

# 第一章 集合与常用逻辑用语

## 1.1第2课时 集合的表示方法

授课教师：某某中学数学教研组 某某

2024年某月某日

## 内容索引

1

温故知新

2

教学要求

3

情景导入

4

新知探究

5

教材例题

6

课堂练习

7

课堂小结

8

作业布置

9

课后培优

10

备选试题

1

## 温故知新

**元素**：一般地，我们把研究对象统称为**元素**.元素通常用小写拉丁字母 $a, b, c, \dots$ 表示.

**集合**：把一些元素组成的总体叫做**集合**(简称为集)，集合通常用大写拉丁字母 $A, B, C, \dots$ 表示.

**确定性**：在前面我们知道了研究对象必须明确，即必须准确知道研究的元素.

**互异性**：研究集合关键是研究集合里面的元素，相同的元素只要研究一次即可.如英文单词good的所有字母能组成一个有三个元素的集合，三个元素分别是g、o、d.

**无序性**：因为研究集合是要求研究集合里面的所有元素，元素的研究没有先后之说，集合里面的元素也就没有先后顺序.如分别由元素1，2，3和3，2，1组成的两个集合是同一个集合.

1

## 温故知新

如果 $a$ 是集合 $A$ 的元素，就说 $a$ 属于集合 $A$ ，记作 $a \in A$ ；如果 $a$ 不是集合 $A$ 中的元素，就说 $a$ 不属于集合 $A$ ，记作 $a \notin A$ .

常用的数集及其记法：

名称	非负整数集(或自然数集)	正整数集	整数集	有理数集	实数集
记法	$N$	$N^*$ 或 $N_+$	$Z$	$Q$	$R$

## 教学要求

### 【课标要求1】

掌握集合的两种表示方法(列举法和描述法).

### 【课标要求2】

能够运用集合的两种表示方法表示一些简单集合.

### 【素养要求】

在学习过程中提升数学抽象和数学运算素养,常在集合的表示方法中用到等价转化思想和分类讨论的思想.

### 3 情景导入

在上一节的学习中我们知道，我们可以用自然语言描述一个集合.除此之外，还可以用什么方式表示集合呢？

继续观察上节课学习的两个集合并回答问题？

- (1) “地球上的四大洋”组成的集合；
- (2) “方程 $x^2-3x+2=0$ 的所有实数根”组成的集合.

1.上述问题中的集合中的元素能一一列举出来吗？

**提示：能一一列举，分别是(1)太平洋，大西洋，印度洋，北冰洋；(2)1,2**

2.上述集合除了用自然语言描述外，还可以用什么方式表示呢？如何表示？

**提示：分别可以表示为(1){太平洋，大西洋，印度洋，北冰洋}，(2){1,2}**

4

新知探究



探究问题

一

探究一：列举法

二

探究二：描述法

## 探究一：列举法

### 1

## 提出问题

**列举法**：把集合的所有元素一一列举出来，并用花括号“{ }”括起来表示集合的方法叫做列举法.

如：中国的“五岳”组成的集合M可表示为

$$M = \{\text{泰山}, \text{华山}, \text{衡山}, \text{恒山}, \text{嵩山}\}$$

## 探究一：列举法

## 2

## 突破问题

**列举法**是把集合中的元素一一列举出来，所以一个集合能不能用**列举法**先要满足集合里面的元素可以一一列举。

**列举法**表示集合，集合中的相同元素只能列举一次，元素与元素之间用“，”隔开。

由于元素完全相同的两个集合相等，而与列举的顺序无关，因此一个集合可以有不同的列举方法.例如， $A=\{2,3,4,5,6\}=B=\{6,5,4,3,2\}$

## 探究一：列举法

### 3

## 升华问题

**列举法优点：**方便，快捷，集合中的元素一目了然.适用于表示元素个数较少的集合.

**列举法缺点：**不宜看出元素所具有的特征.

**列举法**直观、明了地体现元素的个体，但有局限性，多适用于元素个数较少的有限集.

## 探究一：列举法

## 4

## 及时训练

例 1 : (多选) 下列集合中, 可以表示为  $\{2, 3\}$  的是 ( )

A . 方程  $x^2 + 5x + 6 = 0$  的解集

B . 最小的两个质数

C . 大于 1 小于 4 的整数

D . 不等式组  $\begin{cases} \frac{2x+3}{5} > \frac{x+2}{3} \\ 2x-7 < 0 \end{cases}$  的整数解

解析：对于 A，方程  $x^2 + 5x + 6 = 0$  的解集为  $\{-2, -3\}$ ，不符合；

对于 B，最小的两个质数构成的集合  $\{2, 3\}$ ，符合；

对于 C，大于 1 小于 4 的整数构成的集合  $\{2, 3\}$ ，符合；

对于 D，由  $\begin{cases} \frac{2x+3}{5} > \frac{x+2}{3} \\ 2x-7 < 0 \end{cases}$ ，可得  $\begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{7}{2} \end{cases}$ ，即  $1 < x < \frac{7}{2}$ ，故整数解集为  $\{2, 3\}$ ，符合。

故选：BCD

## 探究二：描述法

## 1

## 提出问题

你能用列举法表示不等式 $x-7<3$  的解集吗?

**提示：**不等式 $x-7<3$  的解是 $x<10$ , 因为满足  $x<10$  的实数有无数个, 所以 $x-7<3$  的解集**无法用列举法**表示. 但是, 我们可以利用解集中元素的共同特征, 即:  $x$  是实数, 且 $x<10$ , 把解集表示为 $\{x \in \mathbb{R} | x < 10\}$ .

**描述法：**一般地, 设 $A$  是一个集合, 我们把集合 $A$  中所有具有共同特征 $P(x)$  的元素 $x$  所组成的集合表示为 $\{x \in A | P(x)\}$ , 这种表示集合的方法称为描述法.

## 探究二：描述法

## 2

## 突破问题

**描述法**是要找到集合中元素的**共同特征** $P(x)$ ，然后再用 $\{x \in A | P(x)\}$ 形式写出来。

竖线前面是**研究对象**，即**元素**，竖线后面是元素满足的**共同特征**。

如：奇数集可以表示为 $\{x \in \mathbb{Z} | x=2k+1, k \in \mathbb{Z}\}$ 。偶数集可以表示为 $\{x \in \mathbb{Z} | x=2k, k \in \mathbb{Z}\}$ 。

有时也用**冒号**或**分号**代替**竖线**，写成 $\{x \in A : P(x)\}$ 或 $\{x \in A ; P(x)\}$ 。

通常我们用 $\{x \in A | P(x)\}$ 。

我们**约定**，如果从上下文的关系看， $x \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{Z}$  是明确的，那么 $x \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{Z}$ 可以**省略**，

只写其元素  $x$ 。例如，集合 $D = \{x \in \mathbb{R} | x < 10\}$  也可表示为 $D = \{x | x < 10\}$ ；

集合  $E = \{x \in \mathbb{Z} | x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$  也可表示为 $E = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$ 。

## 探究二：描述法

### 3

## 升华问题

**描述法优点：**省时省力 概括性强.

**描述法缺点：**较为抽象,不利于判断选择.

**描述法**具有抽象概括、普遍性的特点，**适用于**元素共同特征明显的集合，有些集合元素没有明显共同特征，不能用描述法.

## 探究二：描述法

## 4

## 及时训练

例 2 : (多选) 方程组  $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$  的解集是 ( )

A .  $\{x = 3, y = 0\}$    B .  $\{3\}$    C .  $\{(3, 0)\}$    D .  $\{(x, y) \mid \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}\}$

解析：由方程组  $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$ ，解得  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$ ，

因为方程组解的形式是有序实数对，故可排除 A，B；

其中 C 是用的列举法表示集合，D 是用的描述法表示集合，所以 C，D 正确。

故选：CD.

## 5 教材例题

**例 1：用列举法表示下列集合：**

**(1) 小于 10 的所有自然数组成的集合；**

**(2) 方程  $x^2=x$  的所有实数根组成的集合.**

**解析：(1) 设小于 10 的所有自然数组成的集合为 A, 那么  $A=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ .**

**(2) 设方程  $x^2=x$  的所有实数根组成的集合为 B, 那么  $B=\{0,1\}$ .**

## 5 教材例题

例 2：试分别用描述法和列举法表示下列集合：

(1) 方程  $x^2-2=0$  的所有实数根组成的集合 A;

(2) 由大于 10 且小于 20 的所有整数组成的集合 B.

解析：(1) 设  $x \in A$ , 则  $x$  是一个实数, 且  $x^2-2=0$ . 因此, 用描述法表示为

$A=\{x \in \mathbb{R} | x^2-2=0\}$ . 方程  $x^2-2=0$  有两个实数根  $\sqrt{2}$ ,  $-\sqrt{2}$ , 因此, 用列举法表示为

$A=\{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ .

(2) 设  $x \in B$ , 则  $x$  是一个整数, 即  $x \in \mathbb{Z}$ , 且  $10 < x < 20$ . 因此, 用描述法表示为

$B=\{x \in \mathbb{Z} | 10 < x < 20\}$ . 大于 10 且小于 20 的整数有 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 因此, 用列举法表示为  $B=\{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$ .

## 6 课堂练习

**例 1 ( 单选 ):** 若对任意  $x \in A$ , 均有  $\frac{1}{x} \in A$ , 就称集合  $A$  是伙伴关系集合. 设集合  $M = \left\{ -1, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4 \right\}$ , 则  $M$  的所有非空子集中, 具有伙伴关系的集合的个数为( )

A . 15    B . 16    C . 32    D . 128

**解析:** 根据题意, 可得具有伙伴关系的元素有  $-1, 1; \frac{1}{2}, 2; \frac{1}{3}, 3$ , 其中有  $\{1, 1\}, \{-1, -1\}, \{2, \frac{1}{2}\}, \{\frac{1}{3}, 3\}$ , 共 4 组, 它们中任选一组、二组、三组或四组均可组成伙伴关系集合, 所以共有  $4 + 6 + 4 + 1 = 15$ .

**故选:** A.

**6 课堂练习**

**例 2 ( 单选 ) : 若集合  $A = \{-2, 1, 4, 8\}$  ,  $B = \{x - y^2 \mid x \in A, y \in A\}$  , 则  $B$  中元素的最大值为 ( )**

**A . 4    B . 5    C . 7    D . 10**

**解析 : 由题意 , 由题意 ,**

$$(x - y^2)_{\max} = x_{\max} - (y^2)_{\min} = 8 - 1^2 = 7.$$

**故选 : C**

**6 课堂练习**

**例 3 ( 单选 ):** 已知集合  $\{x|(x-a^2)(x-1)=0\}$  的元素之和为 1, 则实数  $a$  所有取值的集合为 ( )

- A . {0}   B . {1}   C . { - 1 , 1}   D . {0, -1 , 1}

**解析:** 因为集合  $\{x|(x-a^2)(x-1)=0\}$  的元素之和为 1,

所以一元二次方程  $(x-a^2)(x-1)=0$  有等根时, 可得  $x=a^2=1$ , 即  $a=\pm 1$ ,

当方程有两不相等实根时,  $x=a^2=0$ , 即  $a=0$ ,

综上, 实数  $a$  所有取值的集合为  $\{0, 1, -1\}$ .

**故选: D**

## 6 课堂练习

例 4 ( 多选 ) : 给出下列说法 , 其中不正确的是 ( )

A . 集合  $\{x \in \mathbf{N} \mid x^3 = x\}$  用列举法表示为  $\{0, 1\}$

B . 实数集可以表示为  $\{x \mid x \text{ 为所有实数}\}$  或  $\{\mathbf{R}\}$

C . 方程组  $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = -1 \end{cases}$  的解组成的集合为  $\left\{x = -\frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}\right\}$

D . 集合  $\{y \mid y = x^2\}$  与  $\{(x, y) \mid y = x^2\}$  是同一个集合

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/287066044036006115>