

第一章 集合与常用逻辑用语

1.1第2课时 集合的表示方法

授课教师：某某中学数学教研组 某某

2024年某月某日

内容索引

1

温故知新

2

教学要求

3

情景导入

4

新知探究

5

教材例题

6

课堂练习

7

课堂小结

8

作业布置

9

课后培优

10

备选试题

1

温故知新

元素：一般地，我们把研究对象统称为**元素**.元素通常用小写拉丁字母 a, b, c, \dots 表示.

集合：把一些元素组成的总体叫做**集合**(简称为集)，集合通常用大写拉丁字母 A, B, C, \dots 表示.

确定性：在前面我们知道了研究对象必须明确，即必须准确知道研究的元素。

互异性：研究集合关键是研究集合里面的元素，相同的元素只要研究一次即可.如英文单词good的所有字母能组成一个有三个元素的集合，三个元素分别是g、o、d.

无序性：因为研究集合是要求研究集合里面的所有元素，元素的研究没有先后之说，集合里面的元素也就没有先后顺序.如分别由元素1，2，3和3，2，1组成的两个集合是同一个集合.

1

温故知新

如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于集合 A ，记作 $a \in A$ ；如果 a 不是集合 A 中的元素，就说 a 不属于集合 A ，记作 $a \notin A$.

常用的数集及其记法：

名称	非负整数集(或自然数集)	正整数集	整数集	有理数集	实数集
记法	N	N^* 或 N_+	Z	Q	R

教学要求

【课标要求1】

掌握集合的两种表示方法(列举法和描述法).

【课标要求2】

能够运用集合的两种表示方法表示一些简单集合.

【素养要求】

在学习过程中提升数学抽象和数学运算素养,常在集合的表示方法中用到等价转化思想和分类讨论的思想.

3 情景导入

在上一节的学习中我们知道，我们可以用自然语言描述一个集合.除此之外，还可以用什么方式表示集合呢？

继续观察上节课学习的两个集合并回答问题？

- (1) “地球上的四大洋”组成的集合；
- (2) “方程 $x^2-3x+2=0$ 的所有实数根”组成的集合.

1.上述问题中的集合中的元素能一一列举出来吗？

提示：能一一列举，分别是(1)太平洋，大西洋，印度洋，北冰洋；(2)1,2

2.上述集合除了用自然语言描述外，还可以用什么方式表示呢？如何表示？

提示：分别可以表示为(1){太平洋，大西洋，印度洋，北冰洋}，(2){1,2}

4

新知探究



探究问题

一

探究一：列举法

二

探究二：描述法

探究一：列举法

1

提出问题

列举法：把集合的所有元素一一列举出来，并用花括号“{ }”括起来表示集合的方法叫做列举法.

如：中国的“五岳”组成的集合M可表示为

$$M = \{\text{泰山}, \text{华山}, \text{衡山}, \text{恒山}, \text{嵩山}\}$$

探究一：列举法

2

突破问题

列举法是把集合中的元素一一列举出来，所以一个集合能不能用**列举法**先要满足集合里面的元素可以一一列举。

列举法表示集合，集合中的相同元素只能列举一次，元素与元素之间用“，”隔开。

由于元素完全相同的两个集合相等，而与列举的顺序无关，因此一个集合可以有不同的列举方法.例如， $A=\{2,3,4,5,6\}=B=\{6,5,4,3,2\}$

探究一：列举法

3

升华问题

列举法优点：方便，快捷，集合中的元素一目了然.适用于表示元素个数较少的集合.

列举法缺点：不宜看出元素所具有的特征.

列举法直观、明了地体现元素的个体，但有局限性，多适用于元素个数较少的有限集.

探究一：列举法

4

及时训练

例 1 : (多选) 下列集合中, 可以表示为 $\{2, 3\}$ 的是 ()

A . 方程 $x^2 + 5x + 6 = 0$ 的解集

B . 最小的两个质数

C . 大于 1 小于 4 的整数

D . 不等式组 $\begin{cases} \frac{2x+3}{5} > \frac{x+2}{3} \\ 2x-7 < 0 \end{cases}$ 的整数解

解析：对于 A，方程 $x^2 + 5x + 6 = 0$ 的解集为 $\{-2, -3\}$ ，不符合；

对于 B，最小的两个质数构成的集合 $\{2, 3\}$ ，符合；

对于 C，大于 1 小于 4 的整数构成的集合 $\{2, 3\}$ ，符合；

对于 D，由 $\begin{cases} \frac{2x+3}{5} > \frac{x+2}{3} \\ 2x-7 < 0 \end{cases}$ ，可得 $\begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{7}{2} \end{cases}$ ，即 $1 < x < \frac{7}{2}$ ，故整数解集为 $\{2, 3\}$ ，符合。

故选：BCD

探究二：描述法

1

提出问题

你能用列举法表示不等式 $x-7 < 3$ 的解集吗？

提示：不等式 $x-7 < 3$ 的解是 $x < 10$, 因为满足 $x < 10$ 的实数有无数个，所以 $x-7 < 3$ 的解集**无法用列举法**表示.但是，我们可以利用解集中元素的共同特征，即： x 是实数，且 $x < 10$, 把解集表示为 $\{x \in \mathbb{R} | x < 10\}$.

描述法：一般地，设 A 是一个集合，我们把集合 A 中所有具有共同特征 $P(x)$ 的元素 x 所组成的集合表示为 $\{x \in A | P(x)\}$, 这种表示集合的方法称为描述法.

探究二：描述法

2

突破问题

描述法是要找到集合中元素的**共同特征** $P(x)$ ，然后再用 $\{x \in A | P(x)\}$ 形式写出来。

竖线前面是**研究对象**，即**元素**，竖线后面是元素满足的**共同特征**。

如：奇数集可以表示为 $\{x \in \mathbb{Z} | x=2k+1, k \in \mathbb{Z}\}$ 。偶数集可以表示为 $\{x \in \mathbb{Z} | x=2k, k \in \mathbb{Z}\}$ 。

有时也用**冒号**或**分号**代替**竖线**，写成 $\{x \in A : P(x)\}$ 或 $\{x \in A ; P(x)\}$ 。

通常我们用 $\{x \in A | P(x)\}$ 。

我们**约定**，如果从上下文的关系看， $x \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{Z}$ 是明确的，那么 $x \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{Z}$ 可以**省略**，

只写其元素 x 。例如，集合 $D = \{x \in \mathbb{R} | x < 10\}$ 也可表示为 $D = \{x | x < 10\}$ ；

集合 $E = \{x \in \mathbb{Z} | x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$ 也可表示为 $E = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$ 。

探究二：描述法

3

升华问题

描述法优点：省时省力 概括性强.

描述法缺点：较为抽象,不利于判断选择.

描述法具有抽象概括、普遍性的特点，**适用于**元素共同特征明显的集合，有些集合元素没有明显共同特征，不能用描述法.

探究二：描述法

4

及时训练

例 2 : (多选) 方程组 $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$ 的解集是 ()

A . $\{x = 3, y = 0\}$ B . $\{3\}$ C . $\{(3, 0)\}$ D . $\{(x, y) | \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}\}$

解析：由方程组 $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$ ，

因为方程组解的形式是有序实数对，故可排除 A，B；

其中 C 是用的列举法表示集合，D 是用的描述法表示集合，所以 C，D 正确。

故选：CD.

5 教材例题

例 1：用列举法表示下列集合：

(1) 小于 10 的所有自然数组成的集合；

(2) 方程 $x^2=x$ 的所有实数根组成的集合.

解析：(1) 设小于 10 的所有自然数组成的集合为 A, 那么 $A=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

(2) 设方程 $x^2=x$ 的所有实数根组成的集合为 B, 那么 $B=\{0,1\}$.

5 教材例题

例 2：试分别用描述法和列举法表示下列集合：

(1) 方程 $x^2-2=0$ 的所有实数根组成的集合 A;

(2) 由大于 10 且小于 20 的所有整数组成的集合 B.

解析：(1) 设 $x \in A$, 则 x 是一个实数, 且 $x^2-2=0$. 因此, 用描述法表示为

$A=\{x \in \mathbb{R} | x^2-2=0\}$. 方程 $x^2-2=0$ 有两个实数根 $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$, 因此, 用列举法表示为

$A=\{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$.

(2) 设 $x \in B$, 则 x 是一个整数, 即 $x \in \mathbb{Z}$, 且 $10 < x < 20$. 因此, 用描述法表示为

$B=\{x \in \mathbb{Z} | 10 < x < 20\}$. 大于 10 且小于 20 的整数有 11, 12, 13, 14, 15, 16, 1

7, 18, 19, 因此, 用列举法表示为 $B=\{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$.

6 课堂练习

例 1 (单选): 若对任意 $x \in A$, 均有 $\frac{1}{x} \in A$, 就称集合 A 是伙伴关系集合. 设集合 $M = \left\{ -1, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4 \right\}$, 则 M 的所有非空子集中, 具有伙伴关系的集合的个数为()

A . 15 B . 16 C . 32 D . 128

解析: 根据题意, 可得具有伙伴关系的元素有 $-1, 1; \frac{1}{2}, 2; \frac{1}{3}, 3$, 其中有 $\{1, 1\}, \{-1, -1\}, \{2, \frac{1}{2}\}, \{\frac{1}{3}, 3\}$, 共 4 组, 它们中任选一组、二组、三组或四组均可组成伙伴关系集合, 所以共有 $4 + 6 + 4 + 1 = 15$.

故选: A.

6 课堂练习

例 2 (单选): 若集合 $A = \{-2, 1, 4, 8\}$, $B = \{x - y^2 \mid x \in A, y \in A\}$, 则 B 中元素的最大值为 ()

- A . 4 B . 5 C . 7 D . 10

解析: 由题意, 由题意,

$$(x - y^2)_{\max} = x_{\max} - (y^2)_{\min} = 8 - 1^2 = 7.$$

故选: C

6 课堂练习

例 3 (单选) : 已知集合 $\{x|(x-a^2)(x-1)=0\}$ 的元素之和为 1 , 则实数 a 所有取值的集合为 ()

A . $\{0\}$ B . $\{1\}$ C . $\{-1, 1\}$ D . $\{0, -1, 1\}$

解析 : 因为集合 $\{x|(x-a^2)(x-1)=0\}$ 的元素之和为 1 ,

所以一元二次方程 $(x-a^2)(x-1)=0$ 有等根时 , 可得 $x=a^2=1$, 即 $a=\pm 1$,

当方程有两不相等实根时 , $x=a^2=0$, 即 $a=0$,

综上 , 实数 a 所有取值的集合为 $\{0, 1, -1\}$.

故选 : D

6 课堂练习

例4 (多选): 给出下列说法, 其中不正确的是 ()

A. 集合 $\{x \in \mathbf{N} | x^3 = x\}$ 用列举法表示为 $\{0, 1\}$

B. 实数集可以表示为 $\{x | x \text{ 为所有实数}\}$ 或 $\{\mathbf{R}\}$

C. 方程组 $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = -1 \end{cases}$ 的解组成的集合为 $\left\{x = -\frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}\right\}$

D. 集合 $\{y | y = x^2\}$ 与 $\{(x, y) | y = x^2\}$ 是同一个集合

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/287066044036006115>