有 x 满足 $F(x)\le 1$，求 a 的取值范围.

参考答案：

1．C

【分析】根据题意，结合集合的交集的概念与运算，即可求解.

【详解】由集合 $A=\{0,2,3,4\},B=\{2,3\}$，根据集合交集的概念与运算，可得 $A\bigcap B=\{2.3\}$.

故选：C.

2．D

【分析】根据复数的乘法运算求解即可.

【详解】由题意可得：$(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})=1-\mathrm{i}^2=2$.

故选：D.

3．C

【分析】根据题意结合指数函数的值域分析求解.

【详解】由题意可得：$y=2^x$ 的值域是 $(0,+\infty)$，即 $2^x>0$，可得 $f(x)=2^x+1>1$，

所以 $f(x)=2^x+1$ 的值域是 $(1,+\infty)$.

故选：C.

4．B

【分析】先求得 $\vec{a}+\vec{b}=(3,-1)$，进而可得模长.

【详解】因为 $\vec{a}=(1,-2)$，$\vec{b}=(2,1)$，则 $\vec{a}+\vec{b}=(3,-1)$，

所以 $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{3^2+\left(-1\right)^2}=\sqrt{10}$.

故选：B.

5．B

【分析】根据题意，结合古典摡型的概率计算公式，即可求解.

【详解】由题意知，6 个球中，2 红 4 黄，

根据古典摡型的概率计算公式，可得随机模到一个红球的概率为 $P=\dfrac{2}{2+4}=\dfrac{1}{3}$.

故选：B.

6．A

【分析】若$a>b>0$，则$a+b>0>-1$，充分性成立，取特殊值，当“$a+b>-1$”成立时，“$a>b>0$”不一定成立，则可得答案.

【详解】若$a>b>0$，则$a+b>0>-1$，充分性得证；

若$a=2,b=-1$，则$a+b>-1$，但$a>b>0$不成立，

故“$a>b>0$”是“$a+b>-1$”的充分不必要条件.

故选：A.

7．D

【分析】对$\sin\theta+\cos\theta=1$两边平方，结合倍角公式运算求解.

【详解】因为$\sin\theta+\cos\theta=1$，两边平方可得$\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta=1$，

即$1+\sin 2\theta=1$，解得$\sin 2\theta=0$.

故选：D.

8．A

【分析】棱长为1的正方体的八个顶点都在同一个球面上，球的直径是正方体的对角线，从而得到结果.

【详解】∵棱长为1的正方体的八个顶点都在同一个球面上，

∴球的直径是正方体的对角线，

∴球的半径是$r=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴球的表面积是$4\times\pi 3\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=$

故选：A

9．B

【分析】根据题意分段计算，对比分析即可.

【详解】因为$36000\times 3\%=1080<5617.19<\left(144000-36000\right)\times 10\%+1080=11880$.

所以可知交税等级为2.

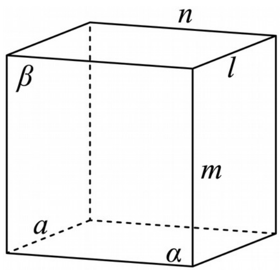
故选：B.

10．C

【分析】可在正方体中找到满足题意的线线、线面关系，用反例来说明选项错误，对选项逐一分析即可.

【详解】如图，m,n为两条异面直线，$m\perp$平面α，$n\perp$平面β，直线l满足$l\perp m$，$l\perp n$，

$l\not\subset\alpha, l\not\subset\beta$， 由图可知ABD错误.

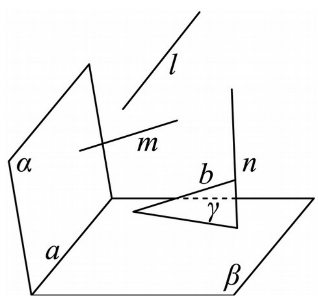


如图$\alpha\cap\beta=a$，作$b//m$，使b与n相交，记b与n构成平面γ，

$\because m\perp\alpha, a\subset\alpha\Rightarrow m\perp a\Rightarrow b\perp a$，$n\perp\beta$，$a\subset\beta\Rightarrow n\perp a$，$\therefore a\perp\gamma$，

又$l\perp m, l\perp b, l\perp n, b$与$n$相交，则$l\perp\gamma$，

$\therefore l//a$，故C正确，D错误.



故选：C.

11．C

【分析】计算队伍前进的总时间t，传令兵从排头到排尾的时间t_1及从排尾到排头的时间t_2，根据传令兵往返总时间与队伍前进时间相等即可求解.

【详解】设总时间为t，传令员从排头到排尾所用时间为t_1，从排尾到排头所用时间为t_2，

所以$t_1=\frac{L}{V_1+V},t_2=\frac{L}{V_1-V},t=\frac{2L}{V}$，所以$\frac{L}{V_1-V}+\frac{L}{V_1+V}=\frac{2L}{V}$，

解得$V_1^2-V_1V-V^2=0$，即$\left(\frac{V_1}{V}\right)^2-\frac{V_1}{V}-1=0$，

所以$\frac{V_1}{V}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

故选：C.

12．B

【分析】利用赋值法分析可得$f\left(-1\right)=0$，$f(x-1)-f\left(x\right)=-x$，即可得结果.

【详解】令$x=y=0$，则$f(0)=f(0)+f(0)$，可得$f(0)=0$；

令$x=1,y=-1$，则$f(0)=f(1)+f(-1)-1=f\left(-1\right)$，可得$f\left(-1\right)=0$；

令$y=-1$，则$f(x-1)=f(x)+f(-1)-x=f\left(x\right)-x$，即$f(x-1)-f\left(x\right)=-x$，

则$f\left(-2\right)-f\left(-1\right)=1,f\left(-3\right)-f\left(-2\right)=2,\cdots,f\left(-20\right)-f\left(-19\right)=19$，

可得$f(-20)-f\left(-1\right)=1+2+\cdots+19=\frac{\left(1+19\right)\times 19}{2}=190$，

所以$f(-20)=190$.

故选：B.

13．AC

【分析】由周期公式$T=\dfrac{2\pi}{|\omega|}$可判断A；根据正弦型函数的对称轴过最值点，直接验证可判断B；根据正弦型函数的对称点即为零点，直接验证可判断C；由

$x\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow 2x-\dfrac{\pi}{3}\in\left[0,\dfrac{2\pi}{3}\right]$，利用正弦函数的增减区间，可判断D.

【详解】选项A，$f(x)$的最小正周期为$T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$，故A正确；

选项B，因为$f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin\left(2\times\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

所以$y=f\left(x\right)$的图象不关于直线$x=\dfrac{\pi}{2}$对称，故B错误；

选项C，因为$f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\sin\left(2\times\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin 0=0$，所以$f(x)$的一个对称点是$\left(\dfrac{\pi}{6},0\right)$，故C正确；

选项D，由$x\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow 2x-\dfrac{\pi}{3}\in\left[0,\dfrac{2\pi}{3}\right]$，而正弦函数在$\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$上单调递增，

在$\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right)$上单调递减，所以$f\left(x\right)$在区间$\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right]$上不单调， 故D错误.

故选：AC.

14．BCD

【分析】根据题意，结合互斥事件的概率加法公式和独立事件的概率乘法公式，以及对立事件的概念，逐项判定，即可求解.

【详解】对于A中，例如：抛掷一枚骰子，事件$A=$“点数为偶数点”，事件$B=$“点数为4点”