

# 2022 年福建省漳州第一中学自主招生数学试卷

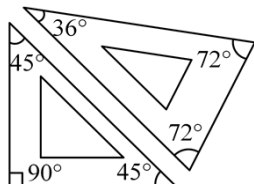
(满分: 150 分; 考试时间: 120 分钟)

说明:

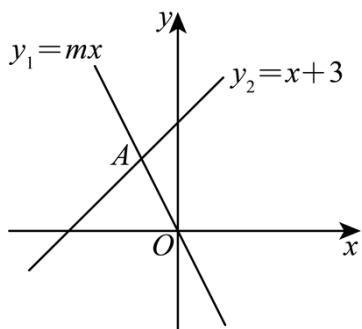
1. 全卷共 4 页, 满分 150 分, 考试用时为 120 分钟.
2. 请用黑色签字笔在答题卡相应区域内作答.
3. 考生务必保持答题卡的整洁. 考试结束时, 将试卷和答题卡一并交回.

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是符合要求的, 请将正确选项涂到答题卷上)

1. 如图所示的是一副特制的三角板, 用它们可以画出一些特殊角. 在下列选项中, 不能用这副三角板画出的角度是 ( )



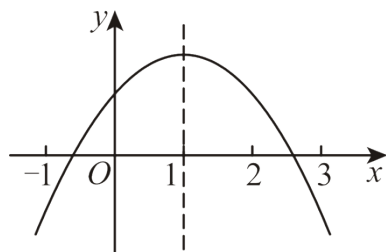
- A.  $18^\circ$                       B.  $108^\circ$                       C.  $82^\circ$                       D.  $117^\circ$
2. 已知一组数据为 7, 2, 5,  $x$ , 8, 它们的平均数是 5, 则这组数据的方差为 ( )
- A. 3                              B. 4.5                              C. 5.2                              D. 6
3. 当代数式  $x^3 + 3x + 1$  的值为 2022 时, 代数式  $2x^3 + 6x - 3$  的值为 ( )
- A. 2022                      B. 4037                      C. 4039                      D. 2019
4. 如图, 函数  $y_1 = mx$  和  $y_2 = x + 3$  的图象相交于点  $A(-1, t)$ , 则关于  $x$  的不等式  $mx - 3 < x$  的解集是 ( )



- A.  $x > -1$                       B.  $x < -1$                       C.  $x < -2$                       D.  $x > -2$
5.  $\triangle ABC$  中, 已知  $BD$  和  $CE$  分别是两边上的中线, 并且  $BD \perp CE$ ,  $BD = 4$ ,  $CE = 6$ , 那么  $\triangle ABC$  的面积等于 ( )

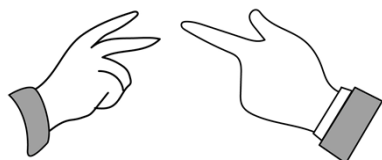
- A. 12                      B. 14                      C. 16                      D. 18

6. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图所示，现有以下结论 ①  $abc > 0$ ；②  $b < a + c$ ；③  $4a + 2b + c > 0$ ；④  $2c < 3b$ ；⑤  $a + b > m(am + b) (m \neq 1)$ ，其中正确结论的有 ( )



- A. 1个                      B. 2个                      C. 3个                      D. 4个

7. 小李与小陈做猜拳游戏，规定每人每次至少要出一个手指，两人出拳的手指数之和为偶数时小李获胜，那么，小李获胜的概率为 ( )

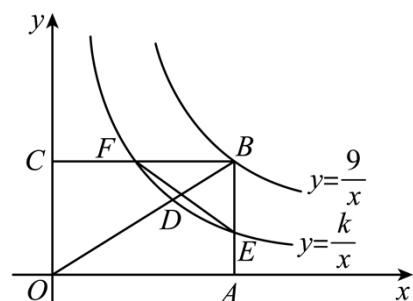


- A.  $\frac{13}{25}$                       B.  $\frac{12}{25}$                       C.  $\frac{4}{25}$                       D.  $\frac{1}{2}$

8. 已知函数  $y = \begin{cases} x^2 - x(x \geq 0) \\ -x^2 - x(x < 0) \end{cases}$ ，当  $a \leq x \leq b$  时， $-\frac{1}{4} \leq y \leq 2$ ，则  $b - a$  的最大值为 ( )

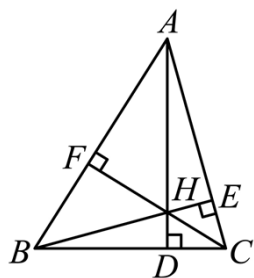
- A.  $\frac{5}{2}$                       B.  $\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$                       C.  $\frac{3}{2}$                       D. 2

9. 如图，双曲线  $y = \frac{9}{x} (x > 0)$  经过矩形  $OABC$  的顶点  $B$ 。双曲线  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  交  $AB, BC$  于点  $E, F$ ，且与矩形的对角线  $OB$  交于点  $D$ 。连接  $EF$ ，若  $OD:OB = 2:3$ 。则  $\triangle BEF$  的面积为 ( )



- A.  $\frac{16}{9}$                       B. 2                      C.  $\frac{25}{18}$                       D. 3

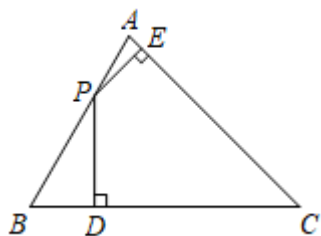
10. 如图，设锐角  $\triangle ABC$  的三条高  $AD, BE, CF$  相交于  $H$ ，若  $BC = a, AC = b, AB = c$ ，则  $AH \cdot AD + BH \cdot BE + CH \cdot CF$  的值为 ( )



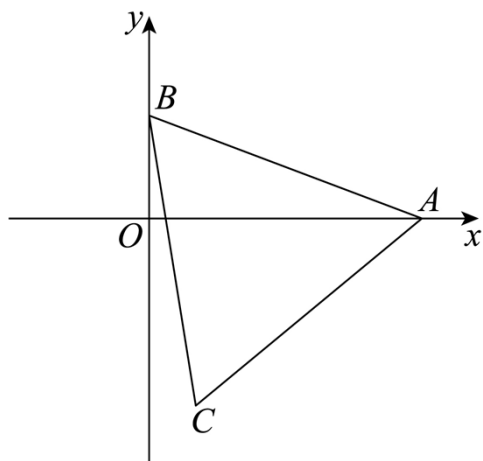
- A.  $\frac{1}{2}(ab+bc+ac)$     B.  $\frac{1}{2}(a^2+b^2+c^2)$     C.  $\frac{2}{3}(ab+bc+ca)$     D.  $\frac{2}{3}(a^2+b^2+c^2)$

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．请将答案填入答题卷相应位置）

11. 在锐角 $\triangle ABC$ 中， $\sin A$  \_\_\_\_\_  $\cos B$ ．（用“>”，“<”，“=”号填空）
12. 已知关于  $x$  的一次函数  $y = kx + 1 + 2k$  经过定点，则该定点坐标是\_\_\_\_\_．
13. 《九章算术》中“今有勾八步，股有十五步，问勾中容圆径几何？”其意思是：“今有直角三角形，勾（短直角边）长为8步，股（长直角边）长为15步，问该直角三角形的容圆（内切圆）直径是多少？”答：直径是\_\_\_\_\_步．
14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=45^\circ$ ， $\angle B=60^\circ$ ， $BC$ 为 $\sqrt{3}+1$ ，点 $P$ 为边 $AB$ 上一动点，过点 $P$ 作 $PD \perp BC$ 于点 $D$ ， $PE \perp AC$ 于点 $E$ ，则 $DE$ 的最小值为\_\_\_\_\_．



15. 如图，在直角坐标系中，已知  $A(4, 0)$ ，点  $B$  为  $y$  轴正半轴上一动点，连接  $AB$ ，以  $AB$  为一边向下作等边 $\triangle ABC$ ，连接  $OC$ ，则  $OC$  的最小值为\_\_\_\_\_．



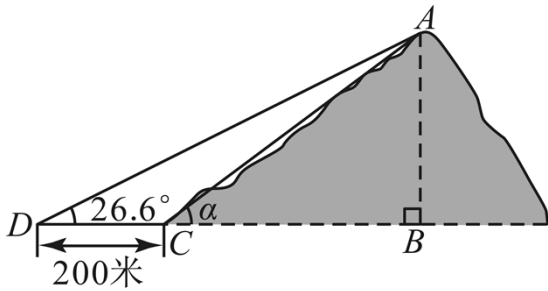
16. 已知正整数  $m, n$  满足  $\sqrt{m-174} + \sqrt{m+34} = n$ , 则  $n$  的最大值为\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本题共 5 小题, 共 70 分)

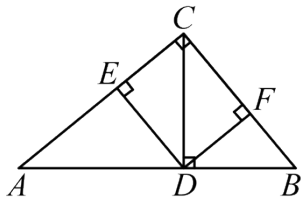
17. (1) 因式分解:  $12x^3y - 28x^2y + 8xy$ ;

(2) 解方程:  $\frac{1}{x+2} + \frac{2}{x^2+2x} = 1$ .

18. 如图, 小山岗的斜坡  $AC$  的坡度是  $\tan\alpha = \frac{3}{4}$ , 在与山脚  $C$  距离 200 米的  $D$  处, 测得山顶  $A$  的仰角为  $26.6^\circ$ , 求小山岗的高  $AB$  (结果取整数: 参考数据:  $\sin 26.6^\circ = 0.45$ ,  $\cos 26.6^\circ = 0.89$ ,  $\tan 26.6^\circ = 0.50$ ).



19. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CD \perp AB$  于点  $D$ ,  $DE \perp AC$  于点  $E$ ,  $DF \perp BC$  于点  $F$ .



求证:

(1)  $AE \cdot BF \cdot AB = CD^3$ ;

(2)  $\frac{AE}{BF} = \frac{AC^3}{BC^3}$ .

20. 已知二次函数  $y = x^2 - mx + m$  ( $m$  为常数).

(1) 当  $m=4$  时

① 求函数顶点坐标, 并写出函数值  $y$  随  $x$  增大而减小时  $x$  的取值范围;

② 若点  $P(t, y_1)$  和  $Q(5, y_2)$  在其图象上, 且  $y_1 > y_2$  时, 则实数  $t$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

(2) 记函数  $y = x^2 - mx + m$  ( $x \leq m$ ) 的图象为  $G$ .

① 当图象  $G$  与直线  $y = -1 - m$  只有一个交点时, 求  $m$  的取值范围.

② 矩形  $ABCD$  的对称中心为坐标原点, 且边均垂直于坐标轴, 其中点  $A$  的坐标为  $(2,$

$2 - m)$ , 当图象  $G$  在矩形  $ABCD$  内部 (包括边界) 对应的函数值  $y$  随  $x$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/287033056155006164>