

数学试卷

注意事项:

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚。

2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.

3. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回. 满分 150 分, 考试用时 120 分钟.

一、单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

1. 已知复数 z 满足 $z(1-i)=2i$, 其中 i 为虚数单位, 则 $|z|$ 为

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. 1

C. $\sqrt{2}$

D. 2

2. 若集合 $A = \left\{ (x, y) \mid x^2 - \frac{y^2}{4} = 1 \right\}$, $B = \{ (x, y) \mid y = 2x + 1 \}$, 则 $A \cap B$ 所含元素个数为

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

3. 已知 $f(x) = 2\sin(2x + \varphi)$ 的部分图象如图 1 所示, $-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$, x_1, x_2 是 $f(x)$ 相邻的两个零点, 且 $x_2 = 4x_1$, 则 x_1 的值为

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{2}{3}\pi$

C. $\frac{5}{12}\pi$

D. $\frac{5}{6}\pi$

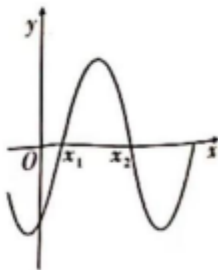


圖 1

4. 棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理表明：若随机变量 $X \sim B(n, p)$ ，当 n 充分大时， X 可以用服从正态分布的随机变量 Y 来近似，且 Y 的期望和方差与 X 的期望和方差相同。已知某运动员每次投篮的命中率为 $\frac{2}{3}$ ，则他在 1800 次投篮中，超过 1180 次命中的概率约为（参考数据：若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，则 $P(\mu - \sigma \leq x \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827$ ， $P(\mu - 2\sigma \leq x \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545$ ， $P(\mu - 3\sigma \leq x \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9973$ ）

A. 0.65865

B. 0.84135

C. 0.97725

D. 0.99865

5. 已知 $a = 0.4^{0.3}$ ， $b = 0.3^{0.4}$ ， $c = \log_{0.4} 0.3$ ，则 a, b, c 的大小关系为

A. $c < b < a$

B. $b < c < a$

C. $a < b < c$

D. $b < a < c$

6. 已知 $4^{2024} + a$ 能被 9 整除，则整数 a 的值可以是

A. -12

B. -7

C. 9

D. 13

7. 当一个圆沿着一条直线作无滑动的滚动时，圆的边界上的一个定点形成的轨迹即为摆线。如图 2，假设某个圆上的一点 M 的初始位置与原点重合，将圆沿着 x 轴作无滑动滚动，最终使点 M 与点 $A(6\pi, 0)$ 重合，形成如图所示的摆线，若摆线上有一点 B 的纵坐标为 3，则 B 的横坐标约为

A. 0.8

B. 1.7

C. 2.4

D. 3.1

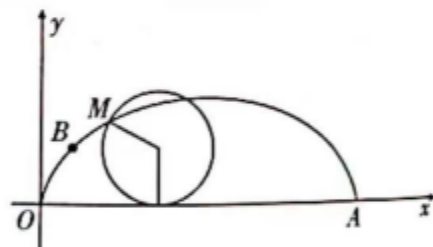


图 2

8. 如图 3，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 1$ ， $BC = 3$ ， $AB \perp BC$ ， D 是 BC 边上一点，且 $BD = 1$ ，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 进行翻折，使得点 B 与点 P 重合，若点 P 在平面 ADC 上的射影在 $\triangle ADC$ 内部及边界上，则在翻折过程中，动点 P 的轨迹长度为

A. $\frac{\sqrt{2}}{12}\pi$

B. $\frac{\sqrt{2}}{8}\pi$

C. $\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$

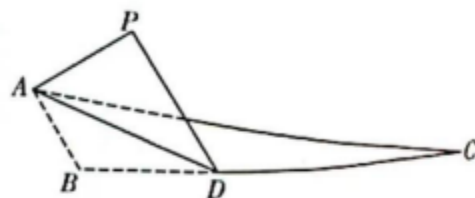


图 3

二、多项选择题 (本大题共4小题, 每小题5分, 共20分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得5分, 选对但不全的得2分, 有选错的得0分)

9. 如图4为国家统计局发布的2021年12月至2022年12月全国居民消费价格涨跌幅, 其中同比 = (本期数 - 去年同期数) ÷ 去年同期数 × 100%, 环比 = (本期数 - 上期数) ÷ 上期数 × 100%. 则下列说法中正确的是

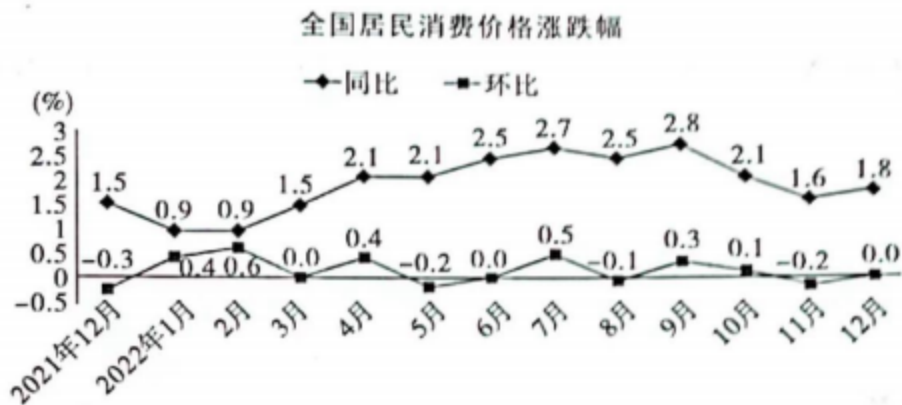


图4

- A. 2022年全年的全国居民消费价格比2021年全年高
 - B. 2022年1月至2022年12月全国居民消费价格同比的下四分位数为1.8%
 - C. 2022年8月至2022年12月中, 2022年9月全国居民消费价格最高
 - D. 2022年6月比2022年2月的全国居民消费价格高
10. 已知正数 a, b 满足 $a+2b+3=2ab$, 则
- A. ab 的最小值为3
 - B. $a+2b$ 的最小值为6
 - C. $\frac{1}{b} + \frac{2}{a}$ 的最小值为 $\frac{4}{3}$
 - D. $a+b$ 的最小值为 $\frac{3}{2} + 2\sqrt{2}$
11. 已知 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3) (y_1 > y_2 > y_3)$ 为抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 上的三个点, 且 $AB \perp BC, |AB| = |BC|$, 当点 B 与原点 O 重合时, $|AC| = 2$, 则下列说法中, 正确的是
- A. 抛物线方程为: $y^2 = x$
 - B. 直线 AB 的倾斜角必为锐角
 - C. 若线段 AC 的中点纵坐标为 y_0 , 则 AC 的斜率为 $\frac{1}{y_0}$
 - D. 当 AB 的斜率为2时, B 点的纵坐标为 $-\frac{7}{12}$

12. 牛顿迭代法是求函数零点近似值的一种方法, 它的原理是利用曲线一系列切线与 x 轴交点的横坐标来逼近函数的零点. 已知 $f(x) = x^2 - x - 1$, 设 α, β 为 $f(x)$ 的两个零点 ($\alpha < \beta$), 令 $a_1 = -1$, 在点 $(a_1, f(a_1))$ 处作函数 $f(x)$ 的切线, 设切线与 x 轴的交点为 a_2 , 继续在点 $(a_2, f(a_2))$ 处作 $f(x)$ 的切线, 切线与 x 轴的交点为 a_3 , 如此重复, 得到一系列切线, 它们与 x 轴的交点的横坐标形成数列 $\{a_n\}$, 易得 $a_n < 0 (n \in \mathbf{N}^*)$. 设 $b_n = \ln \frac{a_n - \alpha}{a_n - \beta} (n \in \mathbf{N}^*)$, $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n . 则下列说法中, 正确的是

A. $a_2 = -\frac{3}{5}$

B. $a_n < \alpha$

C. $\{a_n\}$ 是单调递增数列

D. $T_4 = 15b_1$

三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的解析式为 $f(x) = x + \frac{1}{x^2} - 1$, 则 $f(-1) =$ _____.

14. 已知 $\odot C$ 的半径为 1, AB 是 $\odot C$ 的一条弦, 且 $AB = 1$, 点 P 是 $\odot C$ 上一动点, 则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的最大值为 _____.

15. 已知甲同学从学校的 2 个科技类社团、4 个艺术类社团、3 个体育类社团中选择报名参加, 若甲报名了两个社团, 则在有一个是艺术类社团的条件下, 另一个是体育类社团的概率为 _____.

16. 露天电影就是在室外放的电影, 在我国七十年代开始流行, 观看者不需要买票, 可以随意进场观看. 已知某地在播放露天电影, 幕布上、下边缘距离为 d 米, 幕布的下方边缘距离观众水平视线上方 a 米, 为使看电影时的视角 (即从幕布上、下边缘引出的光线在人眼光心处所成的夹角) 最大, 应坐在距离幕布 _____ 米处. (用 a, d 表示)

四、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

为解决农产品难卖、知名度不高等问题, 某县凝聚电商直播群体及电商直播销售行业“新”力量助力乡村振兴. 下表为某农户在 7 个月的直播中产生的农产品销售额:

时间代码 x	1	2	3	4	5	6	7
销售额 y (单位: 千元)	0.84	1.37	2.76	4.43	5.49	7.66	8.94

对数据进行处理后, 得到如下统计量的值:

$\bar{y}$	$\sum_{i=1}^7 x_i y_i$	$\sum_{i=1}^7 x_i^2$
4.5	165.2	140

参考公式: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$.

- (1) 根据表格中的数据, 求出 y 关于 x 的线性回归方程;
 (2) 规定当月销售额超过 1.5 万元时, 能被评选为“优秀带货主播”, 预测该农户在第几个月能被评选为“优秀带货主播”.

18. (本小题满分 12 分)

如图 5, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $BC \perp BA$, $AB=BC=1$, $PA \perp$ 平面 ABC , $PA=2$, E, F 分别为棱 PB, PC 上的动点, 且 $EF \parallel BC$.

(1) 证明: 平面 $AEF \perp$ 平面 PAB ;

(2) 若平面 AEF 与平面 ABC 所成角为 $\frac{\pi}{4}$, 求 $\frac{PE}{PB}$ 的值.

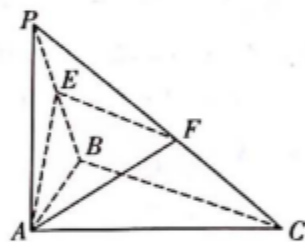


图 5

19. (本小题满分 12 分)

如图 6, 在四边形 $ABCD$ 中, $A = \frac{\pi}{2}$, $AD=CD=1$, $BC=2$.

(1) 当 $C = \frac{\pi}{3}$ 时, 求四边形 $ABCD$ 的面积;

(2) 当 $B \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3} \right]$ 时, 求 $\cos D$ 的取值范围.

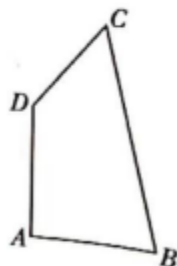


图 6

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/287106045023006055>

